С. Ф. АВЕРЬЯНОВ

ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗ КАНАЛОВ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ

НА РЕЖИМ ГРУНТОВЫХ ВОД

С. Ф. АВЕРЬЯНОВ

ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗ КАНАЛОВ И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА РЕЖИМ ГРУНТОВЫХ ВОД

МОСКВА «КОЛОС» 1982

УДК 631.671.1

Редакционная коллегия:

Б. Б. Шумаков, академик ВАСХНИЛ; *А. И. Голованов,* доктор технических наук; *Ю. Н. Никольский,* кандидат технических наук; *И. С. Аверьянова,* инженер.

Рецензент: заведующая отделом Института проблем механики при АН СССР академик *П. Я. Полубаринова-Кочина.*

Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод/С. Ф. Аверьянов — М.: Колос, 1982 — 237 с.

Приведены результаты фундаментальных исследований, проведенных крупным советским ученым-мелиоратором. Рассмотрено изменение режима грунтовых вод на орошаемых землях под влиянием фильтрации из каналов, под действием дренажа и с учетом специфических условий формирования грунтовых вод при орошении. Детально рассмотрены установившаяся и неустановившаяся фильтрации, роль испарения с поверхности грунтовых вод. Приведены зависимости, позволяющие определить фильтрационные потери, найти параметры дренажа.

Таблиц 31. Иллюстраций 50. Библиографий 72.

А $\frac{3802030100-327}{035(01)-82}$ подписное КБ—48—17—81

© Издательство «Колос», 1982

ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие орошения связано с перемещением и расходованием большого количества воды и влечет за собой существенные изменения природно-хозяйственной обстановки. Возникает проблема, имеющая два аспекта: обостряется дефицит воды в маловодных районах и вследствие фильтрации воды из каналов повышается уровень грунтовых вод, что создает угрозу засоления и заболачивания. На необходимость особого внимания к водной проблеме указывается в «Основных направлениях развития народного хозяйства СССР на 1981—1985 годы и на период до 1990 года», в которых записано: «...осуществить меры по рациональному расходованию воды для нужд сельского хозяйства, улучшению мелиоративного состояния орошаемых и осушенных земель...»

Масштабы мелиоративных мероприятий, в состав которых входят и проектируемые переброски части стока северных и сибирских рек на юг страны, заставляют с повышенной требовательностью подходить к научному обоснованию проектов. Комплексность научных и проектных проработок, глубина и точность прогнозов должны обеспечить создание и реализацию надежных методов управления режимом работы мелиоративных сооружений и уровнями грунтовых вод с целью получения максимального эффекта с точки зрения как сельскохозяйственного производства, так и охраны окружающей среды.

В первую очередь должны быть осуществлены меры по предупреждению фильтрации из каналов — главной причины непроизводительных потерь оросительной воды и нежелательного пополнения запасов грунтовых вод. В этой связи чрезвычайно актуальны материалы, изложенные в монографии С. Ф. Аверьянова, в которой даны теоретические основы количественного описания фильт-

рации из каналов и предложены способы ее расчета для разнообразных природных условий.

Автор книги — академик ВАСХНИЛ С. Ф. Аверьянов — внес значительный вклад в разработку методов расчета фильтрационных потерь из оросительных каналов и мероприятий по улучшению мелиоративного состояния прилегающих территорий. Он установил закономерности, имеющие большое научное и практическое значение. В частности, полученная им формула зависимости коэффициента влагопроводности почвогрунтов от влажности нашла широкое применение в нашей стране и за рубежом не только в мелиорации, но и в смежных отраслях.

В монографии дается детальный теоретический анализ формирования потоков грунтовых вод при установившейся и неустановившейся фильтрации в бессточных бассейнах и при наличии естественного оттока. В результате рассмотрения фильтрационных потоков из каналов при наличии дренажа предложен ряд расчетных зависимостей для определения объема потерь, дренажного стока и динамики глубин грунтовых вод с учетом расходования их на испарение и инфильтрацию поливных вод. Теоретические выводы проверены на обширном экспериментальном материале.

Содержащиеся в книге разработки позволяют рассчитывать фильтрационные потери из водохранилищ и каналов и прогнозировать режим грунтовых вод на прилегающих территориях в различных природных условиях. Такие расчеты могут быть использованы при проектировании оросительных систем, гидротехнических сооружений на реках (строительство водохранилищ, электростанций и др.), отстойников с земляным дном на промышленных предприятиях, прудов для рыборазведения.

Академик ВАСХНИЛ *Б. Б. Шумаков*

ГЛАВА I

ХАРАКТЕРИСТИКА СТАДИЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ КАНАЛОВ И НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ

ХАРАКТЕРИСТИКА СТАДИЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ КАНАЛОВ

Формирование фильтрационных потоков из оросительных каналов зависит от уровня грунтовых вод. При низком уровне грунтовых вод капиллярная кайма не достигает дна канала, поэтому в начальный момент фильтрация происходит в сухой грунт и фильтрационный поток из канала не связан с потоком грунтовых вод. При небольшой глубине грунтовых вод, когда капиллярная кайма достигает поверхности земли (и периметра канала), фильтрация из канала в начальный момент будет происходить во влажный грунт.

При очень высоком начальном уровне грунтовых вод сразу же после подачи воды в канал должен установиться сплошной поток грунтовых вод в области канал — грунтовые воды. Основываясь на наблюдениях и литературных данных, предложено (Аверьянов, 1950, 1950 а) рассматривать следующие стадии фильтрации из каналов. Грунт ложа канала и подстилающий грунт приняты однородными.

Первая стадия — смачивание грунта — характеризуется впитыванием воды из канала в сухой грунт и отсутствием связи между опускающимся из канала фильтрационным потоком и бассейном грунтовых вод. Вода из канала движется в основном в вертикальном направлении. Действующие силы — сила тяжести и поверхностные силы по границе раздела вода — воздух (внутри грунта). Применять обычные законы неустановившегося движения грунтовых вод в этой стадии нельзя, так как область движения вследствие неполного насыщения и действия сил поверхностного натяжения не представляет собой грунтового потока. Эта стадия продолжается, пока фронт продвигающейся вниз воды не достигнет капиллярной каймы бассейна грунтовых вод (рис. 1).

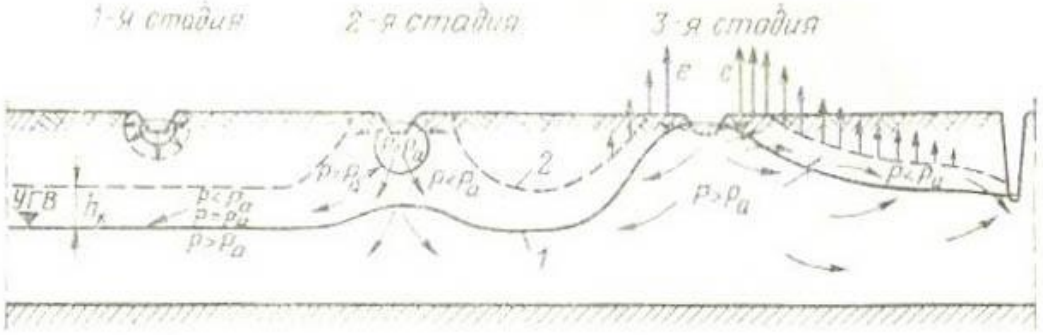


Рис. 1. Характеристика стадий фильтрации из оросительных каналов: *1* — поверхность грунтовых вод; *2* — граница капиллярной зоны; *e* — испарение с поверхности грунтовых вод; $p>p_a$ — область грунтовых вод; $p<p_a$ — зона неполного насыщения; $h_к$ — максимальная высота капиллярного поднятия.

Вторая стадия — образование капиллярно-грунтового потока — начинается с момента, когда фронт фильтрационного потока смыкается с капиллярной каймой грунтовых вод. Тогда равновесие бассейна грунтовых вод нарушается, и они приходят в движение.

Вторая стадия отличается наличием зоны неполного насыщения, причем в области между каналом и поверхностью грунтовых вод давление воды меньше атмосферного. Несмотря на то, что во второй стадии в движении участвуют как фильтрационный поток, поступающий из канала, так и бассейн грунтовых вод, сплошной однородный поток грунтовых вод отсутствует, он как бы разделен зоной неполного насыщения на две области полного насыщения: непосредственно у канала и бассейн грунтовых вод.

Экспериментальные данные о наличии зоны отрицательного давления с неполным насыщением будут приведены ниже. Постепенно, по мере подъема уровня грунтовых вод, зона отрицательного давления ликвидируется, и наступает третья стадия.

Третья стадия — сплошной поток грунтовых вод — в этом случае возможны три основных способа расходования грунтовой воды: на повышение уровня грунтовых вод; на подземный отток; на испарение и транспирацию. Обычно наблюдается совместное действие всех трех факторов.

Стадии фильтрации качественно отличаются одна от другой, поэтому количественные зависимости, пригодные для одной стадии, нельзя использовать для другой.

Отметим, что процесс фильтрации и переход от од-

ной стадии к последующей зависят от ряда факторов, главные из которых: размеры канала, физические свойства грунта, условия подземного оттока, начальное расположение уровня грунтовых вод, длительность работы канала.

При низком уровне грунтовых вод, кратковременной работе канала и небольших его размерах фильтрация может не выйти из первой стадии, так как фильтрационный поток из канала за время его работы может не успеть достигнуть грунтовых вод.

Если фильтрационный поток из канала сомкнулся с капиллярной каймой и образовался капиллярно-грунтовый поток, то переход к третьей стадии зависит от того, поднимутся ли грунтовые воды под каналом настолько, чтобы создался сплошной поток грунтовых вод. Поэтому переход в третью стадию определяется способностью потока грунтовых вод транспортировать поступающую из канала фильтрационную воду.

Если рассматривать вопрос приближенно, то две первые стадии фильтрации можно объединить, считая, что при впитывании и капиллярно-грунтовом потоке фильтрация протекает свободно, без существенного влияния грунтовых вод. Тогда всякую фильтрацию из каналов можно считать или свободной от влияния грунтовых вод, или подпертой, то есть испытывающей их влияние.

Сказанное позволяет наметить первое условие для оценки характера фильтрации:

$$\bar{Q}_{\text{ф}} < \bar{Q}_{\text{д}} \text{ или } \bar{Q}_{\text{ф}} > \bar{Q}_{\text{д}}, \qquad (1)$$

где $\bar{Q}_{\text{ф}}$ — установившаяся фильтрация, то есть при низком уровне грунтовых вод; $\bar{Q}_{\text{д}}$ — наибольший возможный отток грунтовых вод (подземный отток + испарение).

При $\bar{Q}_{\text{ф}} < \bar{Q}_{\text{д}}$ возможный отток превышает поступление воды, и подпертая фильтрация не наступает. При $\bar{Q}_{\text{ф}} > \bar{Q}_{\text{д}}$ подпертая фильтрация наблюдается при длительной работе канала. Если дренирующая способность массива мала, а поступающий расход велик, то подпертая фильтрация, несмотря на начальное глубокое залегание грунтовых вод, наступает практически мгновенно.

Сравнение фильтрационного расхода со способностью грунтового потока отводить эти воды дает второе условие для оценки характера фильтрации:

$$H_0 < H_0' \text{ или } H_0 > H_0', \qquad (2)$$

где H_0 — фактическое превышение уровня воды в канале над начальным уровнем грунтовых вод; H_0' — критическая глубина залегания грунтовых вод, отсчитанная от уровня воды в канале, необходимая для свободной фильтрации в данных условиях (способ определения H_0' будет изложен ниже).

Вычислив величину H_0' при практически мгновенном подъеме уровня грунтовых вод и сравнив ее с фактической начальной глубиной их залегания, можно определить, сразу ли наступит подпертая фильтрация, если $H_0' > H_0$, или же некоторое время будет свободная фильтрация.

Используя приведенные условия для оценки характера фильтрации, можно сделать следующие выводы:

$\bar{Q}_ф < \bar{Q}_д$ — свободная фильтрация при любой длительности работы канала, подпертая фильтрация невозможна; $\bar{Q}_ф > \bar{Q}_д$, $H_0' < H_0$ — вначале свободная фильтрация, затем подпертая; $\bar{Q}_ф > \bar{Q}_д$, $H_0' > H_0$ — подпертая фильтрация с самого начала работы канала.

Ниже будет приведена проверка рекомендуемых оценок на материале опытов.

Отметим, что установление характера фильтрации весьма существенно для определения фильтрационных потерь. Потери при свободной фильтрации обычно в несколько раз (а иногда в десятки раз) больше потерь при подпертой фильтрации.

Далее необходимо подробнее рассмотреть насыщение грунта при фильтрации из канала и динамику подземного оттока, характеризующую возможность отвода фильтрационных вод. Первый вопрос относится к теории передвижения влаги в грунтах при неполном их насыщении, второй — к неустановившемуся движению грунтовых вод. Кроме того, для стационарного режима необходимо определить предельные расходы установившейся свободной фильтрации $\bar{Q}_ф$ и подземного оттока $\bar{Q}_д$.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПЕРЕДВИЖЕНИЯ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ ПРИ НЕПОЛНОМ НАСЫЩЕНИИ

В обычных условиях грунты представляют собой трехфазную дисперсную систему, состоящую из твердой фазы (скелет грунта), жидкой фазы (почвенный раствор, вода) и газообразной фазы (почвенный воздух).

При изучении движения воды в грунтах в качестве основных характеристик водных свойств грунтов можно принять следующие константы:

m — порозность грунта, показывающую долю объема абсолютно сухого грунта, занимаемую порами;

w_0 — влажность (в долях объема грунта), при которой начинается интенсивное движение воды в грунте в жидкой фазе. Существуют различные способы определения этой константы. А. Ф. Лебедев (1936) называет ее максимальной молекулярной влагоемкостью, П. С. Коссович — наименьшей влагоемкостью, Versluys (1917) — границей фуникулярной влаги, С. И. Долгов (1947) — границей капиллярного легкоподвижного состояния свободной почвенной воды. Американские почвоведы называют эту величину эквивалентом влажности. Несмотря на различные подходы к определению этой константы, все исследователи сходятся на том, что она должна отражать влажность, соответствующую началу более или менее интенсивного движения воды в почве в жидкой фазе;

w_1 — полная влагоемкость (с учетом защемленного воздуха): $w_1 = m - p$, где p — объем защемленного воздуха;

$h_к$ — максимальная высота капиллярного поднятия.

Водопроницаемость грунтов. Коэффициент фильтрации, имеющий размерность скорости, обычно выражается формулой

$$k = Q_0 L / F \Delta H, \qquad (3)$$

где Q_0 — расход жидкости, протекающей через постоянное поперечное сечение грунта (брутто) F при разности напоров ΔH на длине L.

При определении коэффициента фильтрации опытным путем предполагается, что воздух в грунте отсутствует, то есть влажность его считается равной порозности. Даже незначительное содержание воздуха в грунте резко уменьшает его водопроницаемость (Аверьянов, 1949, 1950 б). Это обстоятельство достаточно удовлетворительно можно выразить уравнением

$$k_w = k \left(\frac{w - w_0}{m - w_0} \right)^{3.5}, \qquad (4)$$

где k_w — коэффициент водопроницаемости при влажности w.

В частности, при полной влагоемкости w_1

$$k_в = k\left(\frac{w_1 - w_0}{m - w_0}\right)^{3,5} = k\left(1 - \frac{p}{m - w_0}\right)^{3,5}, \qquad (5)$$

где $p = m - w_1$ — содержание воздуха в грунте в объемных процентах; $k_в$ — коэффициент капиллярной водопроницаемости.

Резкое уменьшение коэффициента водопроницаемости, вызванное присутствием воздуха в грунте, необходимо учитывать при определении фильтрационных потерь. Так, при $m = 0{,}5$; $w_1 = 0{,}4$; $w_0 = 0{,}2$; $k_в = 0{,}24k$, то есть водопроницаемость падает в 4 раза. Это обстоятельство заставляет пересмотреть формулы по определению фильтрации из каналов с целью замены в них коэффициента фильтрации, если его принимали (или определяли) для полностью насыщенного водой грунта, коэффициентом капиллярной водопроницаемости $k_в$.

Коэффициент водопроницаемости, определенный полевым способом, должен быть отнесен к той влажности грунта, при которой его определяли. Если коэффициент водопроницаемости находили способом откачки из глубоких скважин, то значение его может быть принято за коэффициент фильтрации. Если коэффициент водопроницаемости определяли методом инфильтрации из шурфов, то его значение не может считаться равным значению коэффициента фильтрации ввиду резкого уменьшения водопроницаемости грунтов при подаче воды сверху, вызванного зажатием в грунте воздуха.

При расчетах необходимо знать как коэффициент фильтрации k, соответствующий полному насыщению грунта водой и отсутствию воздуха, то есть при влажности его $w = m$, так и коэффициент капиллярной водопроницаемости $k_в$ при полной влагоемкости w_1, но с учетом защемленного воздуха.

Приблизительно содержание защемленного воздуха можно считать равным $p = m - w_1 = 0{,}05...0{,}06$.

Приведенный расход капиллярной каймы. Водопроницаемость капиллярной зоны значительно меньше водопроницаемости зоны полного насыщения. В связи с этим целесообразно ввести понятие приведенного расхода капиллярной зоны и приведенной высоты капиллярной каймы. Для этого необходимо знать распределение влажности в капиллярной зоне. Для капиллярной каймы, то есть капиллярного потока, текущего горизонтально и параллельно основному потоку грунтовых вод,

можно условно принять, что эпюра распределения влажности аналогична эпюре влажности при капиллярном насыщении, которая приближенно может быть описана зависимостью параболического типа:

$$w_y = w_1 \sqrt{1 - \frac{y}{h_к}\left[1 - (w_0/w_1)^2\right]}, \qquad (6)$$

где w_y — влажность на высоте y от уровня грунтовых вод; $h_к$ — максимальная высота капиллярного поднятия.

Расход капиллярной каймы высотой y с учетом формул (4) и (6) равен:

$$q_к = \frac{\Delta H}{L}\int_0^y k_y dy = \frac{\Delta H}{L}\, k_в \alpha h_к, \qquad (7)$$

где

$$\alpha = \frac{y}{h_к}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{(1+2/9\,\bar{w}_0)}{(1+\bar{w}_0)}\left[1-\left(\frac{\bar{w}-\bar{w}_0}{1-\bar{w}}\right)^{4,5}\frac{(\bar{w}+2/9\,\bar{w}_0)}{(1+2/9\,\bar{w}_0)}\right] \qquad (8)$$

при $\bar{w} = w_y/w_1$, $\bar{w}_0 = w_0/w_1$.

При выводе принято гидростатическое распределение давлений в вертикальных сечениях (включая капиллярную кайму) $\Delta H = \text{const}$ по y.

Полный расход потока грунтовых вод:

$$Q_0 = q + q_к = \frac{\Delta H}{L}\, k_в h_{ср} + \frac{\Delta H}{L}\, k_в \alpha h_к = \frac{\Delta H}{L}\, k_в \bar{h}, \qquad (9)$$

где $\bar{h} = h_{ср} + \alpha h_к$.

Для определения полного расхода горизонтального потока грунтовых вод целесообразно к его средней мощности $h_{ср}$ прибавить приведенную высоту капиллярной зоны $\alpha h_к$. Причем коэффициент α зависит только от отношений $y/h_к$ и w_0/w_1 и может быть подсчитан по формулам (8) и (9) или определен по рисунку 2 (Аверьянов, 1949 *а*).

Из рисунка 2 видно, что α для обычных соотношений $0{,}1 < w_0/w_1 < 0{,}5$ и $y/h_к = 1$ лежит в пределах 0,27...0,36. Эти значения

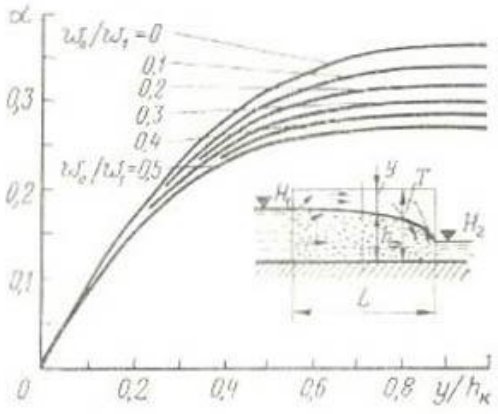


Рис. 2. График для определения коэффициента α по формуле (8).

соответствуют полной, несжатой капиллярной кайме при $y \geqslant h_к$. Для сжатой капиллярной каймы, когда расстояние от уровня грунтовых вод до поверхности грунта меньше наибольшей высоты капиллярного поднятия, то есть для $y/h_к < 1$, соответствующие значения α меньше указанных величин и могут быть определены по рисунку 2.

Для $y/h_к \geqslant 1$ выражение (8) значительно упрощается:

$$\alpha = 4(1+0{,}22w_0/w_1)/11(1+w_0/w_1), \qquad (10)$$

или $\alpha \approx 0{,}3$.

В тех случаях, когда ниже уровня грунтовых вод полностью отсутствует защемленный воздух, во всех приведенных формулах следует принимать $w_1 = m$, то есть можно считать, что $k_в = k$.

В частности, уравнение (9) примет вид:

$$Q_0 = \Delta H k \bar{h}/L.$$

Коэффициент α берется по рисунку 2.

Свободная порозность и водоотдача. Одни из важнейших характеристик грунта — свободная порозность (при поднятии уровня грунтовых вод) и водоотдача (при опускании уровня грунтовых вод). В гидромеханических решениях по теории неустановившейся фильтрации грунтовых вод со свободной поверхностью свободная порозность обычно принимается постоянной величиной, не зависящей ни от времени, ни от координат (Полубаринова-Кочина, 1952; Веригин, 1951, 1952).

Указанное упрощение для неустановившихся течений грунтовых вод, особенно при близком расположении грунтовых вод к поверхности земли, требует специального рассмотрения.

При подъеме грунтовых вод происходит капиллярное насыщение менее влажных пластов грунта. Свободная порозность зависит от соотношения скорости подъема грунтовых вод и скорости капиллярного поднятия. Если уровень грунтовых вод колеблется глубоко под землей ($y > h_к$), а влажность грунта равна w_0, то при очень медленном подъеме грунтовых вод капиллярное поднятие будет успевать за подъемом уровня грунтовых вод. В этом случае свободную порозность можно принять равной величине $w_1 - w_0$. В случае, когда подъем уровня грунтовых вод (понимая под этим поверхность $p = p_a$,

см. рис. 1) происходит быстрее, чем капиллярное поднятие, в начале движения свободная порозность будет меньше величины $w_1 - w_0$, так как грунтовая вода заполняет зону капиллярной каймы с влажностью $w_0 < w < w_1$, а капиллярное поднятие не успевает восстанавливать эту зону. При быстром и значительном подъеме уровня грунтовых вод можно представить, что условие $p = p_a$ на свободной поверхности не будет существовать, а создастся положительное давление $p > p_a$. Еще в 1889, 1890 гг. Н. Е. Жуковский (1935...1937) отмечал разницу давлений над свободной поверхностью грунтовых вод и под ней. Причем эту величину он считал положительной при осушении и отрицательной при обводнении. Это утверждение Н. Е. Жуковского совершенно правильное и полностью относится к неустановившемуся движению грунтовых вод. Чем медленнее изменяется уровень грунтовых вод, тем меньше вероятности появления этой разницы давлений. Приведенные соображения подтверждаются практикой и лабораторными экспериментами. В начале работы оросительного канала часто наблюдался быстрый подъем грунтовых вод в скважинах, находившихся в нескольких километрах от канала. Значительно падал уровень воды в отдельных шурфах при быстром вводе осушительного канала в действие (открытие шлюза). На приведенные факты указывали А. Н. Костяков (1960), Е. А. Замарин, Г. Н. Каменский (1943) и др.

Лабораторные опыты, проведенные М. И. Каплинским в 1948 г., косвенно (путем балансовых подсчетов объемов поступившей и оттекшей воды и сравнения их с объемами воды в грунте по показаниям пьезометров) подтвердили наличие перепада положительного давления при быстром насыщении грунта водой и отставание подъема действительной поверхности грунтовых вод от роста давлений. Следовательно, можно считать, что давление на свободной поверхности грунтовых вод при неустановившемся режиме фильтрации непостоянное.

Если принять $p = p_a$ на свободной поверхности для нестационарного режима, то это допущение не будет точно отражать происходящее явление. Степень погрешности от принятия $p = \text{const}$ может быть определена после получения более точных решений. Для медленно изменяющихся течений допустимо принимать $p = \text{const}$ на поверхности грунтовых вод. На основании опытных

данных можно предположить, что медленно изменяющимися течениями можно считать такие, для которых $dp/\gamma dt \leqslant k$.

Таким образом, только при медленном изменении уровня грунтовых вод и его глубоком расположении можно принимать для неустановившихся течений свободную порозность $m_{св} = w_1 - w_0 = \text{const}$.

При колебаниях уровня грунтовых вод, происходящих близко от поверхности земли в зоне капиллярного поднятия, свободная порозность зависит от расположения уровня грунтовых вод: чем выше грунтовые воды, тем меньше свободная порозность. Этот случай часто встречается в практике. Если предположить, что давление в грунтовой воде изменяется медленно и влажность капиллярной зоны успевает восстанавливаться до положения, соответствующего статическому равновесию, то можно, зная эпюру влажности при капиллярном поднятии, определить свободную порозность по расположению уровня грунтовых вод.

А. А. Черкасов отмечал зависимость водоотдачи от уровня грунтовых вод и устанавливал ее подбором, без аналитического выражения распределения влажности по высоте. Е. С. Марков (1947) ставил водоотдачу в зависимость от скорости опускания уровня грунтовых вод. Г. Д. Эркин (1937) считал водоотдачу зависящей от уровня грунтовых вод и коэффициента фильтрации:

$$\delta = 16{,}5\sqrt{k}\,\sqrt[3]{a},$$

где k — коэффициент фильтрации, м/с; a — уровень грунтовых вод, м.

А. И. Ивицкий (1938) для торфяных грунтов дал аналогичную зависимость:

$$\delta = 8{,}2\,\sqrt[8]{k^3}\,\sqrt[4]{a^3}.$$

Имеются данные (Крылов, 1939) о том, что фактические значения водоотдачи и свободной порозности, определенные в полевых и лабораторных условиях для высоких грунтовых вод, весьма малы (0,01...0,1). Полевые, лабораторные и теоретические исследования позволяют считать, что принятие при высоких грунтовых водах свободной порозности, равной $w_1 - w_0$, преувеличивает ее истинное значение и уменьшает вычисленную величину подъема грунтовых вод. Зависимость свободной порозности от расположения уровня грунтовых

вод можно установить исходя из распределения влажности при капиллярном поднятии по уравнению (6).

Допустим, что поверхность грунтовых вод находится на глубине y от поверхности земли, причем $y \leqslant h_к$. Тогда объем капиллярно поднявшейся влаги от уровня грунтовых вод до поверхности земли будет равен

$$G = \int_0^y w_y dy,$$

а объем свободных от воды пор грунта будет определяться формулой

$$S = w_1 y - \int_0^y w_y dy. \qquad (11)$$

Подставляя в формулу (11) значение w_y по уравнению (6) и интегрируя, получаем выражение для полного объема свободных пор от уровня грунтовых вод до поверхности земли:

$$S = w_1 y - \frac{2}{3}\frac{w_1 h_к}{\beta}\left[1 - \left(1 - \frac{\beta y}{h_к}\right)^{3/2}\right],$$

где

$$\beta = 1 - (w_0/w_1)^2.$$

Если средняя свободная порозность $\bar{m}_y = S/y$, то

$$\bar{m}_y = w_1 \cdot \frac{1}{3}\left[1 - \frac{2w_y^2}{w_1(w_1 + w_y)}\right], \qquad (12)$$

где $\bar{m}_y$ — средняя свободная порозность при подъеме грунтовых вод от глубины y до поверхности земли; w_y — влажность на высоте y от поверхности грунтовых вод.

Текущая свободная порозность определяется так:

$$m_y = w_1 - w_y. \qquad (13)$$

Выражение (13) может быть получено из формулы (11) как производная dS/dy. Пользование формулами (12) и (13) несколько затруднено тем, что, зная $y/h_к$, предварительно по зависимости (6) нужно находить w_y.

Чтобы облегчить нахождение как текущей свободной порозности (водоотдачи) m_y, соответствующей подъему или опусканию поверхности грунтовых вод при глубине их залегания y (при $y \leqslant h_к$) на $\pm dy$, так и средней свободной порозности (водоотдачи) $\bar{m}_y$ при опускании по-

верхности грунтовых вод от поверхности земли ($y=0$) до глубины залегания y или, наоборот, при подъеме поверхности грунтовых вод с глубины y до поверхности земли, обратим внимание на то, что уравнение (13) может быть представлено в виде

$$m_y = w_1 (1 - \sqrt{1-\beta_y}), \qquad (14)$$

а уравнение (12) как

$$\bar{m}_y = w_1 \left\{ 1 - \frac{2}{3} \left[\frac{1}{\beta_y} \left(1 - \sqrt{1-\beta_y} \right) + \sqrt{1-\beta_y} \right] \right\}, \qquad (15)$$

где

$$\beta_y = \frac{y}{h_к} \left[1 - \left(\frac{w_0}{w_1} \right)^2 \right] \text{ при } y \leqslant h_к.$$

Учитывая, что текущая и средняя свободные порозности зависят только от w_1 и β_y, составим по формулам (14) и (15) таблицу 1.

По данным таблицы 1 построены графики зависимости m_y/w_1 и $\bar{m}_y/w_1$ от β_y, по которым можно определить изменение запасов грунтовых вод при колебаниях их уровня (рис. 3).

Так, при подъеме уровня грунтовых вод от y_1 до y_2 (или опускании от y_2 до y_1) изменение их запасов ΔG можно определить по формуле

$$\Delta G = \Delta y \, (m_y/w_1) \, w_1, \qquad (16)$$

где $\Delta y = y_1 - y_2$; значение m_y/w_1 определяется по рисунку 3 при среднем положении уровня грунтовых вод $y_{ср} = 0{,}5(y_1 + y_2)$.

Пользуясь графиком средней порозности $\bar{m}_y/w_1$, изменение запасов грунтовых вод можно определить по другой формуле:

$$\Delta G = G_1 - G_2 = y_1 \left(\frac{\bar{m}_y}{w_1} \right) w_1 - y_2 \left(\frac{\bar{m}_y}{w_2} \right) w_2, \qquad (17)$$

где отношения $\bar{m}_y/w_1$ и $\bar{m}_y/w_2$ определяются по рисунку 3 при соответствующих значениях β_1 и β_2;

$$\beta_1 = \frac{y_1}{h_к} \left[1 - \left(\frac{w_0}{w_1} \right)^2 \right] \text{ и } \beta_2 = \frac{y_2}{h_к} \left[1 - \left(\frac{w_0}{w_1} \right)^2 \right].$$

Расчеты по формулам (16) и (17) дают примерно одинаковые результаты.

Впитывание воды. Изучению впитывания воды в почву посвящено большое число работ советских ученых, главным образом почвоведов, мелиораторов, гидрологов.

В настоящей работе нет возможности осветить с достаточной полнотой сложный процесс впитывания. Отметим, что работы в этой области А. Н. Костякова (1960), Н. А. Качинского (1936), Н. Ф. Созыкина (1940), Г. А. Алексеева (1948), С. И. Долгова (1947), А. И. Будаговского (1955) и других ученых способствовали дальнейшему изучению впитывания и его количественной характеристики. Попытаемся связать скорость впитывания воды в грунт с его основными физическими константами. Скорость впитывания, то есть расход воды впитывающийся через единицу площади за время t суток после начала впитывания, может быть определена по формуле

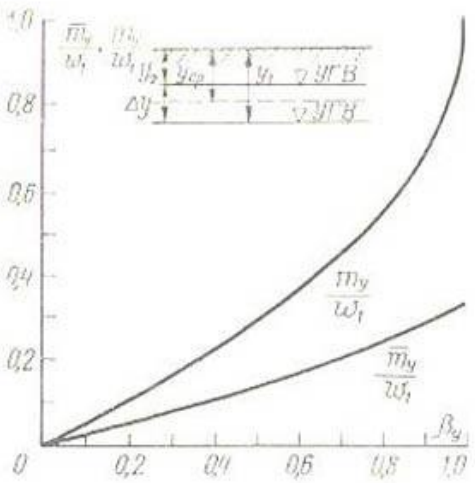


Рис. 3. Зависимость свободной порозности от уровня грунтовых вод:

y — глубина стояния поверхности грунтовых вод; ω_1 — полная влагоемкость в долях объема грунта; m_y и $\bar{m}_y$ — текущая и средняя свободная порозность.

$$v_t = k_в[0{,}75 + 0{,}25\sqrt{1 + (16b^2/t)}]. \qquad (18)$$

Здесь $k_в$ — коэффициент водопроницаемости при полном насыщении с учетом защемленного воздуха, м/сут;

$$b = 0{,}6\beta \sqrt{\frac{\omega_1 h_к + 1{,}4h_0/\beta}{k_в}}, \text{ сут}^{1/2}, \qquad (19)$$

$$\beta = \frac{\omega_1 - \omega}{\omega_1 - \omega_0} \text{ при } \omega_0 \leqslant \omega \leqslant \omega_1,$$

где h_0 — глубина воды в канале; ω — исходная влажность перед началом впитывания в долях от объема грунта.

1. Зависимость m_y/ω_1 и $\bar{m}_y/\omega_1$ от β_y при колебаниях уровня грунтовых вод (для $y \leqslant h_к$)

β_y	m_y/ω_1	$\bar{m}_y/\omega_1$	β_y	m_y/ω_1	$\bar{m}_y/\omega_1$	β_y	m_y/ω_1	$\bar{m}_y/\omega_1$
0	0	0	0,35	0,194	0,094	0,70	0,452	0,204
0,05	0,025	0,013	0,40	0,225	0,108	0,75	0,500	0,222
0,10	0,051	0,025	0,45	0,258	0,123	0,80	0,553	0,241
0,15	0,078	0,038	0,50	0,293	0,138	0,85	0,613	0,261
0,20	0,106	0,052	0,55	0,329	0,153	0,90	0,684	0,283
0,25	0,134	0,065	0,60	0,368	0,170	0,95	0,776	0,306
0,30	0,163	0,079	0,65	0,408	0,187	1,00	1,000	0,333

При $w=w_0$ $\beta=1$ и уравнение (19) упрощается:

$$b=0{,}6\sqrt{\frac{w_1 h_к+1{,}4h_0}{k_в}},\ \text{сут}^{1/2}. \qquad (20)$$

Формулы (18)...(20) выведены для вертикального просачивания аналогично тому, как это сделано В. В. Ведерниковым (1934) и П. Я. Полубариновой-Кочиной (1952 а), но отличаются тем, что при их выводе учитывали изменение влажности от $w=w_1$ на поверхности, покрытой слоем воды h_0, до $w=w_0$ на фронте впитывающейся влаги. Кроме действия сил тяжести, учитывали поверхностные (капиллярные) силы во всей зоне опускающейся влаги. Эти силы, наибольшие у фронта продвигающейся влаги, уменьшаются до нуля в зоне полного насыщения у поверхности грунта. Сопротивление грунта движению воды (силы трения) принимали прямо пропорциональным массе передвигающейся воды, скорости движения и обратно пропорциональным капиллярной водопроницаемости.

Уравнение (18) можно упростить:

$$v_t=k_в\left(1+\frac{b}{\sqrt{t}}\right),\ \text{м/сут при}\ 0<t\leqslant 0{,}4b^2, \qquad (21)$$

$$v_t=k_в\left(1+0{,}8\frac{b}{\sqrt{t}}\sqrt{\frac{b}{\sqrt{t}}}\right),\ \text{м/сут при}$$

$$0{,}4b^2\leqslant t\leqslant 40b^2, \qquad (22)$$

$$v_t=k_в\left(1+\frac{2b^2}{t}\right),\ \text{м/сут при}\ 40b^2\leqslant t<\infty. \qquad (23)$$

Для начальной стадии работы канала примем в качестве основной формулы для определения v_t выражение (21) при коэффициенте b, определяемом по уравнению (20).

Аналогичная структура зависимости v_t от t, но без детального учета поверхностных сил дана В. В. Ведерниковым (1934) и П. Я. Полубариновой-Кочиной (1952 а).

Так как в производственных условиях исходные данные (k, $h_к$ и др.) определяются приближенно, то можно в дальнейшем пользоваться приведенными выше формулами.

ГЛАВА II

ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ И ПОДЗЕМНЫЙ ОТТОК ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ПРИ СВОБОДНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Приведем некоторые уравнения для определения фильтрационных потерь при свободной фильтрации.

Зависимости, не учитывающие действия капиллярных сил. Формула А. Н. Костякова (1960) для установившейся свободной фильтрации имеет вид:

$$\bar{Q}_{\Phi}=kl\left(b+2h_0\sqrt{1+m^2}\right); \tag{24}$$

Н. Н. Павловский (1955...1956) для канала криволинейного сечения дал следующую зависимость:

$$\bar{Q}_{\Phi}=kl\left(B+2h_0\right); \tag{25}$$

Б. К. Ризенкампф (1940) предложил формулу

$$\bar{Q}_{\Phi}=kl\mu\left(B+2h_0\right). \tag{26}$$

Для определения μ Б. К. Ризенкампф дал зависимость

$$\frac{1}{\mu}=1-\frac{1}{1{,}5\left(1+B/2h_0\right)}+\frac{1}{D\left(1+B/2h_0\right)^3}, \tag{27}$$

где D определяется в зависимости от заложения откоса m:

m	1	1,5	2
D	0,354	0,205	0,131

Формула В. В. Ведерникова (1934, 1939) имеет вид:

$$\bar{Q}_{\Phi}=kl\left(B+Ah_0\right), \tag{28}$$

где A зависит от B/h_0 и m (табл. 2).

В формулах (24)...(26) и далее приняты обозначения: $\bar{Q}_{\Phi}$ — расход фильтрационных потерь (м³/сут) из канала длиной l (м) при установившейся свободной фильтрации; $B=b+2mh_0$ — ширина канала по урезу воды, м; b — ширина канала по дну, м; h_0 — глубина наполнения канала, м; m — коэффициент заложения откоса; μ — коэффициент, зависящий от отношения B/h_0 и m.

2. Значения коэффициента A для $m=1{,}5$ и $4<B/h_0<18$

B/h_0	A	B/h_0	A	B/h_0	A
4	2,24	9	3,12	14	3,56
5	2,50	10	3,23	15	3,63
6	2,72	11	3,32	16	3,69
7	2,87	12	3,40	17	3,75
8	3,00	13	3,48	18	3,80

Зависимости, учитывающие действие капиллярных сил. Некоторые рекомендации по определению фильтрационных потерь при свободной фильтрации с учетом действия капиллярных сил основываются на предложении В. В. Ведерникова (1934, 1939) о принятии на свободной поверхности фильтрационного потока давления ниже атмосферного на величину, численно равную (для воды) высоте капиллярного поднятия грунта $h_к$, то есть $p=p_а-\gamma h_к$.

Этим приемом в область фильтрационного потока включается вся капиллярная зона, для которой принимаются те же законы движения грунтовой воды, что и для зон положительного давления и полного насыщения. Решения по данному методу относятся к некоторым простейшим формам поперечного сечения канала. Однако авторы этих решений считают возможным использовать полученные результаты и для определения действия капиллярных сил на фильтрацию из каналов других поперечных форм.

В. В. Ведерников (1939, 1940, 1947) считает возможным для каналов с малым отношением B/h_0 принимать расчетную формулу

$$\overline{Q}_ф=kl(B+A\bar{h}), \qquad (29)$$

где коэффициент A определяется по отношению B/h_0, а значение $\bar{h}$ принимается равным

$$\bar{h}=h_0+\alpha h_к \qquad (30)$$

при $\alpha=0{,}75...1$.

Для каналов с малой глубиной, но с относительно большим значением B/h_0 В. В. Ведерников рекомендует (1939) пользоваться специальной таблицей для определения коэффициента $\bar{A}$, в которой этот коэффициент представлен в зависимости от отношения $B/\bar{h}$ при $\bar{h}$, оп-

ределяемом по формуле (30). В таблице 3 приведены значения $\bar{A}$, найденные из таблицы В. В. Ведерникова графической интерполяцией.

3. Значения коэффициента $\bar{A}$

$B/\bar{h}$	$\bar{A}$	$B/\bar{h}$	$\bar{A}$	$B/\bar{h}$	$\bar{A}$
0,2	1,73	0,9	2,41	1,5	2,71
0,3	1,88	1,0	2,47	1,6	2,75
0,4	2,00	1,1	2,52	1,7	2,79
0,5	2,11	1,2	2,57	1,8	2,83
0,6	2,20	1,3	2,62	1,9	2,86
0,7	2,28	1,4	2,67	2,0	2,89
0,8	2,35				

Б. К. Ризенкампф (1940), пользуясь условием В. В. Ведерникова на свободной поверхности, решил задачу о фильтрации из канала нулевой глубины, шириной B с учетом действия капиллярных сил. Его формула для трапецеидальных каналов имеет вид:

$$\bar{Q}_{\text{ф}} = kl\mu\lambda(B+2h_0), \qquad (31)$$

где μ — коэффициент, определяемый из формулы 27; λ — коэффициент, учитывающий увеличение фильтрационных потерь под действием капиллярных сил и зависящий от отношения $h_{\text{к}}/B$ (табл. 4).

4. Значения коэффициента λ

$h_{\text{к}}/B$	λ	$h_{\text{к}}/B$	λ
0,2	1,67	1,4	3,84
0,3	1,92	1,6	4,2
0,4	2,14	1,8	4,4
0,5	2,34	2,0	4,7
0,6	2,52	2,5	5,3
0,7	2,70	3,0	6,0
0,8	2,88	3,5	6,6
0,9	3,05	4,0	6,8
1,0	3,22	4,5	7,7
1,2	3,56	5,0	8,2

Н. Н. Веригин (1951) решил задачу, аналогичную предыдущей, но заменил канал нулевой глубины точечным источником, приняв одну из эквипотенциалей (близкую к полуокружности) за смоченный периметр канала. Для определения фильтрационного расхода им

предложен ряд формул, вычисления по которым сведены в таблицу 5 (дополненную автором).

При $h_к/B=0$ решение Н. Н. Веригина приводится к фильтрации из канала без учета действия капиллярных сил, причем расход на фильтрацию

$$Q_0=2kB. \tag{32}$$

Если ввести в формулу расхода поправку на действие капиллярных сил, то можно написать:

$$\overline{Q}_ф=\lambda_1 Q_0, \tag{33}$$

где λ_1 — функция отношения $h_к/B$; Q_0 — расход на фильтрацию из канала без учета действия капиллярных сил.

Значение λ_1 можно взять из таблицы 6, составленной по данным таблицы 5.

5. Зависимость $Q_к/kB$ от $h_к/B$ (по Н. Н. Веригину)

$h_к/B$	$Q_к/kB$	$h_к/B$	$Q_к/kB$	$h_к/B$	$Q_к/kB$
∞	∞	1,77	6,06	0,375	3,30
18,1	24,8	1,36	5,35	0,279	3,05
9,92	16,4	1,05	4,78	0,200	2,81
6,28	12,3	0,822	4,32	0,135	2,60
4,32	9,78	0,638	3,93	0,081	2,40
3,12	8,14	0,493	3,60	0	2,00
2,32	6,95				

6. Зависимость λ_1 от $h_к/B$ (по Н. Н. Веригину)

$h_к/B$	λ_1	$h_к/B$	λ_1	$h_к/B$	λ_1
0	1,0	0,8	2,14	2,0	3,22
0,1	1,25	0,9	2,24	2,5	3,62
0,2	1,41	1,0	2,34	3,0	4,00
0,3	1,56	1,2	2,54	3,5	4,35
0,4	1,70	1,4	2,72	4,0	4,68
0,5	1,82	1,6	2,89	4,5	5,01
0,6	1,93	1,8	3,06	5,0	5,35
0,7	2,04				

Сравнивая действие капиллярных сил по Н. Н. Веригину и Б. К. Ризенкампфу (табл. 4 и 6), видим, что по Н. Н. Веригину они играют меньшую роль. Это объясняется принятой исходной схемой (форма канала).

А. Н. Костяков (1960) учитывает действие капиллярных сил введением поправочного коэффициента $\gamma > 1$ к площади смоченной поверхности откосов канала, как бы удлиняя их. Формула А. Н. Костякова имеет вид:

$$\bar{Q}_{\Phi} = kl\left(b + 2\gamma h_0 \sqrt{1+m^2}\right). \qquad (34)$$

Коэффициент поправки на капиллярное боковое поглощение воды в откосы канала $\gamma = 1{,}1...1{,}4$. Он тем больше, чем больше капиллярность почв.

Зависимости, учитывающие капиллярную водопроницаемость и приведенный расход капиллярной зоны. Водопроницаемость не полностью насыщенной капиллярной зоны резко отличается от водопроницаемости зоны грунтовых вод. Применительно к свободной фильтрации из каналов с учетом этого обстоятельства вносим следующие поправки в расчетные формулы.

Коэффициент фильтрации во всех формулах для определения потерь при свободной фильтрации целесообразно заменить коэффициентом капиллярной водопроницаемости при полной влагоемкости.

Водопроводимость капиллярной зоны значительно меньше водопроводимости зоны полного насыщения, поэтому включение в область фильтрационного потока всей капиллярной зоны наравне с областью грунтовой воды даст преувеличенные значения фильтрационных потерь. В соответствии с изложенным в расчетных формулах, учитывающих действие капиллярных сил, можно принимать вместо полной высоты капиллярного поднятия $h_к$ приведенную высоту $\alpha h_к$ при $\alpha \approx 0{,}3$. Тогда указанные выше формулы примут вид:

формула В. В. Ведерникова при $\bar{h} = h_0 + 0{,}3h_к$

$$\bar{Q}_{\Phi} = k_в l\left(B + \bar{A}\bar{h}\right), \qquad (35)$$

где $\bar{A}$ определяют по таблице 3 в зависимости от $B/\bar{h}$;

формула Б. К. Ризенкампфа

$$\bar{Q}_{\Phi} = k_в l \mu\lambda\left(B + 2h_0\right), \qquad (36)$$

где μ определяют из формулы (27) в зависимости от B/h_0, λ определяют по таблице 4 по отношению $h_к/B$ при $\bar{h}_к = 0{,}3h_к$;

формула П. Н. Павловского — Н. Н. Веригина

$$\bar{Q}_{\Phi} = k_в l\lambda_1\left(B + 2h_0\right), \qquad (37)$$

где λ_1 определяют по таблице 6 при известном отношении $\bar{h}_к/B$ при $\bar{h}_к = 0{,}3h_к$;

формула А. Н. Костякова при $\bar{h}=h_0+0{,}3h_к$

$$\bar{Q}_ф=k_в l(b+2\bar{h}\sqrt{1+m^2}). \qquad (38)$$

Ниже лабораторными опытами будут проверены приведенные теоретические формулы и показано, что наилучшим образом явление свободной фильтрации отражает формула (37), которая может быть представлена в виде

$$\bar{Q}_ф=k_в l[1+(0{,}5h_к/B)](B+2h_0). \qquad (39)$$

В этой формуле принято $\lambda_1=1+0{,}5h_к/B\approx 1+1{,}6\bar{h}_к/B$. Значения λ_1, подсчитанные по этой формуле, отличаются от значений λ_1, приведенных в таблице 6 для $\bar{h}_к/B<1$, на 10%.

Особенность зависимости (39) — учет влияния размеров канала по Н. Н. Павловскому и капиллярных свойств грунта на основании теоретических решений Н. Н. Веригина и В. В. Ведерникова, но с существенной поправкой, учитывающей, что водопроницаемость зоны капиллярной каймы значительно меньше водопроницаемости зоны полного насыщения. На основании авторских работ принято $\bar{h}\approx h_0+0{,}3h_к$.

Формула (39) рекомендуется для определения фильтрационных потерь при установившейся свободной фильтрации $\bar{Q}_ф$.

ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ ПРИ ПОДПЕРТОЙ ФИЛЬТРАЦИИ И ОТСУТСТВИИ ИСПАРЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТОВЫХ ВОД

Выше было показано, что характер и величина фильтрационных потерь зависят от объема фильтрационных вод, поступающих из канала, и возможностей их приема и отвода потоком грунтовых вод.

Если $\bar{Q}_ф<\bar{Q}_д$, то есть когда фильтрационные потери при установившейся свободной фильтрации меньше, чем наибольший возможный подземный отток, то фильтрация из канала останется свободной, и минимальные потери при длительной работе канала определяются величиной $\bar{Q}_ф$.

Если $\bar{Q}_ф>\bar{Q}_д$, то есть когда по природным, и прежде всего гидрогеологическим, условиям подстилающий поток грунтовых вод не может принять в себя и отвести фильтрационные воды, то возникает подпертая фильтрация. В этом случае при весьма длительной работе

канала минимальные фильтрационные потери определяются наибольшим возможным подземным оттоком $\overline{Q}_д$.

Не останавливаясь пока на динамике убывания фильтрационных потерь и нарастании подземного оттока, рассмотрим предельные (наибольшие) значения подземного оттока в различных природных условиях.

Установившийся режим подпертой фильтрации может быть достигнут, когда в результате длительной фильтрации фильтрационные потери будут равны естественному или искусственно созданному оттоку грунтовых вод.

Существуют следующие основные виды оттока грунтовых вод: подземный отток по хорошо водопроницаемому подстилающему пласту (галечник, крупный песок); подземный отток за пределы орошаемых земель, где он расходуется на выклинивание в понижения местности и испарение; подземный отток в понижения местности или в искусственный дренаж в пределах орошаемых земель; расходование грунтовых вод на испарение с их поверхности и транспирацию; частичный подземный отток в естественные понижения или дрены и одновременно испарение с поверхности грунтовых вод.

Подземный отток по хорошо водопроницаемому подстилающему пласту в настоящей работе не разбирается, так как автора в основном интересуют случаи высоких грунтовых вод, когда угрожает засоление земель. Остальные виды подземного оттока в различных условиях рассматриваются в следующих разделах.

Глубокий водоупор. Подпертая фильтрация из канала при отсутствии испарения с поверхности грунтовых вод и глубоком водоупоре возможна при работе канала зимой или при не очень глубоких грунтовых водах, когда они хотя и оказывают подпирающее действие на фильтрацию из канала, но не поднимаются столь высоко, чтобы интенсивно расходоваться на испарение.

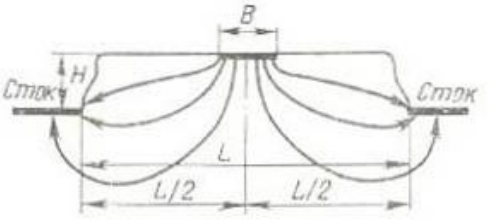


Рис. 4. Схема к расчету фильтрации из канала при симметрично расположенных понижениях и глубоком залегании водоупора.

При подземном оттоке в симметрично расположенные понижения за пределы орошаемых земель мож-

но принять схему фильтрации из канала, изображенную на рисунке 4.

Фильтрационный расход 1 м длины канала равен

$$\bar{Q}_{\text{д}}=k(B-NH), \qquad (40)$$

где $N=2l\bar{\varkappa}/H(1-\bar{\varkappa})$; B и H показаны на рисунке 4; $\bar{\varkappa}$ — модуль полного эллиптического интеграла первого рода, определяемый при $l=0{,}5(L-B)$ из соотношения

$$B/H=2\bar{\varkappa}l/(1-\bar{\varkappa})H+2K/K', \qquad (41)$$

где K и K' — полные эллиптические интегралы первого рода при модулях $\bar{\varkappa}$ и $\bar{\varkappa}'=\sqrt{1-\bar{\varkappa}^2}$.

В. В. Ведерников (1939) для функции N составил график $N(B/H,\ H/l)$, которым трудно пользоваться ввиду узких пределов B/H.

Решение С. Н. Нумерова (1947) отличается введением еще одной переменной — глубины канала. Форма поперечного сечения канала у него принята очередной по некоторой кривой, получающейся в результате конформного отображения полуэллиптического выреза, соответствующего сечению канала в плоскости функции Н. Е. Жуковского, на плоскость потенциала течения. Нахождение фильтрационного расхода у С. Н. Нумерова еще более сложное, чем у В. В. Ведерникова, так как в трансцендентное уравнение (41) входит еще один член, содержащий глубину канала.

Упростим решения В. В. Ведерникова и С. Н. Нумерова, сделав ряд допущений. Уравнение (41) перепишем в виде

$$B/2l=\bar{\varkappa}/(1-\bar{\varkappa})+HK/lK'.$$

При удалении дренажных стоков от канала за пределы орошаемых земель может быть принято $B/2l<0{,}1$, но тогда $\bar{\varkappa}<B/2l$ ввиду положительности обоих членов правой части уравнения. Для малых значений модуля $\bar{\varkappa}$ можно принять:

$$\frac{K}{K'}=\frac{\pi}{2\ln 4/\bar{\varkappa}};\ \bar{\varkappa}=\exp\left(-\frac{\pi}{2}\frac{K'}{K}\right).$$

Ошибка приближенного определения K/K' при $\bar{\varkappa}\leqslant 0{,}4$ меньше 1%. Тогда формула (41) примет вид:

$$1\approx\frac{0{,}5(L-B)}{B}\cdot 8\exp\left(-\frac{\pi}{2}\frac{K'}{K}\right)+\frac{\pi l}{B}\frac{2}{\pi}\frac{K}{K'}. \qquad (42)$$

Обозначая через

$$\alpha = 2\pi HK/B\pi K',\ \lambda_0 = L/B,\ y_0 = H/B,$$

получим

$$y_0 = \frac{1}{\pi}\alpha \ln \frac{4(\lambda_0 - 1)}{1-\alpha} = 0{,}733\alpha \lg \frac{4(\lambda_0 - 1)}{1-\alpha}; \qquad (43)$$

причем формула (40) примет вид:

$$\bar{Q}_д = kB(1 - NH/B) = 2HkBK/BK' = kB\alpha, \qquad (44)$$

а с учетом глубины канала

$$\bar{Q}_д = \bar{Q}_ф \alpha, \qquad (45)$$

где $\bar{Q}_д$ — фильтрационные потери при подпертой фильтрации и наличии стоков за пределами орошаемых земель; $\bar{Q}_ф$ — предельные фильтрационные потери при установившейся свободной фильтрации; α — коэффициент, показывающий подпирающее действие грунтовых вод на потери ($\alpha < 1$). Для определения α из формулы (43) надо знать относительное расстояние до стоков $\lambda_0 = L/B$ и относительное превышение уровня воды в канале над уровнями воды в стоках $y_0 = H/B$.

Для упрощения пользования формулой (43) составлены таблицы 7 и рисунок 5, по которым, зная H/B и L/B, определяют значение α и фильтрационные потери при подпертой фильтрации и наличии стоков за пределами орошаемых земель.

Рассмотренные решения имеют ту особенность, что предполагают наличие понижений, в которые происходит выклинивание грунтовых вод, что далеко не всегда бывает. Возможны отток грунтовых вод в сторону неорошаемых земель (например, в сторону пустынь) и расходование их при этом на насыщение сухих грунтов и частичное испарение без выхода на поверхность.

При подземном оттоке в стороны от канала за пределы орошаемых земель можно принять схему фильтрации из канала, изображенную на рисунке 6. Глубина воды в канале принята весьма небольшой с целью упрощения решения и выяснения влияния уровня грунтовых вод на фильтрационные потери [с учетом глубины канала, см. решение С. Н. Нумерова (1947)]. Растекание грунтовых вод принято происходящим под канал и в стороны от него, причем вдали от канала скорости принимаются очень малыми, то есть при $x = \pm\infty$ и $y = \infty$ $v_x = 0$, $v_y = 0$.

На рисунке 6 представлены границы области движения $2'—1'—1—2$ на плоскости z, плоскость функции те-

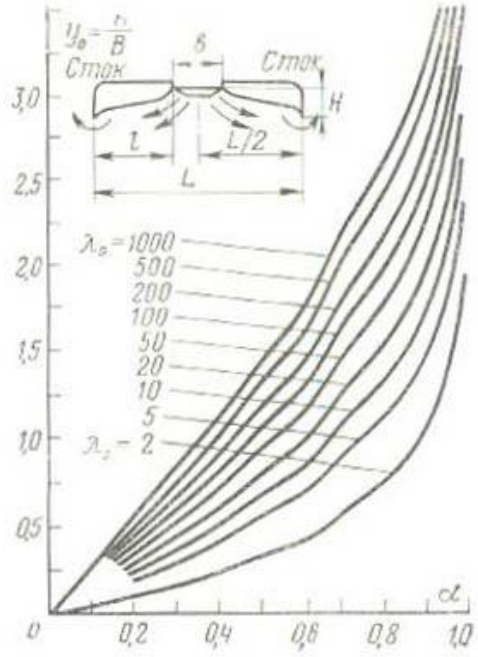


Рис. 5. График для определения фильтрационных потерь из канала при симметрично расположенных стоках.

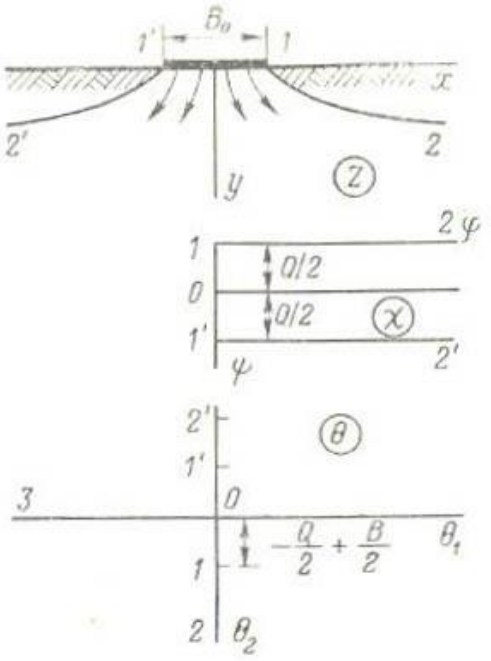


Рис. 6. Схема к расчету фильтрации из канала при высоком уровне грунтовых вод.

чения $\chi=\varphi+i\psi$ и плоскость функции $\Theta=\Theta_1+i\Theta_2$ Н. Е. Жуковского (1937 б), введенной им для решения некоторых задач гидромеханики. При коэффициенте фильтрации $k=1$ $\Theta=\Theta_1+i\Theta_2=\chi+iz=(\varphi-y)+i(\psi+\chi)$.

Соответствие точек плоскостей z, χ, Θ дает:

точка 0

$$z=0,\ \chi=0,\ \Theta=0;$$

точка 1

$$x=B/2,\ y=0,\ \varphi=0,\ \psi=-Q/2,\ \Theta_1=0,$$
$$\Theta_2=-Q/2+B/2.$$

Для поверхности грунтовых вод 1—2

$$\psi-y=0 \text{ (постоянство давления)},$$
$$\psi=-Q/2 \text{ (линия тока)}.$$

Знак минус у значения $Q/2$ поставлен по правилу Н. Е. Жуковского (1935...1937).

Для линии 0—3

$$x=0,\ \psi=0,\ \Theta_2=0.$$

Производя конформное отображение области χ на Θ, получим уравнение:

7. Зависимость $y_0 = H/B$ от $\lambda_0 = L/B$ и $\alpha = \bar{Q}_0/\bar{Q}_\phi$

λ_0	α					
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60
2	0,048	0,102	0,166	0,241	0,331	0,440
5	0,092	0,191	0,299	0,418	0,551	0,705
10	0,117	0,242	0,376	0,521	0,680	0,860
20	0,141	0,290	0,448	0,615	0,799	1,000
50	0,171	0,350	0,538	0,736	0,949	1,180
100	0,194	0,395	0,605	0,826	1,060	1,320
200	0,216	0,439	0,672	0,914	1,170	1,450
500	0,245	0,497	0,759	1,030	1,320	1,630
1 000	0,267	0,541	0,825	1,120	1,430	1,760

Продолжение

λ_0	α					
	0,70	0,80	0,90	0,95	0,99	0,999
2	0,577	0,763	1,06	1,32	1,89	2,64
5	0,885	1,120	1,45	1,74	2,33	3,08
10	1,070	1,320	1,68	1,98	2,58	3,34
20	1,230	1,510	1,90	2,21	2,82	3,58
50	1,440	1,750	2,17	2,50	3,11	3,88
100	1,600	1,930	2,37	2,71	3,34	4,10
200	1,760	2,110	2,57	2,92	3,55	4,32
500	1,970	2,350	2,84	3,20	3,84	4,61
1 000	2,120	2,520	3,04	3,41	4,06	4,84

$$\chi = -\frac{iQ}{\pi} \arcsin \frac{(\psi + x) - i(\varphi - y)}{-Q + B} = \varphi + i\psi .$$

При разделении вещественной и мнимой частей и сравнении их получим

$$\begin{aligned} \psi + x &= -\frac{1}{2}(B - Q) \operatorname{ch} \frac{\pi\varphi}{Q} \sin \frac{\pi\psi}{Q}, \\ y - \varphi &= \frac{1}{2}(B - Q) \operatorname{sh} \frac{\pi\varphi}{Q} \cos \frac{\pi\psi}{Q}. \end{aligned} \qquad (46)$$

Уравнения (46) дают возможность построить сетку движения. Уравнение поверхности грунтовых вод найдем, приняв в формулах (46) $\psi = -Q/2$, что при введении коэффициента фильтрации k приведет к выражению

$$y = \frac{Q}{\pi k} \operatorname{Arch} \frac{2xk - Q}{Bk - Q}, \qquad (47)$$

где Q — расход на фильтрацию из канала в обе стороны на 1 м длины; B — ширина канала по урезу воды.

Приведем уравнение (47) к виду, удобному для практического пользования, введя относительные величины: $x_0=x/B$, $y_0=y/B$, $\alpha=Q/kB$.

Учитывая, что решение получено для весьма малой глубины канала, а при конечной глубине

$$\bar{Q}_\Phi=(1+0{,}5\cdot h_к/L)\,(B+2h_0),$$

принимаем $\alpha=\bar{Q}_Л/\bar{Q}_\Phi$, или

$$\bar{Q}_Л=\alpha\bar{Q}_\Phi, \qquad (48)$$

причем α — отношение дренажного оттока в условиях подпертой фильтрации к расходу установившейся свободной фильтрации.

Значение α найдется из уравнения (47), которое после упрощений принимает вид:

$$y_0=\frac{\alpha}{\pi}\,\mathrm{Arch}\,\frac{2x_0-\alpha}{1-\alpha}. \qquad (49)$$

На основе формулы (49) на рисунке 7 изображена зависимость между α, x_0, y_0, что дает возможность оценить величину подземного оттока и влияние уровня грунтовых вод на уменьшение фильтрационных потерь.

Сравнивая рисунки 5 и 7 и учитывая, что $\lambda_0=2x_0$, видим, что изображенные на них зависимости близки друг к другу, особенно при больших x_0 и λ_0. Это объясняется тем, что при фиксированном и значительно удаленном от канала уровне грунтовых вод [выход их на поверхность (рис. 5) в понижения местности и отток в сторону (рис. 7)] условия дальнейшего их оттока перестают играть существенную роль. При малых x_0 и λ_0 условия для оттока в сторону (рис. 7) благоприятнее, чем выход грунтовых вод в понижения. Поэтому при одинаковых y_0 и x_0 значения α меньше для схемы, изображенной на рисунке 5, чем для схемы, показанной на рисунке 7.

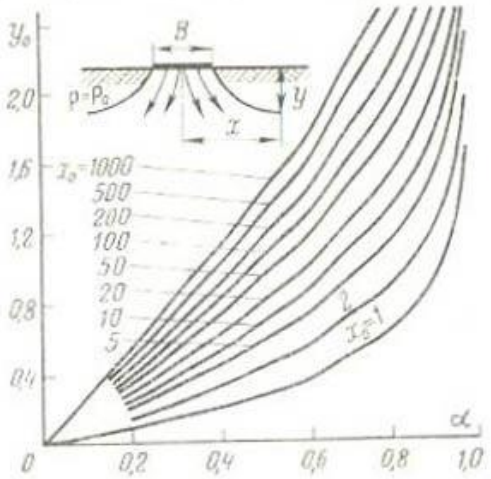


Рис. 7. Влияние уровня грунтовых вод на фильтрацию из канала при установившемся режиме (без учета испарения).

Анализируя рисунок 7

и уравнение (49), можно сделать некоторые выводы о фильтрации из канала и подземном оттоке для условий рассматриваемой задачи (весьма глубокое залегание поверхности водоупора):

максимальная фильтрация из канала при глубоком залегании грунтовых вод равна установившейся свободной фильтрации; в этом случае подземный отток отводит поступающие в него фильтрационные воды;

поверхность грунтовых вод и скорость движения в условиях подпора при фильтрации из канала резко падают при удалении от канала; приближенно можно считать, что уклон поверхности грунтовых вод обратно пропорционален расстоянию от канала;

фильтрация из канала вследствие необеспеченного подземного оттока и подпирающего действия грунтовых вод тем меньше, чем ближе грунтовые воды к уровню воды в канале и чем шире канал. Если установившаяся свободная фильтрация при глубоких грунтовых водах существенно зависит от размеров канала, то при подпоре ширина канала мало влияет на фильтрационные потери, и они определяются в основном подземным оттоком.

Конечная глубина залегания водоупора. Поверхность водоупора не всегда может быть принята залегающей глубоко. Если расстояния между постоянно действующими оросительными каналами измеряются сотнями и тысячами метров, то поверхность водоупора редко залегает глубже 100 м. Следовательно, при подпертой фильтрации, когда фильтрационный поток составляет одно целое с потоком грунтовых вод, необходимо иметь зависимости, учитывающие конечную глубину залегания водоупора.

Зависимость Дюпюи применяется для схемы, изображенной на рисунке 8. Она действительна для условий плавно изменяющегося горизонтального потока. Для обозначений, приведенных на рисунке 8, формула Дюпюи имеет вид:

$$\overline{Q}_{д}=2k\,\frac{(H_0^2-h_0^2)}{(L-B)}, \qquad (50)$$

где $\overline{Q}_{д}$ — подземный отток (фильтрация) в обе стороны от канала при симметрично расположенных стоках (дренах, понижениях).

Особенность формулы (50) — принятие за расчетные сечения потока грунтовых вод вертикалей, проходящих

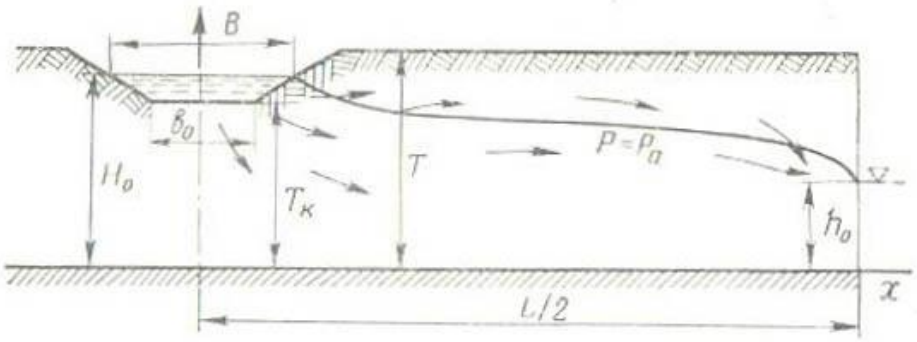


Рис. 8. Фильтрация из канала при стоке и конечной глубине залегания водоупора.

через урез воды в канале ($x=\pm B/2$) и через стоки ($x=\pm L/2$), причем линии тока для них считаются горизонтальными. Ввиду того, что дополнительные сопротивления, возникающие в потоке при выходе его из канала и при входе его в стоки (дрены, понижения), не учитывают, расходы, подсчитанные по формуле (50), дают несколько завышенные результаты.

По предложению Dachlera (1933), при фильтрации из канала при близком залегании поверхности водоупора фильтрационный поток надо разбить на два: нижний, подчиняющийся уравнению Дюпюи, и верхний — область вблизи канала. Проведя между этими потоками условную границу на расстоянии $0{,}5(B+H_0)$, что мотивировано экспериментальными данными, Dachler составил два уравнения для расходов верхнего и нижнего участков с учетом равенства уровней на границе потоков. В условном граничном сечении в выражение для расхода нижнего потока напор входит один раз и явно, а в выражение для расхода верхнего участка входит дважды — явно и во вспомогательной функции, для определения которой Dachler составил графики. Это приводит к необходимости решать уравнение методом подбора для определения расхода по формуле Dachlera, к потере явных зависимостей и не позволяет судить непосредственно о влиянии на фильтрационный поток отдельных факторов: ширины канала, глубины залегания водоупора и т. д.

Учитывая, что определять расход по Dachlery весьма сложно, предлагаем приближенное решение поставленной задачи о фильтрации из канала в дренирующие стоки при высоком уровне грунтовых вод и конечной глубине залегания поверхности водоупора.

В рекомендуемом решении исследуем фильтрацию из каналов для описываемого случая, схематически изображенного на рисунке 8. Рассмотрим сравнительно длинные потоки ($0{,}5L > 2T$), что обычно наблюдается в естественных условиях. Необходимо также учесть высокое расположение уровня грунтовых вод, то есть малость $H_0 - h_0$ по сравнению с T. Поэтому грунт, находящийся выше уровня грунтовых вод (считая его за поверхность, для которой $p = p_a$), смочен водой, поднявшейся под действием поверхностных сил (капиллярная кайма).

Так как при высоком уровне грунтовых вод, особенно при $T - h_0 < h_к$, влажность выше зоны грунтовых вод велика, то пренебрегать расходом воды, которая течет в капиллярной зоне, было бы неверно. Но принятие всей толщи грунта за область потока привело бы к преувеличению его расхода. Поэтому используем прием, рекомендованный выше для учета расхода капиллярной зоны, то есть рассмотрим поток средней глубины $\bar{h}_c = h_{ср} + \alpha h_к$. Отметим также, что при больших длинах потока и малых уклонах его поверхности участок выхода при поступлении потока в сток будет мал.

Принимаем расчетную схему, изображенную на рисунке 9, где B — ширина канала по урезу воды; $T = \bar{h}_{ср}$ — средняя мощность потока грунтовых вод с учетом приведенной высоты капиллярной зоны; a — уровень воды в стоке, отсчитанный от поверхности водоупора; L — двойная длина потока. Решение этой задачи может быть получено методом конформного отображения (Павловский, 1955...1956, и др.).

Этот метод заключается в отыскании напорной функции и функции тока, которые удовлетворяют уравнению Лапласа для области потока, путем конформного отображения области потока на вспомогательную полуплоскость, на которую также конформно отображается простейшая модель фильтрационного течения — прямоугольник. Зная связь между координатами прямоугольника и области потока и имея простые выражения для элементов течения в прямоугольнике, легко определить элементы потока и в рассматриваемой области.

Как видим из рисунка 9, область потока z представляет собой прямоугольник со сторонами L и T.

Отобразим его на вспомогательную полуплоскость ζ так, чтобы начала координат совпали, а точка $z_5 = iT$ перешла в бесконечность в области ζ.

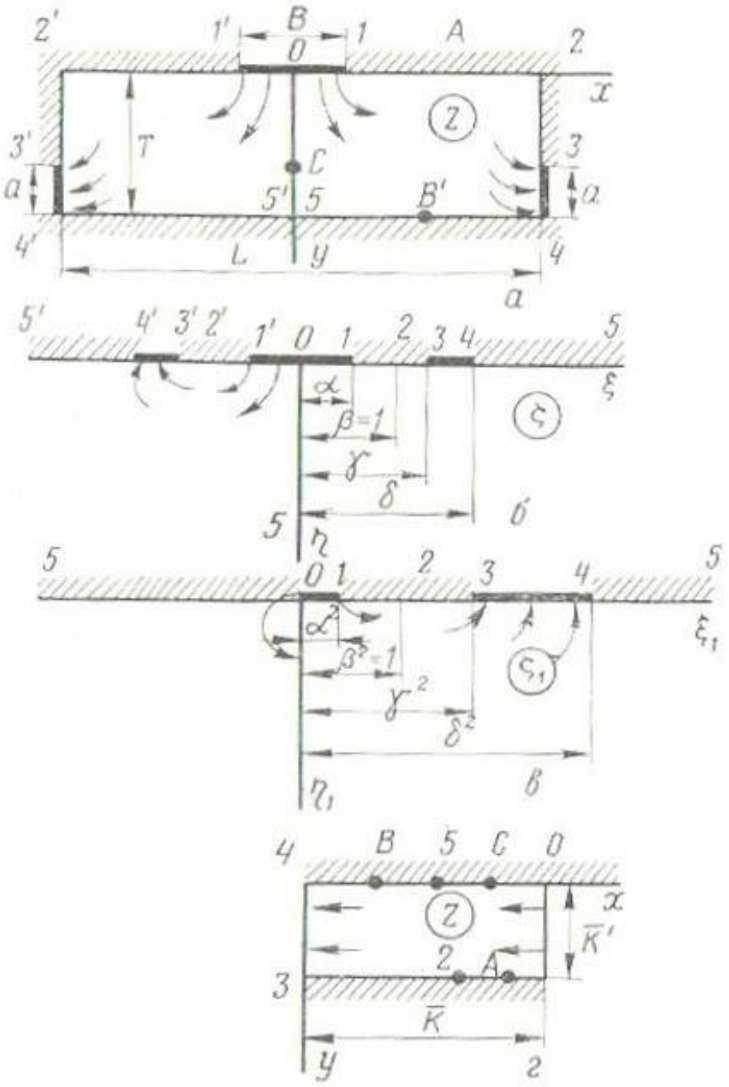


Рис. 9. Схема к расчету фильтрации из канала при конечной глубине залегания водоупора.

По формуле Кристоффеля — Шварца получим:

$$z = A \int_0^{\zeta} \frac{d\zeta}{\sqrt{(\beta^2 - \zeta^2)(\delta^2 - \zeta^2)}} + B.$$

Примем $\beta = 1$ при $\varkappa = \frac{1}{\delta}$, тогда

$$z = \frac{A}{\delta} F(\zeta;\ \varkappa) + B, \qquad (51)$$

где $F(\zeta;\ \varkappa)$ — эллиптический интеграл первого рода при модуле $\varkappa$; A, B — произвольные постоянные.

Для точки 0: $z = 0$, $\zeta = 0$, $F(0) = 0$, $B = 0$,
Для точки 5: $z = iT$, $\zeta = \infty$,

Выражение (51) может быть переписано в виде

$$\operatorname{sn}(z\delta/A;\ \varkappa)=\zeta,$$

где $\operatorname{sn} u$ — эллиптический синус Якоби.

Тогда для точки 5 получим:

$$\operatorname{sn}(\delta iT/A;\ \varkappa)=\infty.$$

Известно, что $\operatorname{sn}(K'i;\ \varkappa)=\infty$, откуда $K'i=\delta iT/A$, $A=\delta T/K'$.

Формула (51) после подстановки постоянных A и B примет вид:

$$z=\frac{T}{K'}F(\zeta;\ \varkappa), \tag{52}$$

где K' — полный эллиптический интеграл первого рода при модуле $\varkappa$, $\varkappa'=\sqrt{1-\varkappa^2}$, $\varkappa=1/\delta$.

Произведем еще вспомогательное отображение полуплоскости ζ на полуплоскость ζ_1, причем

$$\zeta_1=\zeta^2. \tag{53}$$

Ось 0η полуплоскости ζ обратится в отрицательную ось $-0\xi_1$ полуплоскости ζ_1, что удобно для отображения прямоугольника.

Отобразим прямоугольник области Z на вспомогательную полуплоскость ζ_1; для этого случая можно написать:

$$Z=F\left(\sqrt{\frac{(\zeta_3-\zeta_0)(\zeta_4-\zeta_1)}{(\zeta_4-\zeta_0)(\zeta_3-\zeta_1)}};\ \bar{x}\right),$$

где $F(u,\ \bar{\varkappa})$ — эллиптический интеграл первого рода;

$$\bar{\varkappa}=\sqrt{\frac{(\zeta_3-\zeta_1)(\zeta_4-\zeta_0)}{(\zeta_4-\zeta_1)(\zeta_3-\zeta_0)}}.$$

Подставляя значения $\zeta_0=0$, $\zeta_1=\alpha^2$, $\zeta_3=\gamma^2$, $\zeta_4=\delta^2$, получаем:

$$Z=F\left(\frac{\gamma}{\delta}\sqrt{\frac{\delta^2-\zeta^2}{\gamma^2-\zeta^2}};\ \bar{x}\right). \tag{54}$$

Сравнение формул (52) и (54) дает:

$$\operatorname{sn}^2\left(\frac{\delta z}{A};\ \varkappa\right)=\frac{1-\operatorname{sn}^2(Z;\ \bar{\varkappa})}{\varkappa^2\left[1-\frac{\delta^2}{\gamma^2}\operatorname{sn}^2(Z;\ \bar{\varkappa})\right]}$$

при

$$\varkappa = 1/\delta,\ \varkappa = \sqrt{(1-\alpha^2\gamma^2)/(1-\alpha^2\delta^2)}.$$

Определив постоянные α, δ, γ из соответствия точек, получим:

$$K'/K = 2T/L,\ \alpha = \operatorname{sn}(K'B/2T;\ \varkappa),\ \gamma = \frac{1}{\varkappa}\operatorname{dn}(K'a/T;\ \varkappa'),$$

$$\delta/A = K'T,\ \delta = 1/\varkappa,$$

$$\bar{\varkappa} = \frac{\sqrt{\operatorname{dn}^2\left(\frac{K'a}{T};\ \varkappa'\right) - \varkappa^2\operatorname{sn}^2\left(\frac{K'B}{2T};\ \varkappa\right)}}{\operatorname{dn}\left(\frac{K'B}{2T};\ \varkappa\right)\operatorname{ln}\left(\frac{K'a}{T};\ \varkappa'\right)}. \qquad (55)$$

Расход на фильтрацию из канала в обе стороны

$$Q = 2k(H_0 - h_0)\bar{K}'/\bar{K}. \qquad (56)$$

Порядок расчета таков. По отношению $2T/L = K'/K$ находим модуль эллиптического интеграла $\varkappa$ и полные эллиптические интегралы K, K'. Зная $\varkappa$, K, K', по формуле (55) находим модуль $\bar{\varkappa}$, а по нему отношение $\bar{K}'/\bar{K}$, что при подстановке в уравнение (56) дает значение расхода.

Сделаем в формуле (56) некоторые упрощения. Для дополнительного модуля $\bar{\varkappa}' = \sqrt{1-\bar{\varkappa}^2}$:

$$\bar{\varkappa}' = \frac{\varkappa\operatorname{sn}(K'B/2T;\ \varkappa)\varkappa'\operatorname{sn}(K'a/T;\ \varkappa')}{\operatorname{dn}(K'B/2T;\ \varkappa)\operatorname{dn}(K'a/T;\ \varkappa')}. \qquad (57)$$

При условии $L/2T > 2$ можно принять $K' \to \pi/2$; $\varkappa \to 1$; $\varkappa' \to 0$. Тогда $\operatorname{dn}(u, 0) = 1$, $\operatorname{sn}(u, 0) = \sin u$, $\operatorname{dn}(u, 1) = 1/\operatorname{ch} u$, $\operatorname{sn}(u, 1) = \operatorname{th} u$. Подстановка в формулу (57) дает $\bar{\varkappa}' \approx \approx \varkappa\varkappa'\sin(\pi a/2T)\operatorname{sh}(\pi B/4T)$.

Учитывая приближенное равенство $K \approx \ln(4/\varkappa') = K'L/2T = \pi L/4T$, $\varkappa' = 4\exp(-\pi L/4T)$, получаем $\bar{\varkappa}' = 4\sin(\pi a/2T)\operatorname{sh}(\pi B/4T)\exp(-\pi L/4T)$.

Аналогично, найдя по $\bar{\varkappa}'$ отношение $\bar{K}'/\bar{K}$, получим:

$$\psi = \frac{\bar{K}'}{\bar{K}} \approx \frac{\pi}{2\ln\frac{4}{\bar{\varkappa}'}} = \frac{2T}{L}\cdot\frac{1}{1 - 2{,}93\frac{T}{L}\lg\sin\frac{\pi a}{2T}\operatorname{sh}\frac{\pi B}{4T}}. \qquad (58)$$

Расход на фильтрацию из канала в обе стороны

$$Q = 2k(H_0 - h_0)\psi, \qquad (59)$$

где ψ определяется по формуле (58).

Так как $a/T<1$ и B/T также мало, знаменатель в дроби выражения (58) всегда положителен.

Формулу (59), заменяя T на среднюю мощность потока $\bar{h}_{ср}$, можем переписать в виде

$$Q=k2(H_0-h_0)\bar{h}_{ср}\beta/0{,}5L=\beta Q_д. \qquad (60)$$

В последней формуле $Q_д$ означает расход воды по Дюпюи, а

$$\beta=\frac{1}{1+\bar{h}_{ср}(D+Б)/0{,}5L}, \qquad (61)$$

$$D=1{,}47\lg\frac{1}{\sin(\pi a/2\bar{h}_{ср})}, \qquad (62)$$

$$Б=1{,}47\lg\frac{1}{\mathrm{sh}(\pi B/4\bar{h}_{ср})}. \qquad (63)$$

Формулы показывают, что расход на фильтрацию из канала для рассматриваемого случая меньше, чем расход, подсчитанный по формуле Дюпюи (так как $\beta<1$). Коэффициент уменьшения расхода β учитывает: коэффициентом Б — влияние искривления струй фильтрационного потока при выходе его из узкого канала в широкий поток грунтовых вод и изменение вертикального течения на горизонтальное; коэффициентом D — влияние сужения выходного сечения потока при поступлении его в дрену ($a<\bar{h}_{ср}$).

Пользуясь формулой (61), можно оценить влияние ширины канала на фильтрационный расход при высоких грунтовых водах.

Приняв $a\approx\bar{h}_{ср}$, получим:

$$\beta=\frac{1}{1+\dfrac{\bar{h}_{ср}}{0{,}5L}\,1{,}47\lg\dfrac{1}{\mathrm{sh}(\pi B/4\bar{h}_{ср})}}. \qquad (64)$$

Рассматривая реальные пределы изменения $\bar{h}_{ср}$, $0{,}5L$, B, принимаем $h_{ср}/0{,}5L<0{,}3$, $B/\bar{h}_{ср}<1$ и составляем таблицу 8 значений коэффициента β в зависимости от отношений $B/\bar{h}_{ср}$ и $\bar{h}_{ср}/0{,}5L$.

При высоких грунтовых водах ширина канала влияет на фильтрацию из него незначительно (табл. 8), причем это влияние тем больше, чем короче потоки. Для длинных потоков расход в результате сужения канала уменьшается мало. Так, если для короткого потока ($h_{ср}/0{,}5L=0{,}3$) при уменьшении ширины канала в

100 раз (от $B/\bar{h}_{ср}=1$ до $B/\bar{h}_{ср}=0{,}01$) расход на фильтрацию из канала падает почти в 2 раза $\frac{0{,}973-0{,}520}{0{,}973}\cdot 100=47\%$, то для длинного потока ($\bar{h}_{ср}/0{,}5L=0{,}01$) это падение составляет $\approx 3\%$.

8. Значения коэффициента β при высоком уровне грунтовых вод, конечной глубине залегания поверхности водоупора и наличии дренажа

$\bar{h}_{ср}/0{,}5L$	$B/\bar{h}_{ср}$					
	1,00	0,80	0,60	0,40	0,20	0,10
0,30	0,973	0,930	0,880	0,820	0,740	0,673
0,20	0,985	0,952	0,917	0,874	0,810	0,756
0,10	0,991	0,976	0,957	0,932	0,895	0,861
0,08	0,994	0,981	0,967	0,945	0,914	0,886
0,06	0,995	0,986	0,973	0,958	0,934	0,911
0,04	0,996	0,990	0,982	0,972	0,957	0,940
0,02	0,998	0,996	0,992	0,986	0,987	0,969
0,01	0,999	0,998	0,996	0,993	0,989	0,986

Продолжение

$\bar{h}_{ср}/0{,}5L$	$B/\bar{h}_{ср}$						
	0,08	0,06	0,04	0,02	0,01	0,002	0,001
0,30	0,653	0,630	0,600	0,557	0,520	0,448	0,423
0,20	0,740	0,720	0,693	0,654	0,618	0,549	0,524
0,10	0,851	0,838	0,820	0,790	0,764	0,708	0,688
0,08	0,877	0,865	0,850	0,826	0,802	0,753	0,734
0,06	0,906	0,897	0,873	0,863	0,844	0,803	0,785
0,04	0,933	0,928	0,918	0,906	0,889	0,859	0,846
0,02	0,967	0,962	0,958	0,949	0,943	0,926	0,917
0,01	0,984	0,981	0,978	0,975	0,971	0,961	0,957

Таким образом, для наиболее часто встречающихся в практике случаев $0{,}5<\beta<1$. Это подтверждает ранее сделанные выводы о малом влиянии ширины канала на фильтрационные потери при подпертой фильтрации.

Для случаев, когда дрены прорезают не весь пласт грунтовых вод, в формулу (60) для определения фильтрационного расхода следует ввести поправку на дополнительные сопротивления, связанные с поступлением фильтрационного потока в дрены.

Расход в этом случае уменьшается введением коэффициента висячести α. Этот вопрос разработан Н. К. Гиринским (1944, 1947) и С. Ф. Аверьяновым (1947, 1948) для расчета дренажа.

Выражение для коэффициента висячести примем в виде

$$\alpha = \frac{1}{1 + h_{ср} A / 0{,}5L}, \tag{65}$$

где

$$A = 1{,}47 \lg \frac{1}{\sin(\pi\chi/2)}, \tag{66}$$

$$\chi = (s + 0{,}5b)/\bar{h}_{ср};$$

s — глубина воды в дрене; b — ширина дрены по дну; $\bar{h}_{ср}$ — средняя глубина потока грунтовых вод с учетом капиллярной зоны.

Вводя поправку на висячесть дрен в формулу расхода, получаем:

$$Q = 2k\bar{h}_{ср}(H_0 - h_0)\,\alpha\beta/0{,}5L, \tag{67}$$

где $(H_0 - h_0)$ — превышение уровня воды в канале над уровнем воды в дренах (стоках).

Формула (67) приближенная; более точно следует писать $Q = \beta^* Q_д$, причем

$$\beta^* = \frac{1}{1 + \bar{h}_{ср}(A + Б + D)/0{,}5L}.$$

Формула (67) — развитие формулы Дюпюи при дополнительном учете: водопроводимости капиллярной зоны, дополнительных потерь на расширение и изгиб потока в его начале, на сжатие и изгиб потока при поступлении его в стоки. Она показала удовлетворительные результаты при опытной проверке, поэтому в дальнейших расчетах целесообразнее использовать эту зависимость. Формула (67) имеет и то преимущество, что дополнительные сопротивления на расширение и сужение потока учитываются в ней простым введением коэффициентов $\beta < 1$ и $\alpha < 1$ в обычную формулу для плавно изменяющегося движения (Дюпюи), что существенно при переходе к рассмотрению неустановившегося движения грунтовых вод.

Предложение Н. Е. Жуковского применяется для изучения некоторых общих свойств режима грунтовых вод орошаемых массивов. Обычно грунтовые воды под орошаемыми массивами представляют собой потоки подземных вод (в частном случае бассейны подземных вод), отличительные черты которых — большое горизонтальное простирание по сравнению с их глубиной и сравни-

тельно небольшие продольные уклоны. Типичные условия имеют орошаемые массивы Средней Азии и Закавказья, характеристика которых приведена в таблице 9.

9. Характеристика орошаемых массивов

Место расположения орошаемых массивов	Протяженность L, м	Мощность пород T, м	
		водоносных	покровных
Горные участки речных долин	1 000...10 000	5...10	1...5
Конусы выноса рек	20 000...50 000	50...100	0...30
Аллювиальные террасы рек	10 000...50 000	20...30	5...30
Пролювиально-аллювиальные равнины	20 000...100 000	100...200	5...10
Сухие дельты	40 000...50 000	20...50	2...20
Современные дельты	50 000...200 000	15...25	0...5

Продолжение

Место расположения орошаемых массивов	Уклоны поверхности	L/T
Горные участки речных долин	0,01...0,02	100...2 000
Конусы выноса рек	0,02...0,05 (Периферия 0,001...0,05)	200...1 000
Аллювиальные террасы рек	0,001...0,05	300...5 000
Пролювиально-аллювиальные равнины	0,0001...0,001	100...1 000
Сухие дельты	0,001...0,002	800...2 500
Современные дельты	0,0001...0,0005	2 000...10 000

Примечание. Таблица составлена Е. А. Калинским под руководством А. Н. Костякова и автора настоящей книги в 1949 г.

Отношение линейных размеров потока грунтовых вод в плане не менее чем в 100 раз превосходит его мощность, причем уклоны поверхности грунтовых вод, как правило, невелики (за исключением горных участков рек и конусов выноса). Изменения в потоке грунтовых вод, вызываемые фильтрацией из каналов, дренирующим действием искусственных и естественных стоков и другими причинами, сказываются в основном на горизонтальном движении, так как вертикальное перемеще-

ние вследствие ограниченности размеров в плане источников возмущений и малой мощности потока грунтовых вод (по сравнению с его протяженностью) носит местный характер. Здесь не рассматривается подпитывание напорными подземными водами из глубинных пластов. Исследования этого вопроса, проведенные для дрен (Аверьянов, 1948) и для каналов (стр. 33), показали, что уже на расстояниях $x>T$, где T — мощность потока грунтовых вод, поток становится почти горизонтальным. Даже для таких сосредоточенных стоков, какими являются скважины с их малыми диаметрами, уже на расстоянии $x>T$ поток выравнивается, принимая почти параллельно-струйный характер (Аверьянов, 1949 б).

Отсюда возникает предположение о возможности для длинных и относительно неглубоких потоков грунтовых вод использовать принцип сложения потоков, которое применительно к грунтовым водам впервые в 1888 г. сделал Н. Е. Жуковский (1935...1937), где он писал: «Обнаружим, что понижение уровня нортона в случае колодца, заложенного в подпочвенном потоке жидкости, то же, что при отсутствии потока». Это предложение Н. Е. Жуковского применительно к горизонтальному дренажу было использовано Н. К. Гиринским (1944, 1947), С. Ф. Аверьяновым (1947, 1948, 1949 б) и в настоящей работе применительно к фильтрации из каналов.

Расширяя предложение Н. Е. Жуковского, можно высказать следующее общее предположение: режим грунтовых вод в естественных и нарушенных условиях в большинстве случаев может рассматриваться как сумма режимов, вызванных отдельными и независимо действующими факторами питания или оттока грунтовых вод. Исключение составляют области, прилегающие непосредственно к источникам питания или стока. Это предположение можно отнести как к установившимся, так и к неустановившимся режимам.

В ряде работ (Аверьянов, 1947, 1948, 1949 б) теоретически и экспериментально показана справедливость высказанного предположения. Если можно рассматривать режим грунтовых вод как сумму режимов, вызванных отдельными факторами, то влияние на режим грунтовых вод гидротехнических сооружений, сельскохозяйственных мероприятий и других воздействий человека можно рассматривать как изменения, вносимые в суще-

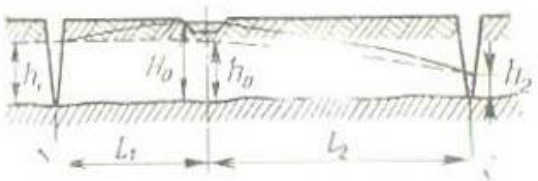


Рис. 10. Схема к расчету фильтрации из канала при несимметрично расположенных стоках.

ствующий известный режим грунтовых вод, что значительно упрощает и уточняет анализ и прогноз режима грунтовых вод с целью управления им.

Применительно к разбираемому случаю установившейся подпертой фильтрации возможны такие рассуждения (рис. 10). До постройки канала поток грунтовых вод (пунктирная линия на рис. 10) равен $Q_0 = k(h_1^2 - h_2^2)/2L$, причем если глубина потока грунтовых вод в створе канала была h_0, то

$$Q_0 = k\frac{h_1^2 - h_0^2}{2L_1} = k\frac{h_0^2 - h_2^2}{2L_2}. \qquad (68)$$

После устройства канала расход будет равен в левое понижение $Q'_\Phi = k(H_0^2 - h_1^2)/2L_1$, а в правое $Q''_\Phi = k(H_0^2 - h_2^2)/2L_2$. Суммарный фильтрационный расход будет равен:

$$Q_\Pi = Q'_\Phi + Q''_\Phi = k\frac{H_0^2 - h_1^2}{2L_1} + k\frac{H_0^2 - h_2^2}{2L_2}. \qquad (69)$$

Изменение расхода будет равно в левый сток $Q'_\Phi - Q_0 = k(H_0^2 - h_0^2)/2L_1$, а в правый сток $Q''_\Phi - Q_0 = k(H_0^2 - h_0^2)/2L_2$. Суммарное изменение расходов, поступающих в стоки, будет определяться по формуле

$$\frac{k(H_0^2 - h_0^2)}{2L_1} + \frac{k(H_0^2 - h_0^2)}{2L_2} = \frac{k}{2}(H_0^2 - h_0^2)\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right), \qquad (70)$$

что равно фильтрационному расходу, вычисляемому по формуле (69) с учетом выражения (68).

Отсюда видим, что расход на фильтрацию из канала в рассматриваемом случае можно подсчитать, не учитывая уровней воды в стоках h_1 и h_2, а принимая во внимание существующую поверхность грунтовых вод в створе канала h_0, то есть в данном случае оправдывается гипотеза Н. Е. Жуковского о независимости воздействия, оказываемого на поток его уклоном.

Обозначим превышение уровней воды в канале над поверхностью грунтовых вод через $\Delta = H_0 - h_0$ и среднее расстояние от канала до стоков через $L_0 = 0{,}5(L_1 + L_2)$.

Тогда формула (70) даст расход дренажного оттока

$$\bar{Q}_д = \frac{2k\Delta[h_0 + (\Delta/2)]}{L_0}\left(\frac{L_0}{L_1}\right)\left(\frac{L_0}{L_2}\right). \qquad (71)$$

Значение $\Delta \ll h_0$, поэтому можем принять величину $h_0 + 0{,}5\Delta$ за среднюю мощность потока грунтовых вод $\bar{h}_{ср}$.

Введем коэффициент несимметрии расположения стоков (предложено М. И. Каплинским в 1947 г.):

$$\lambda = (L_0/L_1)\,(L_0/L_2), \qquad (72)$$

при

$$L_0 = 0{,}5(L_1 + L_2). \qquad (73)$$

Тогда выражение (67) для определения подземного оттока окончательно примет вид:

$$\bar{Q}_g = 2k(H_0 - h_0)\,\bar{h}_{ср}\alpha\beta\lambda/L_0, \qquad (74)$$

где k — коэффициент фильтрации, м/сут; $\bar{h}_{ср}$ — средняя мощность потока грунтовых вод с учетом капиллярной водопроводимости, м; L_0 — среднее расстояние от канала до естественных понижений, дренажа или до мест фиксированных уровней грунтовых вод; м; λ — коэффициент несимметрии расположения стоков, определяемый по формуле (72); $(H_0 - h_0)$ — превышение уровней воды в канале над поверхностью грунтовых вод в его створе, существующей до сооружения канала.

Значения коэффициентов α и β при несимметричном расположении стоков определяются следующими соотношениями (Аверьянов, 1949 б):

$$\beta = \frac{2\beta_1\beta_2}{\beta_1 + \beta_2},\ \beta_1 = \frac{1}{1 + \bar{h}_{ср}(Б + D_1)/L_1},\ \beta_2 = \frac{1}{1 + \bar{h}_{ср}(Б + D_2)/L_2},$$

где Б определяется по формуле (63), а D_1 и D_2 — по формуле (62) при $a = a_1$ и $a = a_2$ соответственно;

$$\alpha = \frac{2a_1a_2}{a_1 + a_2},\ a_1 = \frac{1}{1 + \bar{h}_{ср}A_1/L_1},\ a_2 = \frac{1}{1 + \bar{h}_{ср}A_2/L_2},$$

где A_1 и A_2 определяются по формуле (66) при $s_1 + 0{,}5b_1$ для левого и $s_2 + 0{,}5b_2$ для правого понижений.

Формула (74), являющаяся развитием формулы Дюпюи в дополнение к формуле (67), учитывает несимметрию расположения стоков. Ее можно рекомендовать для определения предельного подземного оттока при наличии естественных понижений местности, дрен или обеспеченного оттока грунтовых вод за пределы орошаемых земель.

ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ, РАСХОДУЕМЫЕ НА ИСПАРЕНИЕ С ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТОВЫХ ВОД

О зависимости испарения от уровня грунтовых вод. На орошаемых массивах с неблагоприятным мелиоративным состоянием, то есть там, где необходимо проводить мероприятия по уменьшению фильтрации из каналов и по увеличению дренажного стока, существенную роль играет расходование грунтовых вод на испарение с их поверхности. Такая роль испарения вполне понятна, если учесть климатические особенности основных районов орошения: жаркое лето, малое количество осадков и т. д. Если фактическое испарение с поверхности суши в пустынных и полупустынных районах СССР составляет всего 100...200 мм в год, то возможное испарение, или испаряемость с водной поверхности, в этих же районах достигает 2 000 мм в год и более.

Общепринятый в мелиоративной и почвоведческой литературе термин «испарение с поверхности грунтовых вод» неточно отражает физический смысл явления, так как в большинстве случаев грунтовые воды расходуются на насыщение капиллярной каймы, а уже из нее влага отбирается корнями растений, расходуется на транспирацию и частично испаряется с поверхности почвы.

Многочисленные опытные данные показывают резкое убывание испарения с понижением уровня грунтовых вод [см. опытные данные М. М. Крылова, Б. С. Конькова, А. Ф. Сляднева, П. А. Кенесарина, В. А. Ковды и других исследователей, приведенные в работе В. А. Ковды (1946...1947)]. Причем при некотором расположении уровня грунтовых вод испарение с их поверхности практически прекращается.

На основании полевых наблюдений можно предложить следующую эмпирическую приближенную зависимость между интенсивностью испарения e и глубиной стояния грунтовых вод Δ:

$$e = e_0 [1 - (\Delta/\Delta_0)]^n, \qquad (75)$$

где e — интенсивность испарения при глубине стояния грунтовых вод Δ; e_0 — интенсивность испарения с поверхности почвы при очень высоком стоянии грунтовых вод (приближенно может быть принята равной испарению с водной поверхности); Δ_0 — критическая глубина стояния грунтовых вод, с которой начинается заметное их расходование на испарение; n — показатель степени ($1 < n < 3$, обычно $n \approx 2$).

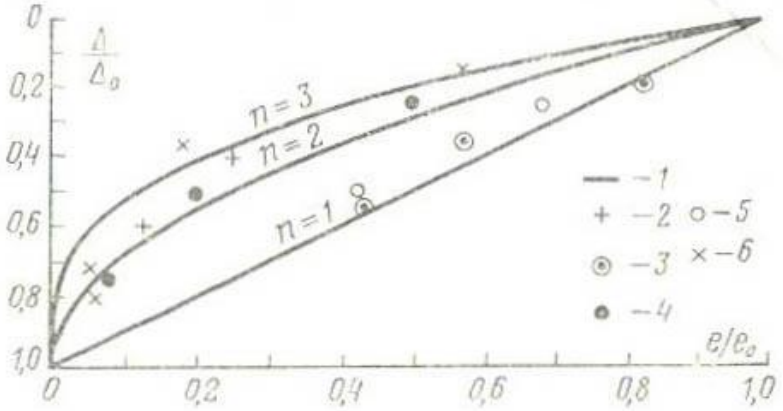


Рис. 11. Зависимость e/e_0 от Δ/Δ_0:

1 — теоретические значения по формуле (75) при $n=1$; 2; 3; опытные данные: *2* — С. Л. Миркина, *3* — Н. А. Кенесарина, *4* — Б. С. Конькова (залежь без растительного покрова), *5* — Б. С. Конькова (естественный растительный покров), *6* — Ф. П. Саваренского.

На рисунке 11 представлены графически зависимость (75) и опытные данные различных авторов, обобщенные в работе В. А. Ковды (1946...1947). Отметим, что выражение (75) предполагает суммарное испарение с поверхности почвы и транспирацию, хотя в явном виде они не разделены. В некоторых случаях испарение с поверхности земли и транспирация могут несколько превышать испарение с водной поверхности, что подтверждается опытными наблюдениями. При расчетах величины e по формуле (75) для реальных условий значение e_0 следует определять как наибольшую наблюденную интенсивность суммарного испарения при заданной агротехнике и урожайности и при оптимальном увлажнении почвы. В приближенных расчетах, особенно при расчетах фильтрации из каналов, можно принимать e_0 равной испарению с водной поверхности.

Рассмотрим случай опускания грунтовых вод под действием испарения и транспирации. Примем за начальный уровень грунтовых вод глубину Δ_1, отсчитываемую от поверхности земли, причем $0<\Delta_1<\Delta_0$, и найдем время, за которое грунтовые воды опустятся до глубины Δ_2 от поверхности земли. Так как интенсивность испарения зависит от уровня грунтовых вод, то уравнение баланса, учитывая формулу (75), будет иметь вид:

$$e_0\left[1-(\Delta/\Delta_0)\right]^n dt = m d\Delta, \qquad (76)$$

где Δ — переменная (в данный момент времени t) глубина стояния грунтовых вод; m — свободная порозность в области колебания

уровня грунтовых вод; при $n=2$ интегрирование формулы (76) в пределах от $t=0$ и $\Delta=\Delta_1$ до $t=t$ и $\Delta=\Delta_2$ дает

$$t=\frac{m\Delta_0}{e_0}\left(\frac{\Delta_0}{\Delta_0-\Delta_2}-\frac{\Delta_0}{\Delta_0-\Delta_1}\right). \qquad (77)$$

Опускание уровня грунтовых вод за время t найдем так:

$$\Delta_2-\Delta_1=\frac{\Delta_0-\Delta_1}{1+\frac{\Delta_0}{\Delta_0-\Delta_1}\cdot\frac{m\Delta_0}{te_0}}. \qquad (78)$$

Подпертая фильтрация из каналов при расходовании грунтовых вод на испарение с их поверхности (при $e=\text{const}$). Хотя испарение с поверхности грунтовых вод существенно зависит от глубины расположения их поверхности и это обстоятельство будет учтено в дальнейшем, сначала рассмотрим фильтрацию из каналов при расходовании грунтовых вод на испарение с их поверхности с осредненной по времени и по площади интенсивностью. Такое допущение позволяет рассмотреть этот вопрос гидромеханическим методом, что имеет преимущества при выяснении характеристик формирующегося потока грунтовых вод и, в частности, позволяет оценить влияние уровня грунтовых вод и ширины канала на фильтрационные потери.

Расчетная схема изображена на рисунке 12. Из канала шириной B и весьма малой глубиной воды происходит фильтрация при близких грунтовых водах и испарение с поверхности грунтовых вод со средней интенсивностью e. Водоупор залегает весьма глубоко, рассматривается система каналов, находящихся на расстоянии L. Требуется определить связь между фильтрационным расходом из канала Q и уровнем грунтовых вод Δ на границе потока.

Так как движение установившееся и принято, что весь фильтрационный расход затрачивается на испарение с поверхности грунтовых вод, то

$$Q=e(L-B). \qquad (79)$$

Если интенсивность испарения не ограничивается, то предельный фильтрационный расход из канала на 1 м без учета глубины его наполнения h_0 и капиллярных свойств грунта равен:

$$\bar{Q}_\Phi\approx kB. \qquad (80)$$

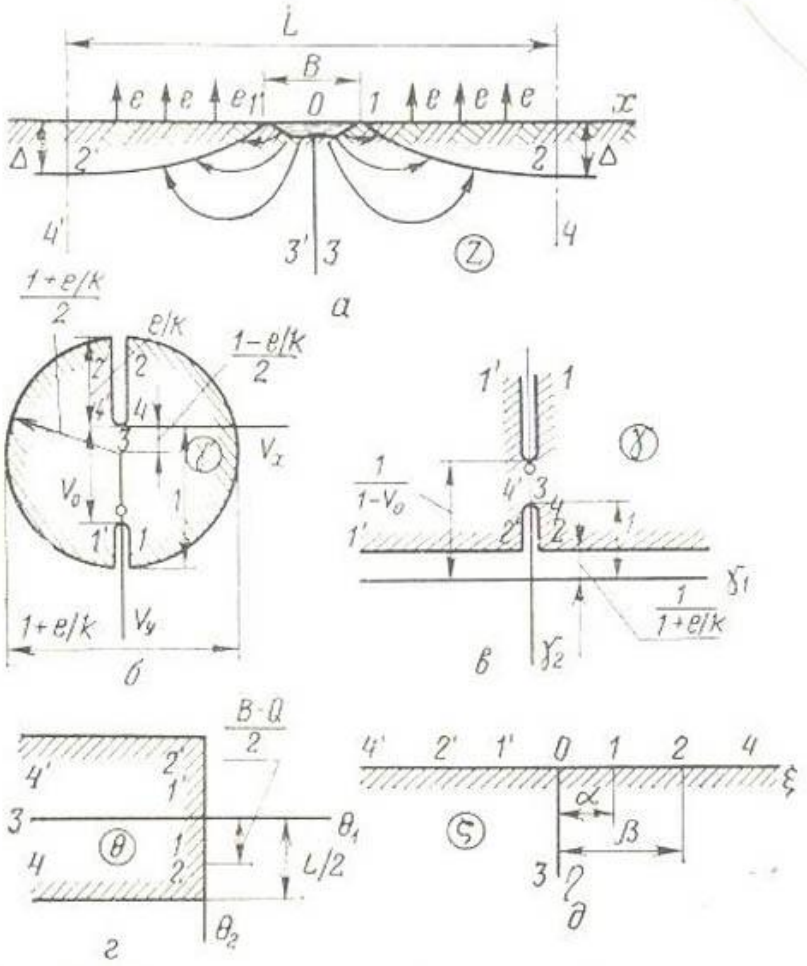


Рис. 12. Схема к расчету фильтрации из канала при высоком уровне грунтовых вод с учетом испарения.

С учетом h_0 и капиллярных свойств потери при установившейся свободной фильтрации определяются по формуле (39). Фактический расход на фильтрацию из-за подпирающего действия грунтовых вод меньше, чем $\bar{Q}_ф$. Если интенсивность испарения с поверхности грунтовых вод e меньше величины, получающейся из сравнения формул (79) и (80),

$$e_0 = \bar{Q}_ф/(L-B) \approx kB(L-B), \qquad (81)$$

то в этом случае возможно установившееся движение испаряющегося грунтового потока ($e \leqslant e_0$). При $e > e_0$ расход на фильтрацию из канала Q достигнет наибольшего значения, а уровень грунтовых вод будет опускаться, то есть установившееся движение грунтовых вод в этом случае возможно при отрыве уровня грунтовых вод от уровня воды в канале. Изменения фильтрационного расхода Q и интенсивности испарения с поверхно-

сти грунтовых вод e примем в пределах: $0<Q<\bar{Q}_{\Phi}$, $0<e<e_0$.

Для решения задачи построим годограф скоростей (рис. 12,*б*) и некоторых вспомогательных функций (Полубаринова-Кочина, 1952, 1952 а; Аравин, Нумеров, 1953; Ведерников, 1939, 1940, 1947, 1949; Нельсон-Скорняков, 1947). Составим вспомогательную комплексную функцию Θ Н. Е. Жуковского (рис. 12,*г*). Если комплексный потенциал течения $\chi=\varphi+i\psi$, то выражение функции Θ будет:

$$\Theta=\chi+iz=\varphi-y+i(\psi+x), \tag{82}$$

или

$$\Theta=\Theta_1+i\Theta_2 \text{ при } \Theta_1=\varphi-y,\ \Theta_2=\psi+x. \tag{83}$$

Особенность этой функции — постоянство значения Θ_1 на поверхности грунтовых вод вследствие того, что давление принято постоянным ($p=\text{const}$).

Воспользуемся функцией $\gamma=dz/d\Theta$, введенной в теорию фильтрации В. В. Ведерниковым (рис. 12, *в*), причем

$$\frac{d\Theta}{dz}=\frac{d[(\varphi-y)+i(\psi+x)]}{d(x+iy)}=\frac{\partial\varphi}{\partial x}+i\frac{\partial\psi}{\partial x}+i=\frac{\partial\varphi}{\partial x}-i\frac{\partial\varphi}{\partial y}+i, \tag{84}$$

а также

$$\gamma=\gamma_1+\gamma_2=\frac{v_x}{v_x^2+(v_y-1)^2}+i\frac{(v_y-1)}{v_x^2+(v_y-1)^2}. \tag{85}$$

Вводя вспомогательную полуплоскость ζ, отображаем на нее области γ и Θ. Зависимость между Θ и ζ будет $\Theta=A\arcsin\zeta/\beta+B$.

Находя постоянные интегрирования, имеем:

$$\zeta=-i\beta\,\mathrm{sh}\,\frac{\pi\Theta}{L} \text{ при } \frac{\alpha}{\beta}=\sin\frac{\pi}{L}\left(\frac{B-Q}{2}\right), \tag{86}$$

где α и β — постоянные (координаты точек 1 и 2 на плоскости ζ) пока неизвестны.

Находя зависимость между γ и ζ, получим:

$$\gamma=-i\frac{1}{1+\frac{e}{k}}\left(\frac{e}{k}\sqrt{\frac{\beta^2-\zeta^2}{\alpha^2-\zeta^2}}+1\right). \tag{87}$$

Отсюда можно определить приведенную скорость v_0, приняв $\zeta=0$ и $\gamma=-i/(1-v_0)$.

Тогда $v_0 = 1 - (1 + e/k)/(1 + e\beta/k\alpha)$.

Подставляя сюда α/β, согласно формуле (86), и вводя значение действительной скорости, получим:

$$v_0 = k\left[1 - \frac{1 + e/k}{1 + \frac{e}{k}\,\frac{1}{\sin\frac{\pi}{2L}\left(B - \frac{Q}{k}\right)}}\right], \qquad (88)$$

где e — интенсивность испарения с поверхности грунтовых вод, м/сут; $Q = e(L - B)$ — расход на фильтрацию из канала в обе стороны, м³/сут на 1 м; k — коэффициент фильтрации, м/сут.

В выражении (88) при $Q = Q\max = kB$ $v_0 = k$, при $e_0 = 0$ $v_0 = 0$. Сравнивая уравнения (86) и (87), находим зависимость между Θ и γ:

$$\gamma = -\frac{i}{1 + \frac{e}{k}}\left[1 + \frac{e}{k}\sqrt{\frac{1 + \operatorname{sh}^2\frac{\pi\Theta}{L}}{\sin^2\frac{\pi}{2L}\left(B - \frac{Q}{k}\right) + \operatorname{sh}^2\frac{\pi\Theta}{L}}}\right]. \qquad (89)$$

Находим зависимость между Θ и z; при $\gamma = dz/d\Theta$

$$i\left(1 + \frac{e}{k}\right)\frac{dz}{d\Theta} = \left[1 + \frac{e}{k}\,\frac{\operatorname{ch}\frac{\pi}{L}\Theta}{\sqrt{\sin^2\frac{\pi}{2L}\left(B - \frac{Q}{k}\right) + \operatorname{sh}^2\frac{\pi\Theta}{L}}}\right].$$

Интегрируя, находим:

$$Z = -\frac{i}{1 + \frac{e}{k}}\left[\Theta - \frac{e}{k}\,\frac{L}{\pi}\operatorname{Arch}\left(\frac{i\operatorname{sh}\frac{\pi\Theta}{L}}{\sin\frac{\pi}{2L}\left(B - \frac{Q}{k}\right)}\right)\right] + C. \qquad (90)$$

Если $z = 0$, то $\chi = 0$, $\Theta = 0$, тогда

$$C = \frac{e}{k}\,\frac{L}{2}\,\frac{1}{1 + e/k} \text{ при } \operatorname{Arch}(0) = \pi i/2.$$

Подставляя значение C в формулу (90), получим:

$$z=\frac{1}{1+\frac{e}{k}}\left[\frac{L}{2}\,\frac{e}{k}-i\Theta+i\,\frac{e}{k}\,\frac{L}{\pi}\operatorname{Arch} i\,\frac{\operatorname{sh}\frac{\pi\Theta}{L}}{\sin\frac{\pi}{2L}\left(B-\frac{Q}{k}\right)}\right], \tag{91}$$

что является решением задачи.

Далее следует подставить в формулу (91) значение $\Theta=\chi+iz$ и получить связь функции течения χ с координатами потока.

Интересен частный вопрос — влияние положения грунтовых вод в конце потока ($y=\Delta$, $x=L/2$) на фильтрационный расход. Для этого находим значения φ, ψ, x и y, соответствующие точке 2.

Так как точка 2 находится на поверхности грунтовых вод, то $\varphi-y=0$, $y=\varphi=\Delta$, $x=L/2$, $\psi=0$, $\Theta_1=0$, $\Theta_2=L/2$. Подставляя эти значения в зависимость (91), получаем:

$$\frac{L}{2}+i\Delta=\frac{1}{1+\frac{e}{k}}\left[\frac{L}{2}\,\frac{e}{k}+\frac{L}{2}+i\,\frac{e}{k}\,\frac{L}{\pi}\operatorname{Arch}\frac{i\operatorname{sh}\frac{\pi i}{2}}{\sin\frac{\pi}{2L}\left(B-\frac{Q}{k}\right)}\right].$$

Сравнивая мнимые части и учитывая, что $\operatorname{sh}\frac{\pi i}{2}=i$ и $Q=e(L-B)$, находим:

$$\Delta=\frac{L}{\pi}\,\frac{\frac{e}{k}}{1+\frac{e}{k}}\operatorname{Arch}\frac{1}{\sin\frac{\pi}{2}\left[\frac{B}{L}\,(1+e/k)-\frac{e}{k}\right]}. \tag{92}$$

Формула (92) дает возможность подсчитать расположение уровня грунтовых вод посредине между каналами, который опустился под действием испарения. При этом предполагается, что запас грунтовых вод пополняется фильтрацией из каналов и весь фильтрационный расход идет на испарение. Из формулы (92) видно, что $\Delta=0$ при $e/k=0$.

Предельную интенсивность испарения e_0, при достижении которой суммарное испарение со всей поверхности грунтовых вод становится больше максимально

возможного фильтрационного расхода из канала, можно определить из равенства

$$\frac{B}{L}\left(1+\frac{e}{k}\right)-\frac{e}{k}=0, \text{ или } e=e_0=\frac{kB}{L-B},$$

что совпадает со значением e_0, полученным выше.

При интенсивности испарения $e\leqslant e_0$ возможно установившееся движение грунтовых вод. Причем весь фильтрационный расход из каналов идет на испарение, и этот расход $Q<\overline{Q}_\Phi$, где $\overline{Q}_\Phi\approx kB$, а точнее, $\overline{Q}_\Phi$ определяется по формуле (39).

Если нужно определить фильтрационный расход из канала Q при известном положении грунтовых вод, когда суммарное испарение не превышает предельного значения e_0, то надо ввести относительные величины: $\delta=\Delta/B$ — относительная глубина стояния поверхности грунтовых вод; $\lambda=L/B$ — относительная длина потока; $\alpha=Q/\overline{Q}_\Phi$ — отношение фактического фильтрационного расхода к максимально возможному.

После введения относительных величин в формулу (92) она примет вид:

$$\delta=\frac{\lambda}{\pi}\frac{\alpha}{\alpha+\lambda-1}\operatorname{Arch}\frac{1}{\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{1-\alpha}{\lambda}\right)}. \qquad (93)$$

Так как расход Q не выражается в явном виде из формулы (93), то составляем таблицу 10 значений δ в зависимости от λ и α, пользуясь которой несложно определить фильтрационный расход Q в зависимости от глубины залегания поверхности грунтовых вод и длины потока.

Если из формулы (93) при известных δ и λ определено значение α, то фактический фильтрационный расход можно определить как

$$Q=\alpha\overline{Q}_\Phi. \qquad (94)$$

Согласно изложенному выше, $0<\alpha<1$, что и указывает на подпирающее действие грунтовых вод.

Формулы (93) и (94) предполагают установившееся движение и равенство фильтрационного расхода суммарному испарению с поверхности грунтовых вод. Фильтрационная вода в рассматриваемом случае расходуется только на испарение с поверхности грунтовых вод. Последнее обстоятельство определяет разницу между ни-

ми и ранее полученным решением, где предполагалась компенсация фильтрационного расхода подземным оттоком и испарение с поверхности грунтовых вод отсутствовало.

10. Зависимость значений δ от α и λ

α	λ						
	10	20	50	100	200	500	1000
0,100	0,092	0,112	0,139	0,160	0,181	0,209	0,231
0,200	0,190	0,230	0,284	0,326	0,369	0,426	0,470
0,300	0,298	0,357	0,438	0,501	0,567	0,652	0,719
0,400	0,415	0,494	0,603	0,683	0,770	0,890	0,978
0,500	0,543	0,643	0,782	0,889	0,999	1,140	1,250
0,600	0,690	0,811	0,979	1,110	1,240	1,410	1,540
0,700	0,863	1,010	1,210	1,350	1,510	1,710	1,870
0,800	1,080	1,250	1,480	1,650	1,830	2,060	2,240
0,900	1,410	1,600	1,860	2,060	2,250	2,510	2,710
0,950	1,690	1,900	2,170	2,380	2,590	2,860	3,080
0,990	2,260	2,480	2,770	2,990	3,200	3,490	3,710
0,999	3,020	3,230	3,530	3,750	3,970	4,260	4,480

Для облегчения пользования формулой (93) и таблицей 10 составлен график (рис. 13).

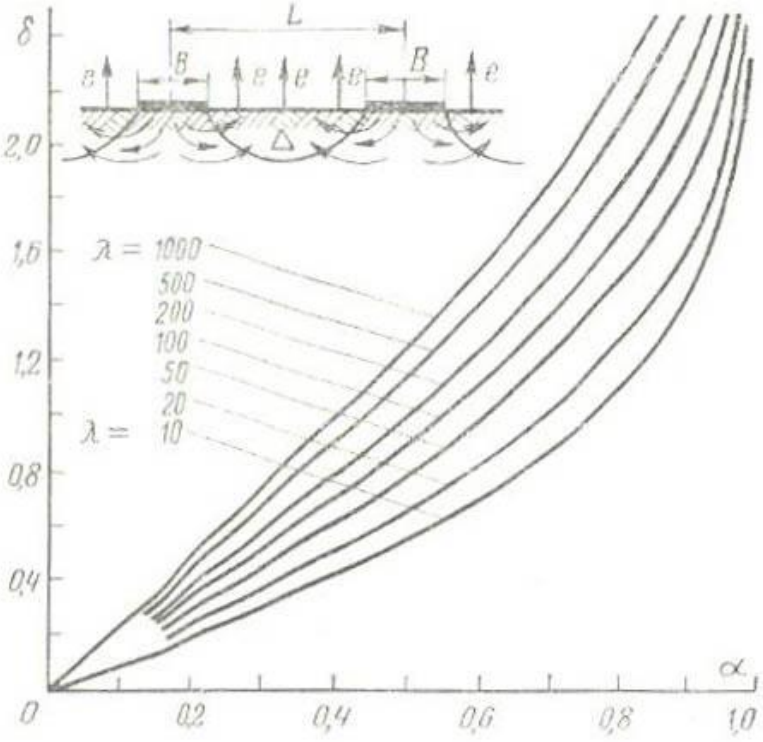


Рис. 13. Влияние изменения уровня грунтовых вод на фильтрацию из канала с учетом испарения. Коэффициент уменьшения потерь α находится по графику в зависимости от $\lambda = L/B$ и $\delta = \Delta/B$.

Сопоставим график на рисунке 13 для разбираемого случая, в котором принимается, что весь фильтрационный расход идет на испарение, с графиком на рисунке 7, при построении которого принято, что фильтрационный поток стекает за пределы рассматриваемой площади и испарение с поверхности грунтовых вод отсутствует. При очень глубоком залегании водоупора грунтовые воды оказывают на фильтрационный расход примерно одинаковое подпирающее действие, хотя для испаряющегося грунтового потока потери при одинаковом уровне грунтовых вод несколько больше.

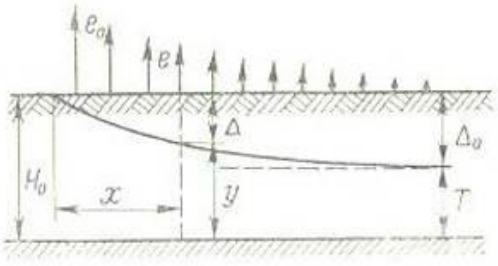


Рис. 14. Схема к расчету фильтрации из канала, расходующейся на испарение с поверхности грунтовых вод.

При одинаковых фильтрационных расходах из канала поверхность грунтовых вод будет несколько выше для схемы испаряющегося грунтового потока, чем для схемы подземного оттока в стороны.

В заключении, еще раз подчеркивая приближенность разобранной схемы (принятие осредненного значения e, а также весьма глубокого залегания водоупора), все же полагаем, что она позволяет делать ориентировочные выводы о влиянии испарения с поверхности грунтовых вод на фильтрацию из каналов в условиях подпертой фильтрации и приближенно оценивать некоторые элементы режима грунтовых вод.

Подпертая фильтрация из канала при расходовании грунтовых вод на испарение с их поверхности, зависящее от уровня грунтовых вод. Рассмотрим подпертую фильтрацию из одиночного канала при расходовании грунтовых вод только на испарение с их поверхности (случай бесточного орошаемого массива) с учетом влияния расположения уровня грунтовых вод на интенсивность испарения. Гидромеханическое решение в этом случае затруднительно, поэтому используем упрощенный гидравлический метод. Схема движения показана на рисунке 14.

Считая, что убыль потока грунтовых вод по его длине равна интенсивности испарения с поверхности грунтовых вод, составляем уравнение

$$-\frac{d}{dx}\left(-ky\frac{dy}{dx}\right)=e_0\left(1-\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^n. \qquad (95)$$

Здесь принято, что интенсивность испарения зависит от уровня грунтовых вод согласно уравнению (75).

Введем новую переменную $\eta=1-\Delta/\Delta_0$ и примем, что поток грунтовых вод достаточно значителен и колебания его поверхности малы по сравнению с мощностью T, следовательно

$$\frac{d}{dx}\left(y\frac{dy}{dx}\right)\approx T\frac{d^2y}{dx^2},\quad y=H_0-\Delta,\quad \eta=1-\frac{H_0-y}{\Delta_0}.$$

Тогда формула (95) может быть представлена в виде

$$d^2\eta/dx^2=A\eta^n \text{ при } A=e_0/kT\Delta_0. \qquad (96)$$

Интегрируем подстановкой:

$$d\eta/dx=u,\ d^2\eta/dx^2=udu/d\eta.$$

Выражение (96) примет вид $udu=A\eta^n d\eta$, откуда

$$u^2=2A\eta^{n+1}/(n+1)+C. \qquad (97)$$

Определим постоянную C, чтобы не усложнять дальнейшие выкладки.

Разберем случай, когда фильтрация происходит из одиночного канала и длина потока велика.

Учитывая, что $\eta=1-\Delta/\Delta_0$, получаем при глубине стояния поверхности грунтовых вод, равной критической, то есть при $\Delta=\Delta_0$ и $\eta=0$, $d\eta/dx=u=0$, то есть испарение прекращается.

Тогда, подставляя значения $\Delta=\Delta_0$, $\eta=0$, $u=0$ в формулу (97), получаем $C=0$. Выражение (97) примет вид:

$$u=\pm B\eta^{(n+1)/2} \text{ при } B=\sqrt{2A/(n+1)}.$$

Учитывая, что $u=d\eta/dx$, получаем:

$$d\eta/dx=\pm B\eta^{(n+1)/2}. \qquad (98)$$

Разделяем переменные и интегрируем уравнение (98). Для $n=1$ получим:

$$x=-\frac{1}{B}\ln\eta+C.$$

Постоянная $C=0$, согласно условиям $x=0$, $\Delta=0$, $\eta=1$. Таким образом,

$$x=\sqrt{\frac{kT\Delta_0}{e_0}}\ln\frac{1}{1-\Delta/\Delta_0}. \qquad (99)$$

Выражение (99) — решение задачи, так как связывает глубину стояния грунтовых вод Δ и координату x, то есть является уравнением поверхности грунтовых вод.

Для определения Δ в явной форме можно выразить его значение из формулы (99), получив

$$\Delta=\Delta_0[1-\exp(-xe_0/\sqrt{kT\Delta_0e_0})]. \qquad (100)$$

Для нахождения расхода на фильтрацию следует определить из уравнения (100) значение dy/dx при $x=0$ и подставить его в выражение расхода:

$$\frac{dy}{dx}=-\Delta_0\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}\exp\left(-\frac{xe_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}\right). \qquad (101)$$

При $x=0$

$$dy/dx=-\Delta_0\sqrt{e_0/kT\Delta_0}.$$

Фильтрационный расход (в одну сторону) определим по формуле

$$Q_{x=0}=-kT(dy/dx)_{x=0}=\sqrt{kT\Delta_0e_0}. \qquad (102)$$

Формула (102) представляет интерес, поэтому разберем ее несколько подробнее. При ее выводе предполагалось, что фильтрационный расход целиком идет на испарение с поверхности грунтовых вод, что испарение становится заметным, когда они поднимаются на расстояние Δ_0 от поверхности земли, и что интенсивность их испарения возрастает при приближении к поверхности земли, достигая максимального значения e_0 при выходе грунтовых вод на поверхность. Расход на фильтрацию, как видим из формулы (102), ставится в зависимость от интенсивности испарения, что, по мнению автора, правильно.

По зависимости (102) фильтрационный расход тем больше, чем больше интенсивность испарения e_0, более водопроницаем грунт, больше критическая глубина залегания грунтовых вод, при которой начинается испарение Δ_0, и чем глубже залегает поверхность водоупора. Следует отметить, что все перечисленные значения k, e_0, Δ_0, T стоят под квадратным корнем, что отличает формулу (102) от существующих зависимостей для определения расхода при свободной фильтрации, где расход линейно зависит от коэффициента фильтрации (или коэффициента водопроницаемости). Общеизвестно мне-

ние, основанное на наблюдениях за фильтрацией из каналов, что фильтрационный расход меняется медленнее, чем возрастает коэффициент фильтрации. Как видим, это обстоятельство подтверждается формулой (102). Выше было отмечено, что ширина канала при высоком уровне грунтовых вод существенной роли не играет и фильтрационный расход определяется режимом грунтовых вод. Однако в формуле (102) может быть введена поправка на ширину канала β, которая уменьшит значение Q.

При выводе формулы (102) предполагалось линейное падение интенсивности испарения с увеличением глубины залегания грунтовых вод, так как показатель степени n принимался равным единице ($n=1$). Однако некоторые наблюдения показывают на более значительное падение интенсивности испарения с увеличением глубины залегания грунтовых вод.

Не останавливаясь на выкладках, приведем соответствующие выражения для расхода и уравнения поверхности грунтовых вод, аналогичные выражениям (99) и (102), для $n>1$.

Для $n=2$

$$x=\sqrt{6}\sqrt{\frac{kT\Delta_0}{e_0}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\Delta/\Delta_0}}-1\right), \tag{103}$$

$$\Delta=\Delta_0\left[1-\frac{1}{\left(1+\frac{x}{\sqrt{6}\sqrt{kT\Delta_0 e_0}}\right)^2}\right], \tag{104}$$

$$Q=\sqrt{2/3}\sqrt{kT\Delta_0 e_0}. \tag{105}$$

Для $n=3$

$$x=\sqrt{2}\sqrt{\frac{kT\Delta_0}{e_0}}\left(\frac{1}{1-\Delta/\Delta_0}-1\right), \tag{106}$$

$$\Delta=\Delta_0\frac{1}{1+\frac{\sqrt{2}}{x}\sqrt{\frac{kT\Delta_0}{e_0}}}, \tag{107}$$

$$Q=\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{kT\Delta_0 e_0}. \tag{108}$$

Для определения расходов на фильтрацию при различных связях интенсивности испарения с уровнем грунтовых вод имеем следующие формулы:

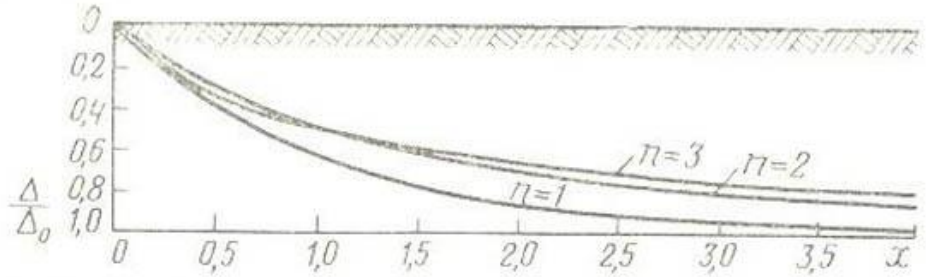


Рис. 15. Положение поверхности грунтовых вод при фильтрации из канала, расходующейся на испарение.

линейная зависимость ($n=1$) $Q=\sqrt{kT\Delta_0 e_0}$;

квадратичная зависимость ($n=2$) $Q=0{,}816\sqrt{kT\Delta_0 e_0}$;

кубическая зависимость ($n=3$) $Q=0{,}707\sqrt{kT\Delta_0 e_0}$.

Итак, значения расходов при $n=1$, $n=2$ и $n=3$ различаются только постоянными коэффициентами, сравнительно мало изменяющимися.

Для наиболее реальных случаев ($1<n<2$) получим выражение для расхода подземного оттока в обе стороны от канала при условии расходования его только на испарение:

$$\bar{Q}_д \approx 1{,}8\sqrt{kT\Delta_0 e_0}. \qquad (109)$$

Из анализа выражений (103)...(108) можно сделать вывод, что при определенных конкретных значениях T, e_0, Δ_0, k, которые не зависят от существования канала, при фильтрации из него устанавливается вполне определенная поверхность грунтовых вод (рис. 15). При этом предполагается, что канал одиночный (например, холостая часть магистрального канала), а дренажный сток отсутствует. Уменьшению потерь воды на фильтрацию в постоянно действующей сети будет способствовать проведение на каналах противофильтрационных мер, что резко снизит значения $k_в$ и $\bar{Q}_ф$ и при $\bar{Q}_ф<\bar{Q}_д$ вызовет опускание уровня грунтовых вод под каналом и в стороне от него. Здесь же следует сказать, что разбираемый случай неудовлетворителен с точки зрения мелиоративного состояния земель, так как при этом поддерживается постоянный восходящий вертикальный ток воды к поверхности земли, что содействует засолению верхних слоев.

Подпертая фильтрация из каналов при расходовании грунтовых вод на испарение с их поверхности, зависящее от уровня грунтовых вод. Решим предыдущую

задачу для двух (или более) параллельно расположенных оросительных каналов, находящихся один от другого на расстоянии $2L$ (м).

Рассматривая фильтрацию из одного канала, расходующуюся на испарение с поверхности грунтовых вод, можно написать уравнение (95)

$$d(kydy/dx)/dx=e_0\left(1-\frac{\Delta}{\Delta_0}\right)^n$$

и результат его первого интегрирования в виде зависимости (97)

$$u^2=\frac{2A}{n+1}\eta^{n+1}+C.$$

Дальнейший анализ проведем для $n=1$, так как предыдущие выкладки выявили сравнительно малое влияние показателя степени n на фильтрационный расход.

Для $n=1$ по формуле (97) имеем:

$$u^2=A\eta^2+C \text{ при } A=\frac{e_0}{kT\Delta_0},\ \eta=1-\frac{\Delta}{\Delta_0}. \qquad (110)$$

Определим постоянную интегрирования C, исходя из условий рассматриваемой задачи. Очевидно, что если весь фильтрационный расход идет на испарение с поверхности грунтовых вод, то посредине между двумя каналами при $x=L$ уровень грунтовых вод установится на некоторой глубине $\bar{\Delta}$, причем касательная к их поверхности в этой точке будет горизонтальна. Учитывая, что $H-\Delta=y$, $\eta=1-\Delta/\Delta_0$; $d\eta=-\frac{1}{\Delta_0}d(\Delta)$, $u=\frac{d\eta}{dx}$, имеем:

$$u=\frac{d\eta}{dx}=\frac{1}{\Delta_0}\frac{dy}{dx}=0.$$

Уравнение (110) при $u=0$ дает $C=-A\bar{\eta}^2$ при $\bar{\eta}=1-\bar{\Delta}/\Delta_0$. Подставив C в формулу (110), получим $u^2=A(\eta^2-\bar{\eta}^2)$. Из этого выражения следует, что $u=-\sqrt{A}\sqrt{\eta^2-\bar{\eta}^2}$ при $u=d\eta/dx$. Знак минус перед корнем выбран по смыслу задачи. Разделяя переменные и интегрируя, получаем $\frac{1}{\sqrt{A}}\operatorname{Arch}\frac{\eta}{\bar{\eta}}=-x+C_1$. Так как $x=L$ при $\Delta=\bar{\Delta}$, $\eta=\bar{\eta}$, то $C_1=L$. Подставляя значение C_1, получаем уравнение поверхности грунтовых вод в виде

$$L-x=\sqrt{\frac{kT\Delta_0}{e_0}}\operatorname{Arch}\frac{1-\Delta/\Delta_0}{1-\bar{\Delta}/\Delta_0}. \qquad (111)$$

Полагая здесь $\Delta=0$, $x=0$, получаем выражение для глубины стояния грунтовых вод посредине между каналами:

$$\bar{\Delta}=\Delta_0\left(1-\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{Le_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}}\right). \qquad (112)$$

Представим формулу (112) в ином виде. При $n=1$ величина $\sqrt{kT\Delta_0e_0}$ представляет собой расход из одиночного канала в одну сторону. Обозначим его условно Q_∞, подчеркивая индексом ∞ то обстоятельство, что Q_∞ есть фильтрационный расход из одиночного канала при $x=\infty$. Величину $Q_0=Le_0$ можно рассматривать как максимально возможную испаряемость с поверхности земли площадью $L\times1$ м^2 при оптимальной влажности почвы. Величина $\operatorname{ch}=\dfrac{Le_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}>1$, отчего всегда $\bar{\Delta}>0$. Учитывая сказанное, можно написать формулу (112) в таком виде:

$$\bar{\Delta}=\Delta_0\left(1-\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{Q_0}{Q_\infty}}\right)=\Delta_0\alpha \text{ при } Q_0=e_0L,\ Q_\infty=\sqrt{kT\Delta_0e_0}. \qquad (113)$$

Значения α в зависимости от Q_0/Q_∞ приведены в таблице 11.

11. Значения α в зависимости от Q_0/Q_∞

Q_0/Q_∞	α	Q_0/Q_∞	α	Q_0/Q_∞	α
0,01	0,00005	1,10	0,401	2,40	0,819
0,10	0,005	1,20	0,448	2,60	0,851
0,20	0,0196	1,30	0,492	2,80	0,878
0,30	0,043	1,40	0,534	3,00	0,901
0,40	0,075	1,50	0,574	3,50	0,938
0,50	0,113	1,60	0,612	4,00	0,963
0,60	0,156	1,70	0,646	5,00	0,987
0,70	0,203	1,80	0,678	6,00	0,994
0,80	0,252	1,90	0,707	7,00	0,998
0,90	0,302	2,00	0,735	8,00	0,999
1,00	0,352	2,20	0,781	$>8,00$	≈1

Подсчитаем теперь расход на фильтрацию из канала для рассматриваемого случая. Применяя прием, ис-

пользованный при решении предыдущей задачи, находим выражение dy/dx из формулы (111):

$$\Delta=\Delta_0\left[1-\left(1-\frac{\bar{\Delta}}{\Delta_0}\right)\operatorname{ch}\frac{(L-x)e_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}\right]. \qquad (114)$$

Так как $dy/dx=-d\Delta/dx$, то из формулы (114) имеем:

$$\frac{dy}{dx}=-\Delta_0\left(1-\frac{\bar{\Delta}}{\Delta_0}\right)\frac{e_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}\operatorname{sh}\frac{(L-x)e_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}.$$

При $x=0$ получаем:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}=-\Delta_0\left(1-\frac{\bar{\Delta}}{\Delta_0}\right)\frac{e_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}\operatorname{sh}\frac{Le_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}.$$

Подставляя это выражение в формулу для расхода (102), получаем:

$$Q=kT\Delta_0\left(1-\frac{\bar{\Delta}}{\Delta_0}\right)\frac{e_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}\operatorname{sh}\frac{Le_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}.$$

Но из формулы (112) вытекает, что

$$\operatorname{ch}\frac{Le_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}=\frac{1}{1-\bar{\Delta}/\Delta_0},$$

отчего расход на фильтрацию определится как

$$Q=\sqrt{kT\Delta_0e_0}\operatorname{th}\frac{Le_0}{\sqrt{kT\Delta_0e_0}}=Q_\infty\operatorname{th}\frac{Q_0}{Q_\infty}. \qquad (115)$$

Так как $0<\operatorname{th}(Q_0/Q_\infty)<1$, то фильтрационный расход из канала уменьшается, если он не одиночный, и на него оказывает как бы подпирающее действие соседний канал.

Из сказанного видно, что наибольший фильтрационный расход соответствует одиночному каналу или каналу, действующему в условиях оросительной системы при большом удалении от него соседних каналов. При их сближении фильтрационный расход из каждого канала уменьшается. Рассмотрим, как изменяется суммарный фильтрационный расход из всех каналов при различном их расположении.

Допустим, что площадь, на которой расположена система оросительных каналов, имеет размер F (м^2). Тогда при большом числе параллельно расположенных каналов среднее расстояние между ними $2L\approx F/\Sigma l$, где Σl — суммарная протяженность каналов, м.

Обозначим суммарные потери на фильтрацию из всех каналов через $\bar{Q}$. Тогда $\bar{Q} \approx 2Q\Sigma l$, где Q — расход на фильтрацию из одного канала в одну сторону.

Пользуясь формулой (115) зависимости фильтрационного расхода канала от расстояния до соседнего канала, получаем:

$$Q = \frac{\bar{Q}}{2\Sigma l} = Q_\infty \operatorname{th} \frac{Q_0}{Q_\infty} \text{ при } Q_\infty = \sqrt{kT\Delta_0 e_0},\ Q_0 = e_0 L, \qquad (116)$$

где Q_∞ — расход на фильтрацию одиночного канала в одну сторону; Q_0 — максимальное испарение с площади $L \times 1$ м².

Обозначая $\bar{Q}_\infty = 2Q_\infty \Sigma l$ и учитывая равенство $2Q_0\Sigma l = 2e_0 \frac{L}{2} \frac{F}{L} = e_0 F = \bar{Q}_0$, формулу (116) можно записать в виде

$$\bar{Q} = \bar{Q}_0 \delta \operatorname{th} \frac{1}{\delta} = \bar{Q}_0 \gamma \text{ при } \gamma = \delta \operatorname{th} \frac{1}{\delta}. \qquad (117)$$

Здесь $\bar{Q}_0$ — суммарное максимальное испарение со всей площади F; $\bar{Q}_\infty$ — суммарная фильтрация из всех каналов без учета их взаимного влияния. Коэффициент δ определяется формулой

$$\delta = \bar{Q}_\infty / \bar{Q}_0, \text{ или } \delta = \frac{2Q_\infty}{2Le_0}. \qquad (118)$$

Очевидно, что γ показывает ту долю, которую составляют фильтрационные потери в системе оросительных каналов от максимально возможного испарения с поверхности земли.

На рисунке 16 приведены значения γ в зависимости от δ, из которого видно, что сгущение сети (увеличение длины каналов на единицу площади $\Sigma l = F/2L$) увеличивает потери; однако увеличение потерь зависит от протяженности сети нелинейно.

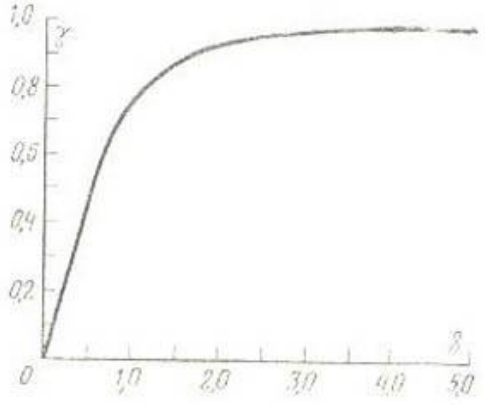


Рис. 16. Зависимость между γ и δ.

Выше была рассмотрена связь уровня грунтовых вод $\bar{\Delta}$ и отношения Q/Q_∞, из которой установили, что для системы каналов, зная Q_0 и Q_∞, можно определить уровень грунтовых вод по

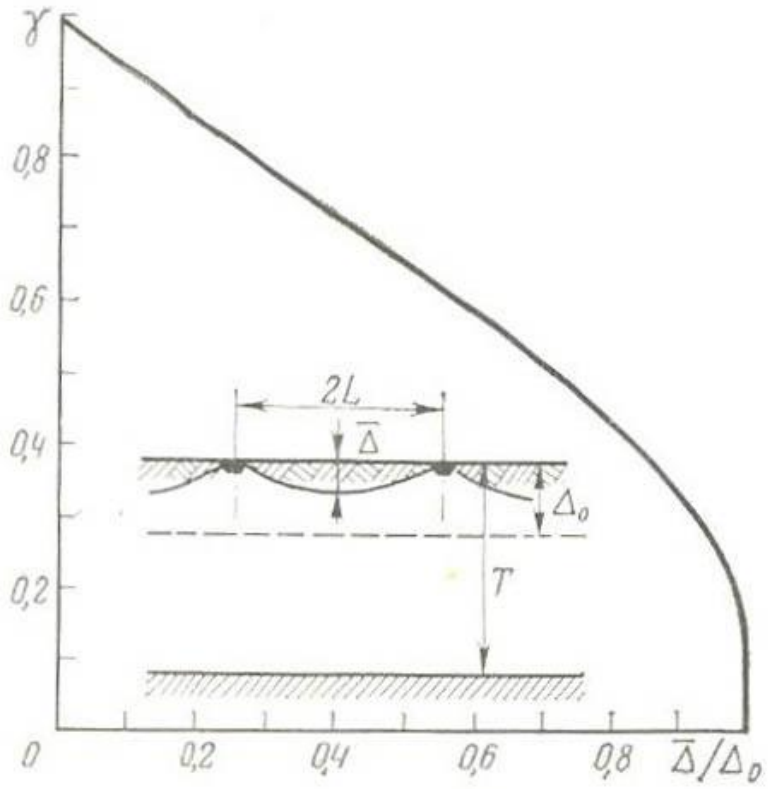


Рис. 17. Зависимость между $\bar{\Delta}/\Delta_0$ и γ (подземный отток отсутствует, потери расходуются на испарение).

формуле (113) и таблице 11. Однако в целях последовательности изложения имеет смысл дать способ определения уровня грунтовых вод, аналогичный способу определения потерь, исходя из коэффициента γ, то есть из доли потерь от максимально возможного испарения, что может быть удобным для анализа работы системы каналов. Формулу (115) можно преобразовать, используя формулу (113):

$$\bar{Q}=\bar{Q}_0\gamma=\bar{Q}_0\,\frac{\sqrt{1-\bar{\eta}^2}}{\operatorname{arch}(1/\bar{\eta})}\quad\text{при}\quad\bar{\eta}=1-\frac{\bar{\Delta}}{\Delta_0}. \qquad (119)$$

Здесь $\bar{Q}$ — суммарные потери в сети; $\bar{Q}_0$ — суммарное максимально возможное испарение; $\gamma=\bar{Q}/\bar{Q}_0$; $\bar{\Delta}$ — уровень грунтовых вод посредине между каналами; Δ_0 — критическая глубина стояния грунтовых вод. Значения γ в зависимости от $\bar{\Delta}/\Delta_0$ по формуле (119) приведены в таблице 12.

По данным таблицы 12 построен график (рис. 17), из которого видно, что с понижением уровня грунтовых вод относительные фильтрационные потери уменьшаются. Это естественно, так как принято, что фильтрацион-

ные воды целиком идут на испарение, а интенсивность испарения уменьшается с увеличением глубины стояния поверхности грунтовых вод.

12. Значения γ в зависимости от $\overline{\Delta}/\Delta_0$

$\overline{\Delta}/\Delta_0$	γ	$\overline{\Delta}/\Delta_0$	γ
1,00	0	0,50	0,657
0,99	0,189	0,40	0,728
0,95	0,271	0,30	0,797
0,90	0,332	0,20	0,864
0,80	0,423	0,10	0,931
0,70	0,507	0,05	0,962
0,60	0,584	0	1,0

В таблице 13 приведены значения относительных потерь на фильтрацию $\gamma = \overline{O}/\overline{Q}_0$ и относительного уровня грунтовых вод $\overline{\Delta}/\Delta_0$ в зависимости от $\delta = Q_\infty/2Le_0$.

ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ И ПОДЗЕМНЫЙ ОТТОК ПРИ ДЕЙСТВИИ ДРЕНАЖА И ИСПАРЕНИИ С ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТОВЫХ ВОД

В рассматриваемом случае (рис. 18) предполагается, что фильтрационные потери расходуются как на испарение с поверхности грунтовых вод, так и на дренажный сток, то есть система предполагается дренированной.

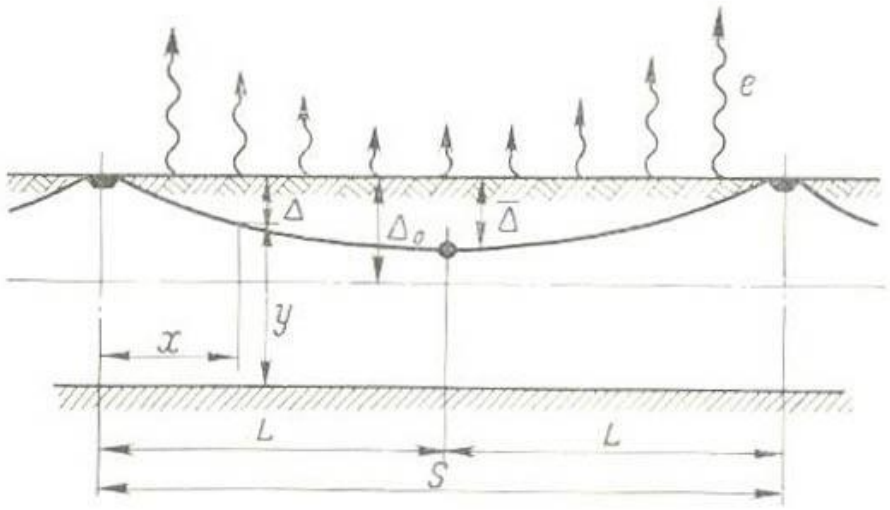


Рис. 18. Схема к расчету фильтрации из системы каналов при дренаже и учете испарения с поверхности грунтовых вод.

13. Значения γ и $\bar{\Delta}/\Delta_0$ в зависимости от δ

δ	γ	$\bar{\Delta}/\Delta_0$	δ	γ	$\bar{\Delta}/\Delta_0$
0	0	1,000	1,0	0,762	0,352
0,1	0,100	1,000	1,2	0,818	0,268
0,2	0,200	0,936	1,4	0,859	0,210
0,3	0,299	0,929	1,6	0,888	0,177
0,4	0,395	0,837	1,8	0,910	0,138
0,5	0,482	0,734	2,0	0,924	0,113
0,6	0,558	0,635	3,0	0,963	0,053
0,7	0,623	0,546	4,0	0,980	0,031
0,8	0,678	0,471	5,0	0,987	0,020
0,9	0,723	0,406	10,0	0,997	0,005
			∞	1,000	0

Можно воспользоваться общим уравнением (97) при $n=1$, но решить его для иных граничных условий. Имеем

$$u^2=A\eta^2+C \text{ при } u=\frac{d\eta}{dx}=\frac{1}{\Delta_0}\frac{dy}{dx},\ \eta=1-\frac{\Delta}{\Delta_0},\ A=\frac{e_0}{kT\Delta_0}.$$

При работе дренажа получаем:

$$Q_\Phi\approx kT\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0},\ Q_\text{д}\approx kT\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=L},\ Q_\text{и}=Q_\Phi-Q_\text{д},$$

где $Q_\text{и}$, Q_Φ, $Q_\text{д}$ — двусторонние расходы на испарение, фильтрацию и в дренаж.

Так как глубину заложения дренажа $\bar{\Delta}$ считаем известной, то имеем условия $\Delta=\bar{\Delta}$, $\eta=\bar{\eta}$, $Q_\text{д}=kT\Delta_0\bar{u}$ для $x=L$.

В силу этих условий

$$C=(Q_\text{д}/kT\Delta_0)^2-A\bar{\eta}^2,$$

и уравнение (97) дает:

$$\frac{d\eta}{dx}=-\sqrt{A}\sqrt{\eta^2-b^2} \text{ при } b^2=\bar{\eta}^2-\left(\frac{Q_\text{д}}{Q_\infty}\right)^2.$$

Интегрируя, получаем:

$$\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}(L-x)=\operatorname{arch}\frac{\eta}{b}-\operatorname{arch}\frac{\bar{\eta}}{b}, \qquad (120)$$

что является уравнением поверхности грунтовых вод.

В частности, $\Delta=0$, $\eta=1$ при $x=0$. Отсюда

$$\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}L=\operatorname{arch}\frac{1}{b}-\operatorname{arch}\frac{\bar{\eta}}{b},$$

или иначе

$$\eta = b \operatorname{ch}\left(\operatorname{arch}\frac{1}{b} - x\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}\right) = \operatorname{ch} x\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}} - \sqrt{1-b^2}\operatorname{sh} x\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}.$$

Для определения расходов по формуле $Q = kT dy/dx$ находим:

$$\frac{dy}{dx} = \Delta_0\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}\left(\operatorname{sh} x\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}} - \sqrt{1-b^2}\operatorname{ch} x\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}\right).$$

При $x=0$

$$dy/dx = -\Delta_0\sqrt{e_0/kT\Delta_0}\sqrt{1-b^2},$$

отсюда

$$Q_\phi = Q_\infty\sqrt{1-\bar{\eta}^2+\left(\frac{Q_д}{Q_\infty}\right)^2} \text{ при } Q_\infty = 1{,}8\sqrt{kT\Delta_0 e_0},$$

$$\bar{\eta} = 1 - \frac{\bar{\Delta}}{\Delta}. \qquad (121)$$

Но расход на испарение может быть подсчитан и по формуле

$$Q_и = \int_0^L e_0\eta dx = e_0\int_0^L \operatorname{ch} x\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}\,dx - e_0\sqrt{1-b^2}\int_0^L \operatorname{sh} x\sqrt{\frac{e_0}{kT\Delta_0}}\,dx = Q_\infty\left[\operatorname{sh}\frac{Q_0}{Q_\infty} + \sqrt{1-\bar{\eta}^2+\left(\frac{Q_д}{Q_\infty}\right)^2}\left(1-\operatorname{ch}\frac{Q_0}{Q_\infty}\right)\right].$$

Окончательную формулу получим в следующем виде:

$$\frac{Q_и}{Q_\infty} = \operatorname{sh}\frac{Q_0}{Q_\infty} + \frac{Q_\phi}{Q_\infty}\left(1-\operatorname{ch}\frac{Q_0}{Q_\infty}\right), \qquad (122)$$

при этом Q_0 и Q_∞ определяются так: $Q_0 = e_0 2L$, $Q_\infty = 1{,}8\sqrt{kT\Delta_0 e_0}$.

Здесь Q_ϕ, $Q_и$, $Q_д$ — двусторонние расходы на фильтрацию, испарение и в дренаж.

Обозначим через φ, ε, μ соответственно относительные расходы на фильтрацию, в дренаж и на испарение: $\varphi = Q_\phi/Q_\infty$, $\varepsilon = Q_д/Q_\infty$, $\mu = Q_0/Q_\infty$.

Тогда $\varphi = \sqrt{1-\bar{\eta}^2+\varepsilon^2}$,

$$\operatorname{ch}\mu = \frac{\bar{\eta}-\varepsilon\sqrt{1-\bar{\eta}^2+\varepsilon^2}}{\bar{\eta}^2-\varepsilon^2} = \frac{\bar{\eta}-\varphi\sqrt{\bar{\eta}^2+\varphi^2-1}}{1-\varphi^2}. \qquad (123)$$

Формула (123) дает необходимую связь между фильтрационным расходом φ, дренажным расходом ε,

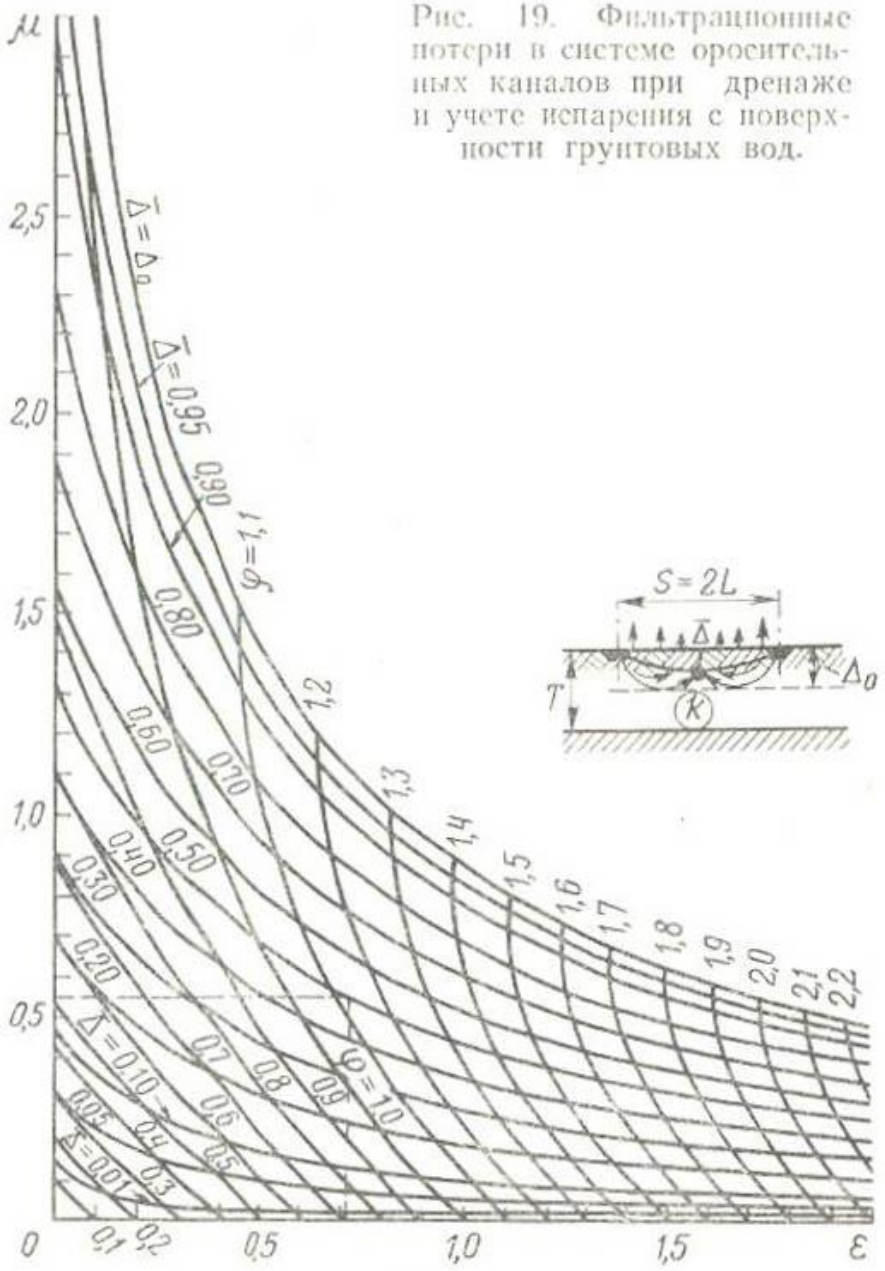


Рис. 19. Фильтрационные потери в системе оросительных каналов при дренаже и учете испарения с поверхности грунтовых вод.

глубиной грунтовых вод $\bar{\eta}$ и испаряемостью μ. При отсутствии дренажного стока (ε=0) формулы (123) переходят в ранее приведенные для этого случая.

Так как непосредственно пользоваться формулами (123) трудно, то они табулированы. В таблице 14 приведены значения μ и φ в зависимости от ε для различных значений $\bar{\eta}$. По этим данным построен график (рис. 19), которым можно пользоваться для решения различных задач, например для нахождения распределения потерь на дренажный сток и испарение, для оценки эффективности устройства дренажа (в целях уменьшения испарения) и т. д.

14. Зависимость φ и ε от μ и $\bar{\eta}$

ε	$\bar{\eta}=0$		$\bar{\eta}=0{,}01$		$\bar{\eta}=0{,}05$		$\bar{\eta}=0{,}10$		$\bar{\eta}=0{,}20$		$\bar{\eta}=0{,}30$		$\bar{\eta}=0{,}40$	
	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ
0	∞	1,000	5,800	1,000	3,690	0,999	2,990	0,995	2,290	0,980	1,870	0,954	1,570	0,917
0,01	5,300	1,000	4,610	1,000	3,500	0,999	2,890	0,995	2,240	0,980	1,840	0,954	1,540	0,917
0,05	3,690	1,001	3,500	1,001	2,990	1,000	2,590	0,996	2,070	0,981	1,720	0,955	1,470	0,918
0,10	3,000	1,005	2,900	1,005	2,590	1,004	2,300	1,000	1,890	0,985	1,590	0,959	1,350	0,922
0,20	2,310	1,020	2,270	1,020	2,090	1,019	1,900	1,015	1,610	1,000	1,370	0,975	1,170	0,938
0,30	1,920	1,044	1,890	1,044	1,760	1,043	1,630	1,039	1,400	1,025	1,200	1,000	1,033	0,964
0,40	1,647	1,078	1,624	1,078	1,530	1,077	1,420	1,073	1,230	1,058	1,065	1,034	0,917	1,000
0,50	1,443	1,118	1,425	1,118	1,347	1,117	1,260	1,114	1,100	1,100	0,954	1,077	0,819	1,044
0,60	1,284	1,167	1,269	1,167	1,202	1,166	1,130	1,162	0,989	1,149	0,859	1,127	0,739	1,095
0,70	1,155	1,222	1,141	1,222	1,087	1,221	1,020	1,217	0,895	1,204	0,780	1,183	0,671	1,153
0,80	1,048	1,282	1,036	1,282	0,986	1,281	0,927	1,277	0,819	1,265	0,713	1,245	0,613	1,217
0,90	0,959	1,347	0,948	1,347	0,903	1,347	0,852	1,342	0,750	1,330	0,654	1,311	0,563	1,285
1,00	0,881	1,414	0,871	1,414	0,830	1,414	0,785	1,410	0,693	1,400	0,606	1,382	0,521	1,356
1,50	0,624	1,803	0,617	1,803	0,592	1,803	0,559	1,800	0,496	1,792	0,443	1,778	0,372	1,758
2,00	0,481	2,236	0,474	2,236	0,456	2,236	0,430	2,234	0,384	2,227	0,335	2,216	0,286	2,195
5,00	0,199	5,099	0,197	5,099	0,189	5,099	0,180	5,099	0,160	5,095	0,140	5,090	0,120	5,083
10,00	0,100	10,050	0,099	10,050	0,095	10,050	0,090	10,050	0,080	10,050	0,070	10,040	0,060	10,040

Продолжение

ε	$\bar{\eta}=0{,}50$		$\bar{\eta}=0{,}60$		$\bar{\eta}=0{,}70$		$\bar{\eta}=0{,}80$		$\bar{\eta}=0{,}90$		$\bar{\eta}=0{,}95$		$\bar{\eta}=0{,}99$		$\bar{\eta}=1{,}0$
	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ	μ	φ	φ
0	1,320	0,866	1,100	0,800	0,897	0,714	0,693	0,600	0,467	0,436	0,322	0,312	0,142	0,1441	0
0,01	1,290	0,866	1,080	0,800	0,897	0,714	0,680	0,600	0,455	0,436	0,312	0,312	0,133	0,141	0,010
0,05	1,220	0,868	1,018	0,802	0,828	0,716	0,632	0,602	0,416	0,439	0,274	0,316	0,101	0,150	0,050
0,10	1,140	0,872	0,947	0,806	0,764	0,721	0,581	0,608	0,369	0,447	0,236	0,328	0,073	0,173	0,100
0,20	0,992	0,889	0,824	0,825	0,660	0,742	0,490	0,633	0,297	0,480	0,176	0,371	0,045	0,245	0,200
0,30	0,874	0,917	0,723	0,854	0,573	0,775	0,418	0,671	0,243	0,529	0,136	0,433	0,031	0,332	0,300
0,40	0,775	0,954	0,638	0,894	0,502	0,819	0,361	0,721	0,202	0,592	0,110	0,507	0,024	0,424	0,400
0,50	0,693	1,000	0,569	0,943	0,444	0,872	0,314	0,781	0,171	0,663	0,093	0,590	0,020	0,520	0,500
0,60	0,624	1,054	0,511	1,000	0,396	0,933	0,279	0,849	0,150	0,742	0,078	0,676	0,016	0,616	0,600
0,70	0,566	1,114	0,462	1,063	0,359	1,000	0,249	0,922	0,132	0,825	0,068	0,767	0,014	0,714	0,700
0,80	0,517	1,179	0,419	1,131	0,323	1,072	0,223	1,000	0,117	0,911	0,060	0,859	0,012	0,812	0,800
0,90	0,473	1,249	0,383	1,204	0,295	1,149	0,203	1,082	0,104	1,000	0,054	0,953	0,011	0,911	0,900
1,00	0,437	1,323	0,355	1,281	0,270	1,229	0,185	1,166	0,096	1,091	0,048	1,047	0,010	1,010	1,000
1,50	0,312	1,732	0,251	1,700	0,190	1,661	0,129	1,616	0,065	1,562	0,033	1,532	0,008	1,508	1,500
2,00	0,240	2,179	0,193	2,154	0,146	2,124	0,098	2,088	0,050	2,047	0,025	2,024	0,005	2,005	2,000
5,00	0,100	5,075	0,080	5,064	0,060	5,051	0,040	5,036	0,020	5,019	0,010	5,010	0,002	5,002	5,000
10,00	0,050	10,040	0,040	10,030	0,030	10,030	0,020	10,020	0,010	10,010	0,005	10,010	0	10,000	10,000

ГЛАВА III

ДИНАМИКА ПОДЗЕМНОГО ОТТОКА

В предыдущем изложении была дана характеристика стадий фильтрации из каналов. В ней показали, что правильное рассмотрение как самой фильтрации из каналов, так и режима грунтовых вод прилегающих к каналам земель может быть проведено только на основе изучения взаимодействия, с одной стороны, опускающегося из канала фильтрационного потока и с другой — горизонтального потока грунтовых вод, которым реализуется подземный отток.

В большинстве случаев, а в крупных каналах всегда фильтрация непосредственно из каналов тесно связана с подземным оттоком. При недостаточном подземном оттоке (включая испарение с поверхности грунтовых вод) повышается уровень грунтовых вод, который уменьшает фильтрационные потери до предельного подземного оттока. Таким образом, с течением времени происходят, с одной стороны, уменьшение фильтрационного расхода, а с другой — увеличение подземного оттока. Выше были рассмотрены предельные случаи установившегося режима, когда фильтрационные потери равны наибольшему для данных природных и хозяйственных условий подземному оттоку. Кроме того, надо установить динамику подземного оттока, чтобы можно было определить сроки, в какие будет достигнуто предельное состояние (минимальные потери и максимальный подъем уровня грунтовых вод), определить, как эти сроки соответствуют фактической продолжительности работы канала, и описать режим грунтовых вод на прилегающих к каналу землях, чтобы можно было наметить целесообразные мероприятия по улучшению неблагоприятного водного режима земель.

В связи с этим необходимо изучить изменение во времени как фильтрации из канала (ее уменьшение), так и нарастание подземного оттока, учитывая, что они

взаимно связаны и влияют друг на друга. Прежде чем переходить к вопросам их взаимодействия, рассмотрим некоторые вопросы динамики грунтовых вод, необходимые для выяснения связи фильтрации из каналов с подземным оттоком.

КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОСНОВНЫХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

Рассмотрим кратко методы изучения неустановившейся фильтрации в целях использования их для решения поставленной задачи.

Гидродинамический метод. Использован П. Я. Полубариновой-Кочиной (1952) при решении задачи по притоку нефти, окруженной водой, к скважинам (постановка задачи Л. С. Лейбензона, см. Виноградов, Куфарев, 1947; Галин, 1951) при постоянном давлении на поверхности перемещающегося контура нефти. Затем этот метод был обобщен для неустановившегося движения грунтовых вод со свободной поверхностью и применен к задаче по определению притока воды к одиночной дрене при весьма глубоком залегании водоупора и при конечной глубине водоносного пласта (Калинин, 1948). Указанным методом также получены некоторые решения по растеканию бугра грунтовых вод (Полубаринова-Кочина, 1952 а; Кочина, 1953; Галин, 1951). П. Я. Полубаринова-Кочина допустила на свободной поверхности грунтовых вод постоянство давления и нашла условия в дифференциальной форме, которые должны удовлетворяться на поверхности грунтовых вод при неустановившейся фильтрации. Эти условия даны в форме дифференциальных связей между комплексными функциями давления, координатами потока и координатами вспомогательной плоскости. Особенность вспомогательной плоскости заключается в том, что во все время движения ее вещественная ось соответствует поверхности грунтовых вод.

Решение находится или путем использования особенностей функции Жуковского и комплексного потенциала для группы задач, или путем отыскания коэффициентов бесконечного ряда, составленного по возрастающим степеням времени (Полубаринова-Кочина, 1952 а). Условия на свободной поверхности ($p=p_a$), принятые в

рассматриваемом методе, соблюдаются только для медленно изменяющегося течения, тогда как при быстром подъеме или спаде давления в области грунтовых вод эти условия не выполняются.

Сложность математических выкладок не позволяет широко применять рассматриваемый метод к решению практических задач гидротехники.

С. Н. Нумеров (Аравин, Нумеров, 1953) предложил исследовать неустановившееся движение грунтовых вод с помощью метода характеристик уравнений в частных производных гиперболического типа, аналогичного известному методу С. А. Христиановича изучения медленно изменяющихся течений в открытых потоках (Христианович, Михлин, Девисон, 1938). В этой же работе С. Н. Нумеров рассматривает возможность решения задач по неустановившемуся движению грунтовых вод методом теории длинных волн малой амплитуды. Это сводит рассматриваемые задачи к решению телеграфного уравнения (в частных производных), что С. Н. Нумеров и выполнил для типичных начальных и граничных условий, отыскивая решение в виде рядов Фурье. Сложность этих методов затрудняет их использование для решения практических задач.

Решение разнообразных задач, выдвигаемых производством, точными гидромеханическими методами затруднительно не только ввиду их сложности. Недостаточная изученность физической сущности неустановившейся фильтрации и в связи с этим гипотетичность соблюдения некоторых положений, лежащих в основе гидромеханического способа, приводят к тому, что точность совершенного рассмотрения механической формы движения может быть существенно искажена из-за того, что не учитываются физические особенности процесса. Следует отметить также недостаточную точность при определении физических констант грунта (прежде всего коэффициента фильтрации и свободной порозности) в условиях производства и разнообразие геологических условий, из-за которых обычно рассматривают типичные схемы с осредненными характеристиками грунта. Это может вносить ошибки, бóльшие по величине, чем уточнения, даваемые гидромеханическими методами.

В результате в последнее время выдвинулись на первый план более упрощенные методы изучения динамики грунтовых вод.

Гидравлические методы. Если принять, что колебания грунтовых вод невелики по сравнению с их мощностью, то неустановившееся движение грунтовых вод может быть описано уравнением Буссинеска:

$$m\frac{\partial h}{\partial t}=k\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right]\pm w_0 \text{ при } h=p/\rho g+z, \tag{124}$$

где h — напор; p — давление; ρ — плотность; g — ускорение свободного падения; x, y, z — координаты; t — время; k — коэффициент фильтрации; m — свободная порозность; w_0 — интенсивность подпитывания (или испарения) грунтовых вод с поверхности земли.

При рассмотрении колебаний уровня грунтовых вод в сторону от длинного водотока движение происходит в основном перпендикулярно к оси водотока, поэтому в уравнении (124) можно принять $dh/dy=0$, и оно будет иметь вид:

$$m\frac{\partial h}{\partial t}=k\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)\pm w_0. \tag{125}$$

Известен ряд точных решений уравнения (125), но отыскивать его решения трудно. Упрощенно можно считать, что мощность потока грунтовых вод настолько велика по сравнению с колебаниями их уровня, что допустимо записать формулу (125) в виде

$$m\frac{\partial h}{\partial t}=kT_{\text{ср}}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}\pm w_0, \tag{126}$$

где $T_{\text{ср}}$ — средняя мощность потока грунтовых вод.

Отметим, что произведение

$$k\frac{\partial}{\partial x}\left(h\frac{\partial h}{\partial x}\right)=\frac{\partial Q}{\partial x}$$

представляет изменение расхода по длине потока в уравнении (125); выражение

$$kT_{\text{ср}}\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}=kT_{\text{ср}}\frac{\partial I}{\partial x}$$

в уравнении (126) отражает также изменение расхода, но через изменение уклона потока I. Выше были указаны пределы колебаний значений $T_{\text{ср}}$, I для грунтовых вод основных орошаемых массивов, откуда следует, что уклон грунтовых вод (только в исключительных случаях и обычно для благоприятных в мелиоративном отно-

шении земель) достигает 0,05 при $T \approx 10$ м. Обычно же уклоны значительно меньше.

Представим себе весьма неблагоприятный и редкий случай, когда $T=10$ м и $I=0{,}05$. Это соответствует неустановившемуся потоку грунтовых вод, для которого в двух соседних сечениях $h_1=12{,}5$ м, $I_1=0{,}05$, $h_2=7{,}5$, $I_2=0$ (например, фронт растекания грунтовых вод). Примем $k=10$ м/сут, $x=100$ м. Тогда по формуле (125)

$$k\frac{\Delta}{\Delta x}\left(h\frac{\Delta h}{\Delta x}\right)=\frac{10(h_1I_1-h_2I_2)}{100}=\frac{10\cdot 12{,}5\cdot 0{,}05}{100}=0{,}0625 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

По формуле (126) получим

$$kT_{\text{ср}}\frac{\Delta(h_1-h_2)}{\Delta x\Delta x}=\frac{10\cdot 10\cdot 5}{100\cdot 100}=0{,}05 \text{ м}^3/\text{сут},$$

то есть отличие в значениях $\Delta Q/\Delta x$, вычисленных по формулам (125) и (126), составляет $0{,}0125\cdot 100 : 0{,}0625 = 20\%$.

Следовательно, для самых неблагоприятных и редко встречающихся случаев ошибка от замены нелинейного дифференциального уравнения (125) линейной зависимостью (126) при изучении режима грунтовых вод орошаемых массивов лежит в пределах 20%, что, если учесть точность исходных данных, вполне допустимо. Обычно эта ошибка бывает меньше.

Н. А. Багров и Н. Н. Веригин предложили линеаризировать уравнение (125) путем введения новой переменной $u=0{,}5h^2$ [аналогичный прием для установившегося движения был применен Ф. Форхгеймером (1935)], что все же не избавляет от осреднения, так как уравнение (125) принимает вид:

$$a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+b=\frac{\partial u}{\partial t} \text{ при } a=\sqrt{\frac{k\overline{h_{\text{ср}}}}{m}},\ b=\frac{w_0 h_{\text{ср}}}{m}, \qquad (127)$$

то есть осредненное значение $h_{\text{ср}}$ входит как в коэффициент a, так и в свободный член b (приведенная интенсивность питания или испарения с поверхности грунтовых вод). Достоинством этого предложения является то, что конечное положение поверхности грунтовых вод по формуле (127) может быть получено в форме параболы, что нельзя получить по зависимости (126) в явном виде. П. Я. Полубариновой-Кочиной (1952 а) показано, что при решении некоторых задач целесообразнее пользо-

ваться первым способом линеаризации уравнения (125), а при решении других задач — вторым способом.

Ю. Д. Соколовым (1954) предложен способ решения уравнения (125) путем осреднения производной dh/dt, но этот прием не всегда целесообразен ввиду обычно затухающего характера движения и сложных конечных результатов, получающихся в итоге решения. И. А. Чарным (1951) предложен более точный способ линеаризации уравнения (125), но он вносит значительные усложнения в решения.

Если воспользоваться изложенным выше обобщенным предложением Н. Е. Жуковского о возможности сложения потоков, то нет необходимости за исходное положение поверхности грунтовых вод принимать какую-либо поверхность правильной геометрической формы. Достаточно на существующую поверхность грунтоных вод наложить изменения, которые вызываются местными возмущениями. Причем эти изменения надо определять при осредненной мощности потока грунтовых вод.

Следовательно, с достаточной для практики точностью динамику грунтовых вод орошаемых массивов, и в частности динамику подземного оттока при подпертой фильтрации из каналов, можно описать линейным уравнением (126), что и принимается в дальнейшем изложении.

Осреднение мощности потока грунтовых вод принимаем так:

$$T_{ср}=\frac{T_1+T_2}{2}+\frac{h_1+h_2}{2}, \qquad (128)$$

где T_1 и T_2 — начальные (исходные) мощности потока грунтовых вод для первого и второго расчетных сечений, между которыми рассматривается неустановившийся режим грунтовых вод; h_1 и h_2 — изменения напоров (уровней) грунтовых вод в тех же сечениях за рассматриваемый промежуток времени.

Так как $h \ll T$, а величины T_1 и T_2 известны и обычно известно значение h_1 (или h_2), то точность определения h_2 (или h_1) может быть невелика. В случае необходимости после решения задачи [то есть определения $h(x, t)$] можно уточнить величину $T_{ср}$ и решить задачу во втором приближении.

Отметим, что в работах П. Я. Полубариновой-Кочиной (1952 а) и Н. Н. Веригина (1952) имеются некото-

рые решения уравнений (126) и (127), которые по условиям близки к рассматриваемым нами. Г. К. Михайлов показал, что линейное (126) и нелинейное (127) уравнения соответствуют предельным случаям анизотропии грунта.

Вопросы неустановившегося движения грунтовых вод с образованием свободной поверхности применительно к решению мелиоративных задач получили значительное развитие. Основной вопрос, подвергавшийся анализу,— это изучение неустановившегося движения грунтовых вод при стекании их в дренаж как при пополнении грунтовых вод просачивающимися атмосферными осадками, так и без него.

К первой группе таких работ относятся предложения по расчету расстояния между дренами А. Н. Костякова (1935), В. С. Козлова (1940), С. Ф. Аверьянова (1939), Werner (1953) и ряда других авторов. Эти работы могут быть полезными при рассмотрении динамики поверхности грунтовых вод под каналом после прекращения его работы и при наличии оттока, то есть при анализе периодического действия каналов в условиях дренированной системы.

Другая группа работ посвящена вопросам неустановившегося движения грунтовых вод при фильтрации из водохранилищ и каналов. Так как этот вопрос имеет непосредственное отношение к исследуемой теме, то остановимся подробнее на имеющихся в этой области предложениях.

Ф. И. Пикалов (1952) рассмотрел влияние фильтрации из речных русл на режим грунтовых вод при прохождении паводка. При этом автор разобрал два случая: подъем уровня воды в реке не меняет общего направления потока грунтовых вод, текущих к реке; подъем уровня воды в реке при прохождении паводка значительно превышает уровень грунтовых вод, и происходит фильтрация из реки в берега.

А. Н. Костяков (1948) изучал растекание грунтовых вод при постоянном напоре, созданном весьма быстро в некотором сечении потока. Его зависимости — обобщение многочисленных экспериментов, проведенных на приборе В. С. Лукьянова. Они совпадают с частными случаями гидромеханических решений. Аналогичные эмпирические формулы получены Т. С. Каранфиловым (1953) на интеграторе В. С. Лукьянова.

П. И. Шиленко (1950) рассматривал неустановившуюся фильтрацию из водохранилища в берега при напорном движении.

Численно-графические методы. Применение численного и графического методов для расчета неустановившегося движения грунтовых вод основано на рассмотрении водного баланса для отдельных небольших участков потока за небольшой, но конечный элемент времени. Рассмотрение водного баланса для элементарных участков потока с использованием уравнения Дарси позволяет для отдельных моментов времени достаточно точно вычислить элементарные расходы, скорости и т. д.

Суммированием в пространстве и времени полученных результатов можно определить расходы, средние скорости, уровни и другие параметры для всего потока в целом.

Укажем на следующие разновидности рассматриваемого способа.

Г. Н. Каменский (1943, 1953) предложил численный метод расчета неустановившегося движения грунтовых вод, названный им способом составления уравнений неустановившегося движения грунтовых вод в конечных разностях.

Автор, рассматривая плоский поток, делит его на равные по длине элементарные участки Δx и, принимая в основу формулу Дюпюи, составляет водный баланс элементарного участка за время Δt, в результате чего уравнение баланса принимает вид:

$$\frac{H_{n,s+1}-H_{n,s}}{\Delta t}=\frac{2kh}{\mu(\Delta x)^2}\left(\frac{H_{n+1,s}+H_{n-1,s}}{2}-H_{n,s}\right)+\frac{w}{\mu}, \qquad (129)$$

где индексы $n-1$, n, $n+1$ обозначают номера сечений сверху вниз по течению потока; h — глубина грунтовых вод; H — напор, отсчитанный от плоскости сравнения; Δx — расстояния (одинаковые) между сечениями; Δt — элемент времени, для которого подсчитывается баланс; k — коэффициент фильтрации; w — инфильтрация атмосферных осадков с поверхности земли; индекс s обозначает время; μ — свободная пористость выше уровня грунтовых вод.

Тождественность уравнения (129) зависимости (126) говорит о том, что в однородных грунтах для граничных и начальных условий, для которых может быть получено решение уравнения (129), метод конечных разностей не имеет преимуществ перед решением дифференциального уравнения (126).

Для неоднородного строения грунта, когда коэффициент фильтрации изменяется по длине потока, Г. Н. Каменский составил баланс в виде более сложного уравнения, которое здесь не приводится.

Несмотря на сложность расчетов по уравнению (129) и особенно по аналогичному уравнению для неоднородных грунтов, следует отметить, что метод конечных разностей позволяет учитывать местные особенности геологического строения, изменение питания грунтовых вод по участкам. Поэтому он весьма полезен для прогноза режима грунтовых вод в конкретных заданных условиях с применением ЭВМ.

А. Т. Морозов не принимал допущения о вертикальности эквипотенциальных плоскостей. Он рассмотрел плоский поток грунтовых вод, то есть неустановившееся движение грунтовых вод со свободной поверхностью, как последовательно чередующуюся серию установившихся течений и для каждого такого течения, соответствующего определенному моменту времени, предложил строить гидромеханические сетки движения. Использование гидромеханических сеток движения для расчета неустановившегося течения предложено Е. А. Замариным (1939).

Особенность таких сеток, построенных для отдельных моментов времени,— удовлетворение каждого элемента сетки уравнению водного баланса за время Δt. Расход воды для отдельного элемента подсчитывается по Дарси, причем все элементы (напор, длина, коэффициент фильтрации) осредняются как в пространстве, так и во времени. Ввиду того, что при этом ищут уровни грунтовых вод, которые входят как в выражения для количества воды, пошедшего на повышение уровня грунтовых вод, так и в выражения для расходов, задача для каждого элемента решается подбором. В результате сложных расчетов можно получить суммарные расходы, напоры и другие элементы для всего потока в целом, что сделано А. Т. Морозовым для анализа фильтрации из Каракумского канала.

П. Я. Полубаринова-Кочина (1952 а) показала условия на свободной поверхности перемещающегося свободного потока грунтовых вод и предложила новый способ графического расчета такого движения, сводящийся к построению системы сеток изобар и сеток движения.

Метод моделирования. В последнее время в исследованиях широко применяется метод моделирования неустановившегося движения грунтовых вод, причем наибольшее распространение получили испытания на гидравлическом интеграторе В. С. Лукьянова (1937), электроинтеграторах, а также в лотках—щелевых и с грунтом. Этот метод дает возможность: получать количественные результаты для конкретных условий (иногда весьма сложных) производственных задач; проверять имеющиеся теоретические решения для более простых схем; устанавливать на основании многочисленных экспериментов и правил моделирования эмпирические связи для ряда общих схем движения. Метод этот весьма полезный, а в ряде случаев даже единственный (для сложных условий).

Метод полевых исследований. Применяется при изысканиях, строительстве и эксплуатации гидротехнических сооружений и мелиоративных систем, а также на полевых опытных станциях. Он наиболее надежен, позволяет в конкретных условиях решать поставленные производством задачи. Особенно ценным он становится в комплексе с теоретическими методами.

Учитывая изложенное, останавливаемся на гидравлическом методе исследования, позволяющем с достаточной для практики точностью выяснить количественные соотношения, характеризующие режим грунтовых вод в условиях неустановившегося движения. Полученные теоретическим методом результаты необходимо проверять лабораторными и полевыми исследованиями, что автором частично сделано в последней главе.

ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ СВОЙСТВА НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЙ ГРУНТОВЫХ ВОД

Примем за основу дальнейшего исследования неустановившейся фильтрации линейное дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial h}{\partial t} = a^2 \nabla h + \frac{q}{\delta} \text{ при } a^2 = \frac{kT_{ср}}{\delta}, \quad \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad (130)$$

где h — изменения в напоре грунтовых вод, м; t — время, сут; q — интенсивность питания потока грунтовых вод, м/сут; δ — коэффициент водоотдачи при опускании грунтовых вод и свободная пористость при подъеме уровня грунтовых вод в долях объема грунта; $T_{ср}$ — средняя мощность потока грунтовых вод в пределах ко-

лебания уровня грунтовых вод, осреднение проводится как во времени, так и в пространстве (в дальнейшем изложении для простоты записи среднюю мощность потока будем обозначать T), м; k — коэффициент фильтрации водоносного пласта, м/сут; ∇ — символ оператора Лапласа.

При фильтрации из достаточно длинных каналов уравнение (130) примет вид, аналогичный виду уравнения (126):

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{kT}{\delta} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{q}{\delta}. \qquad (131)$$

Уравнение (131), описывающее теплопроводность и диффузию, хорошо известно в математической физике.

Переписывая уравнение (131) таким образом:

$$\frac{\delta \partial h}{\partial t} dxdt = \frac{\partial \left(kT \frac{\partial h}{\partial x} \right)}{\partial x} dxdt + qdxdt,$$

видим, что оно выражает баланс грунтовых вод элементарного объема за время dt, то есть равенство изменения запасов грунтовых вод вследствие подъема или опускания их уровня сумме изменения расхода потока грунтовых вод по длине на участке dx и внешнего питания (или убыли) по этой же длине.

Питание (или испарение) принимается в данной работе постоянным (не зависящим от h, x, t).

В работах А. Н. Мятиева (1946, 1949), Н. К. Гиринского (1947), П. Я. Полубариновой-Кочиной (1952 а) и других авторов рассматривается возможность пластового подпитывания потока грунтовых вод снизу через плохо водопроницаемое основание из еще более глубоко расположенного водоносного пласта, в котором напор превышает уровень грунтовых вод рассматриваемого открытого потока. В этом случае уравнение (131) принимает более сложный вид, но подстановкой оно приводится к линейному типу (Полубаринова-Кочина, 1952 а).

Так как мы ограничиваемся рассмотрением фильтрации из каналов и подземного оттока, когда отсутствует транзитный межпластовый поток, то остановимся на уравнении (131) и приведем его к безразмерным отношениям, пользуясь обычными методами теории моделирования и подобия.

Обычно неустановившиеся движения вызывают изменения в существующем режиме и новое стационар-

ное состояние, что и описывается уравнением (131). Поэтому примем за основные элементы характеристики установившегося режима и постараемся изменения, вызываемые возмущениями, выразить через эти основные элементы.

Будем считать, что основными характеристиками стационарного потока являются его длина L, наибольшее изменение напора H_0, средняя мощность T и коэффициент фильтрации k.

Введем относительные величины: $\bar{h}=h/H_0$, $\bar{x}=x/L$.

Тогда формула (131) примет вид:

$$H_0 \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = \frac{TkH_0}{\delta L^2} \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{q}{\delta} \text{ или } \frac{\delta L^2}{kT} \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{qL^2}{kTH_0}. \quad (132)$$

Обратив внимание на то, что параметр $\delta L^2/kT$ имеет размерность времени, назовем его временем стабилизации и обозначим через τ:

$$\tau = \delta L^2/kT. \quad (133)$$

Ниже будет показана большая роль этого критерия в анализе неустановившегося движения.

Вводя относительное время $\bar{t}=t/\tau$ в формулу (131), имеем:

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{qL^2}{kTH_0}. \quad (134)$$

Отметим, что величина $qL=Q_0$ выражает суммарное питание потока грунтовых вод на всей его длине, то есть величина Q_0 означает суммарный приток воды (или испарение) с поверхности почвы. Иначе говоря, Q_0 характеризует воздействие почвы на грунтовые воды.

Величина $kTH_0/L=Q_c$ хотя и приближенно, но выражает подземный отток. Тогда можно считать, что отношение $\eta=Q_0/Q_c$ характеризует взаимодействие питания потока грунтовых вод со стороны почвы и способности этого потока отвести поступающие в него с поверхности земли воды. В случае испарения это отношение будет характеризовать способность грунтового потока испарять воду.

В результате введения безразмерных величин формула (131) примет вид:

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} + \eta, \quad (135)$$

где $\bar{x}=x/L$, $\bar{h}=h/H_0$, $\bar{t}=t/\tau$, $\tau=\delta L^2/kT$, $\eta=Q_0/Q_c$.

Так как значение $\eta = \text{const}$, то можно принять $h^* = \bar{h} - \eta\bar{t}$; при этом

$$\frac{\partial h^*}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} - \eta, \quad \frac{\partial^2 h^*}{\partial \bar{x}^2} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2}.$$

Тогда уравнение (135) примет вид:

$$\partial h^*/\partial \bar{t} = \partial^2 h^*/\partial \bar{x}^2. \tag{136}$$

Введем новое переменное, аналогичное времени стабилизации для всего потока τ, но отнесенное к координате x, то есть к расстоянию от источника возмущения: $\tau_x = \delta x^2/kT$.

Тогда относительное время, то есть отношение времени ко времени стабилизации в данной точке, будет:

$$\beta = t/\tau_x = \bar{t}/\bar{x}^2. \tag{137}$$

Вводя зависимость (137) в формулу (136), получаем:

$$\frac{\partial h^*}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial h^*}{\partial \beta}\frac{1}{\bar{x}^2}, \quad \frac{\partial^2 h^*}{\partial \bar{x}^2} = \frac{4\bar{t}^2}{\bar{x}^6}\frac{\partial^2 h^*}{\partial \beta^2} + \frac{6\bar{t}}{\bar{x}^4}\frac{\partial h^*}{\partial \beta},$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial \beta}(1-6\beta) = 4\beta^2\frac{\partial^2 h^*}{\partial \beta^2}.$$

Это дает право написать

$$\frac{u''}{u'} = \frac{1-6\beta}{4\beta^2} = f(\beta), \tag{138}$$

где u'' и u' — вторая и первая производные h^* по β.

Вводя обозначение $u' = p$, имеем:

$$\frac{dp}{p} = \left(\frac{1}{4\beta^2} - \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{\beta}\right)d\beta, \quad p = \frac{C_1}{\beta\sqrt{\beta}}\exp\left(-\frac{1}{4\beta}\right). \tag{139}$$

Вторично интегрируя, получаем:

$$u = h^* = \int \frac{C_1 \exp\left(-\frac{1}{4\beta}\right)d\beta}{\beta\sqrt{\beta}} + C_2. \tag{140}$$

Найдем частное решение при $C_1 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$ и $C_2 = 0$:

$$h^* = C_1\int_0^\beta \frac{\exp\left(-\frac{1}{4\beta}\right)}{\beta\sqrt{\beta}}d\beta = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\int_0^\infty e^{-\lambda^2}d\lambda - \int_0^\lambda e^{-\lambda^2}d\lambda\right) =$$

$$= 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right),$$

$$\lambda^2=\frac{1}{4\beta},\quad d\beta=-\frac{1}{2\lambda^3}\,d\lambda,\quad \operatorname{erf} z=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-p^2}\,dp.$$

Принимая $\eta=0$ и учитывая, что $\bar{h}=h/H_0$, $\beta=t/x^2=tkT/\delta x^2$, получаем:

$$h=H_0\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\right)\right],$$

то есть известное частное решение уравнения (135) при $\eta=0$ (отсутствие площадного питания), неограниченной длине потока, начальном условии $t=0$, $h(x,0)=0$ и краевом условии $t>0$, $h(0,t)=H_0$.

Таким образом, частное решение уравнения (136) приводит к тому, что изменения напора, вызванные возмущениями при неустановившемся движении h, выражаются как произведение напора, соответствующего стационарному состоянию H_0, на коэффициент, зависящий только от относительного времени β, то есть от отношения $\beta=t/\tau_x$.

Учитывая изложенное, можно сделать некоторые общие выводы относительно характера течения процесса, описываемого уравнениями (135) и (136).

Уравнение (135) отражает изменения в поверхности потоков грунтовых вод (достаточно мощных, у которых колебания поверхности малы по сравнению с их мощностью), вызываемые изменениями в условиях их формирования.

Поскольку в существующий стационарный режим вносятся и в нем поддерживаются изменения, то новым создавшимся условиям будет соответствовать новый режим, стремящийся к новому установившемуся состоянию.

Таким образом, уравнение (135) описывает переход от одного (исходного) режима к другому (новому), созданному новыми условиями формирования.

За основные характерные элементы потока целесообразно принимать элементы будущего стационарного режима. В переходный период элементы потока надо характеризовать как долю от их предельных значений.

Анализ уравнения (135) показывает, что процесс перехода от одного режима грунтовых вод к другому в связи с изменениями условий формирования грунтовых вод носит затухающий характер.

Одна общая характеристика неустановившегося движения грунтовых вод — время стабилизации $\tau_0=\delta L^2/kT$ для потоков конечной длины L и $\tau_x=\delta x^2/kT$ для потоков весьма протяженных, причем x — расстояние от источника возмущения. Время стабилизации показывает податливость потока грунтовых вод на воздействия. Если это время очень велико, то поток инертен, плохо управляем. Если время стабилизации мало, то потоку можно быстро сообщить нужный режим.

Другая общая характеристика потоков грунтовых вод — отношение расхода, питающего поток по его длине, Q_0 к расходу, который поток может отводить при стационарном режиме, Q_e. Это отношение $\eta=Q_e/Q_0$ характеризует взаимодействие потока грунтовых вод с поверхностными. При $\eta=0$ поток грунтовых вод расположен так глубоко, что тесного взаимодействия нет (это взаимодействие есть всегда, хотя бы в форме передвигающихся паров воды, но при глубоких грунтовых водах эта связь значительно ослабевает). При $\eta<0$ убывают запасы грунтовых вод в результате передвижения их под действием поверхностных сил в более сухие слои почвы и испарения. При $\eta>0$ происходит питание потока по его длине (инфильтрация атмосферных осадков, просачивание при поливах и др.).

Из формулы (136) видно, что если расход по длине потока не изменяется ($\partial^2\bar{h}/\partial\bar{x}^2=0$, но может быть $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=C$), то

$$\frac{\partial h^*}{\partial\bar{t}}=\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}-\eta=0,\ \bar{h}=\eta\bar{t},$$

то есть происходит линейный подъем или опускание уровня грунтовых вод.

Из формулы (135) видно, что питание потока по длине хотя и увеличивает скорость подъема уровня грунтовых вод, но не ускоряет окончания процесса в целом, так как стационарный режим при сосредоточенном и площадном питании будет достигнут за время, равное времени стабилизации, не зависящее от способа и степени питания.

В наиболее важных для практики случаях определение напоров и расходов в фиксированных сечениях сводится к простому перемножению соответствующих величин H_0 и Q_0 на функции одного переменного β_0 (при сосредоточенном питании) и двух переменных β_0 и η

(при площадном питании). Это позволяет составить таблицы функций, упростив расчеты.

Найдем условия подобия неустановившихся потоков грунтовых вод. Воспользуемся с этой целью теорией подобия и моделирования.

Из уравнения (131) видно, что в исследуемом процессе общее число n самостоятельно входящих размерных величин равно шести (h, t, x, q/δ, k/δ, T), число первичных единиц измерений $k=2$ (сут, м), число групп однородных величин $l=4$. Тогда по π-теореме безразмерная форма уравнения должна содержать $n-k$ безразмерных величин. В уравнении (136) имеем $n-k=6-2=4$. Безразмерные величины: $\bar{h}$, η, $\bar{t}$, $\bar{x}$.

Следовательно, имеем четыре критерия подобия ($\bar{h}$, η, $\bar{t}$, $\bar{x}$), из которых три определяющих (η, $\bar{t}$, $\bar{x}$).

По обратной теореме для подобия физических процессов необходимо и достаточно, чтобы они были качественно одинаковыми, а их одноименные определяющие критерии подобия имели одинаковую величину. Для рассматриваемых потоков это означает: $\bar{x}=\text{idem}$ (геометрическое подобие), $\bar{t}=\beta_0=\text{idem}$ (динамическое подобие), $\eta=\text{idem}$ (подобие формирования).

Следовательно, неустановившиеся потоки грунтовых вод подобны, если они геометрически подобны, сохраняют равенство относительного времени β_0 и коэффициента формирования η.

Основное условие правильности моделирования неустановившихся течений грунтовых вод рассматриваемого типа — сохранение критериев подобия, которые приведены выше.

Рассмотрим более подробно возможные условия моделирования. Пусть a — линейный масштаб, b — масштаб времени. Тогда при $\delta_н=\delta_м$

$$x_н=ax_м,\ L_н=aL_м,\ \bar{x}_н=\frac{x_н}{L_н}=\frac{ax_м}{aL_м}=\bar{x}_м;$$

$$h_н=ah_м,\ (H_0)_н=a(H_0)_м,\ \bar{h}_н=\frac{h_н}{(H_0)_н}=\frac{ah_м}{a(H_0)_м}=\bar{h}_м;$$

$$t_н=bt_м,\ \tau_н=\frac{\delta L_н^2}{k_н T_н}=\frac{\delta a^2 L_м^2}{(a/b)k_м a T_м}=b\tau_м,\ (\beta_0)_н=(\beta_0)_м;$$

$$\eta_н=\frac{q_н L_н^2}{(H_0)_н k_н T_н}=\frac{(a/b)q_м a^2 L_м}{a(H_0)_м (a/b)k_м a T_м}=\eta_м,$$

где индексы н и м означают натуру и модель.

Таким образом, при двух различных масштабах (линейном a и времени b) подобие сохраняется при моделировании коэффициента фильтрации $k_н=(a/b)k_м$, интенсивности питания $q_н=(a/b)q_м$ и свободной порозности $\delta_н=\delta_м$. Обычно принимают $a=b$, $k_н=k_м$, $q_н=q_м$.

Можно поставить вопрос о моделировании k, q, δ.

Обозначим масштабы: горизонтальный L через a, вертикальный T, h через f, времени t через b, коэффициента фильтрации k через c, интенсивности питания q через d и свободной порозности δ через e.

Учитывая, что $\tau=\delta L^2/kT$, $\eta=qL^2/H_0kT$, а также имея в виду, что инфильтрация происходит вертикально (q), а движение грунтовых вод в основном горизонтально (k), получаем: $b=ea^2/cf$, $1=da^2/fc$, $d=f/b$, $c=a/b$.

Решение уравнений масштабов дает: $e=1$, $a=f$, $c=d$, $c=a/b$.

Отсюда следует, что при соблюдении подобия потоков с инфильтрационным питанием порозность не моделируется ($e=1$), а вертикальный и горизонтальный масштабы должны приниматься равными $a=f$. Вследствие этого коэффициент фильтрации имеет тот же масштаб, что и интенсивность инфильтрации ($c=d$). Из связи $c=a/b$ могут быть произвольно выбраны два масштаба. Так как длительность лабораторных опытов не играет столь большой роли, а выборы масштабов линейного a и коэффициента фильтрации c обычно ограничены, то для масштаба времени можно написать

$$b=a/c. \tag{141}$$

Полученный результат важен тем, что позволяет моделировать неустановившиеся потоки грунтовых вод, изменяя грунты (в пределах неизменности $e=1$).

Кроме того, зависимость (141) расширяет возможность использования лабораторных испытаний.

Для неустановившихся потоков с сосредоточенным воздействием без питания их по пути ($\eta=0$) возможности моделирования несколько расширяются.

Сохраняя масштабы a, b, c, e, f ($d=0$) и пользуясь соотношениями $ea^2/cf=b$, $c=a/b$, получаем, кроме зависимости (141), условие $ea=f$. Это можно записать в виде

$$b=f/ec,\ a=f/e. \tag{142}$$

Зависимости (142) позволяют, подбирая грунт (e, c), применять искаженный масштаб ($a \neq f$), не нарушая подобия потоков, и расширять возможности переноса в натуру результатов моделирования.

ПОТОКИ ГРУНТОВЫХ ВОД БОЛЬШОЙ ДЛИНЫ (БЕССТОЧНЫЕ БАССЕЙНЫ)

Исследуем динамику подземного оттока и уровней грунтовых вод для длинных потоков при отсутствии дренажа и расходовании фильтрационных потерь на пополнение запасов грунтовых вод. Исходным будет уравнение (135), для решения которого нужно установить начальные и граничные условия.

Рассмотрим изменение напора грунтовых вод в створе канала, не учитывая кратковременный период смачивания грунта и считая, что бассейн грунтовых вод приходит в движение с момента соприкосновения фильтрационных вод с капиллярной каймой.

Так как опускающийся фильтрационный поток насыщен не полностью и между уровнем грунтовых вод и дном канала имеется зона неполного насыщения, то очевидно, что для потока грунтовых вод нельзя принимать напор, равный напору воды в канале. Это равенство возможно только при высоком начальном положении грунтовых вод.

При низком уровне грунтовых вод возрастание напора в сечении под каналом не будет мгновенным, и положение поверхности грунтовых вод будет влиять на фильтрационный расход, что, в свою очередь, влияет на изменение напора. Задача может быть сведена к определению режима грунтовых вод в стороне от канала, если задано или изменение напора в сечении $x=0$, или изменение расхода в этом же сечении. Следует отметить, что одно условие определяет другое и произвольный выбор как связи $H(t)$, так и $Q_0(t)$ не может быть сделан.

Сосредоточенное питание, фильтрация из одиночного канала. При внезапном увеличении уровня воды в канале примем, что средняя мощность бассейна грунтовых вод до начала фильтрации из канала постоянна. Теоретически мгновенно, а практически весьма быстро канал заполняется водой, что создает вблизи него напор, который и формирует поток грунтовых вод. Будем счи-

тать, что начальный уровень грунтовых вод достаточно высокий, чтобы напор, определяющийся отметкой уровня воды в канале, сразу передался на начальное сечение потока грунтовых вод под дном канала, то есть принимаем сразу третью стадию фильтрации — стадию сплошного потока грунтовых вод. Тогда в дальнейшем напор в створе канала может быть принят постоянным и равным разности отметок воды в канале и уровня грунтовых вод в створе канала до его наполнения, то есть $h_{x=0}=H_0$.

При отсутствии питания по длине потока уравнение (135) принимает вид:

$$\partial\bar{h}/\partial\bar{t}=\partial^2\bar{h}/\partial\bar{x}^2, \tag{143}$$

где

$$\bar{h}=h/H_0,\ \bar{x}=x/L,\ \bar{t}=t/\tau,\ \tau=\delta L^2/kT.$$

Нужно решить уравнение (143) при следующих граничных и начальных условиях: $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$ для любого $\bar{x}$; $\bar{t}>0$, $\bar{h}=1$ для $\bar{x}=0$, причем величина $\bar{x}$ изменяется в пределах $0\leqslant\bar{x}<+\infty$.

Решение аналогичной задачи известно в теории теплопроводности (Лыков, 1952 и др.). Применительно к грунтовым водам это решение имеет следующий вид:

$$h=H_0(1-\operatorname{erf} z), \tag{144}$$

где h — повышение поверхности грунтовых вод на расстоянии x от оси канала через время t от начала его работы; $z=x/2a\sqrt{t}$, $a=\sqrt{kT/\delta}$.

Расход на фильтрацию в сечении $x=0$ получим как

$$Q=-kT\,(\partial h/\partial x)_{x=0}.$$

Находя по формуле (144) значение dh/dx, имеем:

$$\frac{\partial h}{\partial x}=-H_0\sqrt{\frac{\delta}{\pi kTt}}\exp\left(-\frac{\delta x^2}{4kTt}\right).$$

Подставляя значение $(dh/dx)_{x=0}$ в выражение для расхода, получаем:

$$Q=H_0\sqrt{kT\delta/\pi t}.$$

Расход грунтового потока в обе стороны от канала

$$Q=\frac{2}{\sqrt{\pi}}H_0\sqrt{kT\delta}\,\frac{1}{\sqrt{t}}. \tag{145}$$

Объем воды, отводимый грунтовым потоком за время t от начала работы канала, найдем как

$$W=\int_0^t Q\,dt=\frac{4}{\sqrt{\pi}}H_0\sqrt{kT\delta}\sqrt{t}\ . \qquad (146)$$

Скорость подъема уровня грунтовых вод может быть найдена как dh/dt из выражения (144). Дифференцирование дает

$$v=\frac{H_0}{\sqrt{\pi}}\ \frac{x}{2a\sqrt{t}}\ \frac{1}{t}\exp\left(-\frac{x^2}{4a^2t}\right)\text{ при }a=\sqrt{\frac{kT}{\delta}}. \qquad (147)$$

Максимальная скорость подъема уровня грунтовых вод после исследования выражения (147) соответствует равенству:

$$\frac{x^2}{2a^2t}-3=0,\ t=\frac{1}{6}\ \frac{\delta x^2}{kT},\ x=\sqrt{\frac{6kTt}{\delta}}, \qquad (148)$$

$$v_{\max}=\frac{H_0kT}{\delta x^2}\,3\sqrt{\frac{6}{\pi}}\ e^{-3/2}\approx 0{,}92\ \frac{H_0kT}{L}\ \frac{1}{\delta L}=0{,}92\ \frac{Q_д}{W_{св}},$$

где $Q_д$ — расход, подсчитанный по формуле Дюпюи для сечения, находящегося на расстоянии L от канала; $W_{св}=\delta L$ — объем свободной порозности на всем протяжении от канала до рассматриваемого сечения (на единицу высоты).

Формулы (148) позволяют определить время, когда скорость подъема грунтовых вод в данном сечении будет наибольшей.

С учетом выражения (148) находим, что этому времени соответствует $\operatorname{erf}(\sqrt{3/2})=0{,}9162$.

Следовательно, в этот момент подъем грунтовых вод составляет только 8,38% от значения H_0, то есть наибольшая скорость подъема достигается вскоре после начала; в дальнейшем она падает.

Определим скорость распространения в глубь материка подъема уровня грунтовых вод. Из формулы (144) следует $x=2a\sqrt{t}\ \operatorname{erf}^{-1}(1-h/H_0)$, где erf^{-1} — функция, обратная erf.

Тогда для любого заданного подъема уровня грунтовых вод h_1 можно написать:

$$dx/dt=a\operatorname{erf}^{-1}/\sqrt{t}. \qquad (149)$$

Но для любого $x=L$ действительно равенство $\sqrt{t}=L/2a\ \operatorname{erf}^{-1}$. Подставляя значение $\sqrt{t}$ в формулу (149), получаем:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2a^2(\mathrm{erf}^{-1})^2}{L} = \frac{kT}{\delta L} 2(\mathrm{erf}^{-1})^2. \qquad (150)$$

Пользуясь формулой (150), можно определить скорость распространения подъема уровня грунтовых вод заданной величины. Например, для подъема уровня грунтовых вод, составляющего 1% от наибольшего, получим $h/H_0 = 0{,}01$; при $\mathrm{erf}\, z = 1 - h/H_0 = 0{,}99$, находим $z = \mathrm{erf}^{-1}(0{,}99) = 1{,}82$. Тогда $dx/dt = 2 \cdot 1{,}82^2 \cdot kT/\delta L = 6{,}6kT/\delta L$.

Найдем по формулам (148) и (150) для сечения, расположенного на расстоянии $x = L$ от канала,

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{3kT}{2\delta t}} = \frac{3kT}{\delta L}. \qquad (151)$$

Если сравним зависимость (151) с обычным выражением скорости течения грунтовых вод $v = H_0 k/\delta L$, то увидим, что кажущаяся скорость $v_{каж}$ распространения подъема уровня грунтовых вод (отнесенная к точке) с максимальной скоростью подъема в глубь материка по формуле (151) значительно больше фактической скорости $v_{факт}$ движения воды.

Их отношение $v_{каж}/v_{факт} = 3T/H_0$ всегда имеет значения порядка десятков. Действительно, средняя мощность грунтовых вод T редко бывает менее 10 м, а чаще достигает значения 50 м и больше, тогда как обычно $H_0 = 3...5$ м, отчего отношение $v_{каж}/v_{факт} > 10$, что обычно и наблюдается.

Как было показано, в расчетах неустановившегося режима удобно применять время стабилизации.

Напомним обозначения: $\tau = \delta L^2/kT$ — время стабилизации потока длиной L; $\beta_0 = t/\tau$ — относительное время стабилизации потока грунтовых вод длиной L; $\tau_x = \delta x^2/kT$ — время стабилизации потока на расстоянии x от источника возбуждения; $\beta = t/\tau_x$ — относительное время стабилизации.

Введем теперь в предыдущие зависимости время стабилизации τ_x и относительное время β. Подъем уровня грунтовых вод можно записать в виде

$$h = H_0 \left[1 - \mathrm{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right)\right] = H_0 \varphi. \qquad (152)$$

Расход потока грунтовых вод в обе стороны от канала

$$Q=\frac{2H_0kT}{x}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\tau_x}{t}}=Q_д\frac{1}{\sqrt{\beta\pi}}=Q_д\psi, \qquad (153)$$

где $Q_д$ — расход, подсчитанный по Дюпюи для любого (произвольного) расстояния x при постоянном напоре H_0.

Объем воды, отводимый потоком грунтовых вод за время t от начала работы канала,

$$W=Q_д\frac{2t}{\sqrt{\beta\pi}}=W_0\delta \text{ при } W_0=Q_дt. \qquad (154)$$

Скорость подъема уровня грунтовых вод

$$v=\frac{H_0}{t}\frac{1}{2\sqrt{\beta\pi}}\exp\left(-\frac{1}{4\beta}\right)=\frac{Q_д}{\delta L}\frac{1}{2\beta\sqrt{\beta\pi}}\exp\left(-\frac{1}{4\beta}\right)=$$
$$=v_0\rho \text{ при } v_0=\frac{Q_д}{\delta L}. \qquad (155)$$

Условие максимальной скорости подъема:

$$\beta=\frac{t}{\tau_x}=\frac{1}{6} \text{ при } \tau_x=\delta x^2/kT. \qquad (156)$$

Значение v_{max} находится по формуле (155) при $\beta=1/6$ и $\rho=0{,}925$.

Кажущаяся скорость распространения подъема уровня грунтовых вод (отнесенная к точке) с максимальной скоростью подъема в глубь материка (скорость распространения v_{max})

$$v_{каж}=\frac{x}{t}\sqrt{\frac{3}{2}\beta}=\frac{3x}{\tau_x}. \qquad (157)$$

Структура полученных формул позволяет привести элементы потока для неустановившегося режима к элементам стационарного режима путем введения приведенных коэффициентов φ, ψ, σ, ρ, которые зависят от относительного времени τ_x и могут быть выражены в табличной форме.

Выясним, можно ли для условий рассматриваемой задачи представлять неустановившийся характер движения как последовательную серию стационарных движений и, в частности, зная положение уровней в каких-либо сечениях, при неустановившемся характере движения подсчитывать расход между ними по формулам стационарного режима.

Чтобы выяснить эти вопросы, рассмотрим выражение расхода между сечениями $x=0$ и $x=L$ для условий

задачи. Напомним, что здесь рассматривается частный случай сравнения расхода при неустановившемся режиме, вызванном быстрым подъемом уровня грунтовых вод в сечении $x=0$ (река, водоем, канал), и расхода, подсчитанного по Дюпюи, также для этого сечения. Причем уклон потока грунтовых вод принят как $I=\Delta h/x$, где Δh — разность уровней в сечении $x=0$ и в ближайшей скважине, находящейся на расстоянии x.

Считая расход между сечениями $x=0$, $h=H_0$ и x, h по формуле установившегося движения (Дюпюи), получаем:

$$Q_{\text{ур}}=\frac{kT}{x}\ (H_0-h).$$

Подставляя значение h по формуле (152), получаем:

$$H_0-h=H_0\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right),\quad Q_{\text{ур}}=\frac{H_0kT}{x}\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right).$$

Но по выражению (153) фактический расход при нестационарном режиме

$$Q_{\text{пр}}=\frac{H_0kT}{x}\ \frac{1}{\sqrt{\beta\pi}}.$$

Следовательно, отношение $\varkappa=Q_{\text{пр}}/Q_{\text{ур}}$ показывает, насколько отличается фактический расход при неустановившемся режиме $Q_{\text{пр}}$ от расхода, подсчитанного по формулам установившегося режима, $Q_{\text{ур}}$ при тех же самых граничных значениях уровней:

$$Q_{\text{пр}}=\varkappa Q_{\text{ур}},\ \varkappa=\frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right)\sqrt{\beta\pi}}. \qquad (158)$$

В таблице 15 даны приведенные коэффициенты неустановившегося потока грунтовых вод φ, ψ, σ, ρ, $\varkappa$ для формул (152)...(155), 158.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

Практически наблюдаемая зона влияния канала, или длина растекания фильтрационного потока из канала, увеличивается с течением времени и может быть определена по формуле (144), если задаться точностью наблюдений за поверхностью грунтовых вод.

15. Значения приведенных коэффициентов φ, ψ, σ, ρ, $\varkappa$

$\beta=t/\tau\chi$	φ	ψ	σ	ρ	χ
0	0	∞	∞	0	∞
0,01	0	5,642	11,28	0	5,64
0,02	0	3,986	7,98	0,001	3,99
0,03	0	3,258	6,52	0,013	3,26
0,04	0,0004	2,821	5,64	0,066	2,82
0,05	0,0015	2,520	5,04	0,170	2,52
0,06	0,0039	2,304	4,61	0,298	2,31
0,07	0,0075	2,132	4,26	0,426	2,15
0,08	0,0128	1,995	4,00	0,545	2,02
0,09	0,0184	1,880	3,76	0,649	1,91
0,10	0,0253	1,784	3,57	0,732	1,83
0,12	0,0411	1,629	3,26	0,844	1,70
0,14	0,0587	1,507	3,01	0,901	1,60
0,16	0,0771	1,411	2,82	0,923	1,53
0,167	0,0832	1,382	2,76	0,925	1,51
0,18	0,0957	1,329	2,66	0,919	1,47
0,20	0,1139	1,261	2,52	0,903	1,42
0,25	0,1573	1,128	2,26	0,829	1,34
0,30	0,1966	1,030	2,06	0,746	1,28
0,35	0,2321	0,953	1,91	0,668	1,24
0,40	0,2633	0,891	1,78	0,597	1,21
0,45	0,2914	0,841	1,68	0,536	1,19
0,50	0,3174	0,797	1,59	0,483	1,17
0,60	0,3609	0,728	1,46	0,401	1,14
0,70	0,3977	0,675	1,35	0,338	1,12
0,80	0,4292	0,630	1,26	0,288	1,10
0,90	0,4561	0,594	1,19	0,253	1,09
1,00	0,4795	0,564	1,13	0,220	1,08
1,20	0,5185	0,515	1,03	0,175	1,07
1,40	0,5502	0,476	0,952	0,142	1,06
1,60	0,5761	0,446	0,892	0,119	1,05
1,80	0,5983	0,420	0,840	0,102	1,05
2,00	0,6170	0,398	0,796	0,088	1,04
2,20	0,6336	0,380	0,760	0,077	1,04
2,40	0,6480	0,364	0,728	0,068	1,04
2,60	0,6609	0,350	0,700	0,061	1,03
2,80	0,6725	0,337	0,674	0,055	1,03
3,00	0,6831	0,326	0,652	0,050	1,03
3,50	0,7054	0,301	0,602	0,040	1,02
4,00	0,7237	0,282	0,564	0,033	1,02
4,50	0,7389	0,266	0,532	0,028	1,02
5,00	0,7519	0,252	0,504	0,024	1,02
6,00	0,7728	0,230	0,460	0,018	1,01
7,00	0,7892	0,213	0,426	0,015	1,01
8,00	0,8024	0,200	0,400	0,012	1,01
9,00	0,8136	0,188	0,376	0,010	1,01
10,00	0,8230	0,178	0,356	0,009	1,01
12,00	0,8382	0,163	0,326	0,007	1,01
14,00	0,8500	0,151	0,302	0,006	1,01

Продолжение

$\beta=1/\tau\chi$	φ	ψ	σ	ρ	χ
16,00	0,8597	0,141	0,282	0,005	1,01
18,00	0,8677	0,133	0,266	0,004	1,00
20,00	0,8743	0,126	0,252	0,003	1,00
25,00	0,8875	0,113	0,226	0,002	1,00
30,00	0,8973	0,103	0,206	0,002	1,00
35,00	0,9048	0,095	0,190	0,001	1,00
40,00	0,9109	0,089	0,178	0,001	1,00
45,00	0,9159	0,084	0,168	0,001	1,00
50,00	0,9203	0,080	0,160	0,001	1,00
60,00	0,9272	0,073	0,146	0,001	1,00
70,00	0,9326	0,068	0,136	0,001	1,00
80,00	0,9370	0,063	0,126	0	1,00
90,00	0,9406	0,059	0,118	0	1,00
100,00	0,9436	0,056	0,112	0	1,00

Подъем уровня грунтовых вод с максимальной скоростью на различных расстояниях от канала происходит неодновременно: чем дальше от канала, тем максимум скорости нарастания наступает позднее (при $\beta=1/6$).

Кажущаяся скорость распространения возмущения в глубь материка (паводок на реке, пуск канала в действие, открытие шлюза и т. д.) может быть ошибочно принята за скорость движения грунтовых вод. Скорость распространения подъема уровня грунтовых вод тем больше, чем меньше сам подъем, что видно из формулы (150). Если считать, что фиксируются моменты наибольших скоростей подъема уровня грунтовых вод, то можно оценить скорость продвижения этих максимумов в глубь материка. Величина ее для обычных условий в десятки раз больше истинной скорости движения грунтовых вод, что следует из выражений (151) и (157).

Фильтрационный расход из канала, выражаемый формулой (145), пропорционален коэффициенту фильтрации в степени 1/2. Это обстоятельство наблюдалось в практике и раньше, поэтому предлагался его эмпирический учет (например, замена в формуле Морица коэффициента фильтрации особым коэффициентом, который изменяется значительно медленнее, чем коэффициент фильтрации для различных грунтов). Однако теоретического объяснения этому обстоятельству не было дано.

Количество отводимой грунтовым потоком воды за время от начала работы канала пропорционально $\sqrt{t}$. Это имеет большое практическое значение, так как обычные методы расчета потерь не учитывают продолжительности работы канала (за исключением расчета мелкой сети, для которой такие предложения существуют, но имеют эмпирический характер). Когда не учитывают время работы канала, то значительно преувеличиваются суммарные потери, а следовательно, завышается водозабор и ухудшается мелиоративное состояние земель.

Показателем сравнения, проведенного для условий рассмотренной задачи, является отношение $\varkappa = Q_{нр}/Q_{ур}$. Из таблицы 15 видно, что фактический расход при неустановившемся режиме при подъеме уровня грунтовых вод всегда больше фактического расхода воды при стационарном режиме, то есть $\varkappa$ всегда больше единицы.

Коэффициент перехода изменяется в зависимости от относительного времени $\beta = t/\tau_x$. Так, при $\beta < 0{,}1$ $\varkappa > 1{,}83$, при $0{,}1 < \beta < 0{,}8$ $\varkappa = 1{,}1 \ldots 1{,}83$ и при $\beta > 0{,}8$, $1 < \varkappa < 1{,}1$. Отсюда следует, что иногда возможно подсчитывать расход неустановившегося потока грунтовых вод по обычной формуле Дюпюи. При этом ошибка будет тем меньше, чем больше значение β, то есть чем поток дольше существует и чем он короче (чем меньше τ_x). Если условие $\beta > 0{,}8$ не соблюдено, то следует подсчитанный по формулам установившегося движения расход увеличивать на коэффициент $\varkappa > 1{,}1$.

Таким образом, при размещении скважин для характеристики потока грунтовых вод в естественных условиях расчетные сечения должны располагаться возможно чаще.

При изменении напора в сечении $x = 0$ по произвольному закону $h = \varphi(t)$ заданный закон будет определять и расход, отводимый грунтовым потоком, и подъем уровня грунтовых вод в стороне от канала. Следовательно, условия задачи будут: $t = 0$, $h = 0$ для любого x; $t > 0$, $0 < h < H_0$, $h_{x=0} = \varphi(t)$.

Так поставленная задача имеет решение (Лейбензон, 1934, и др.):

$$h = \frac{x}{2a\sqrt{\pi}} \int_0^t \varphi(\eta) \exp\left[-\frac{x^2}{4a^2(t-\eta)}\right] (t-\eta)^{-3/2} d\eta. \qquad (159)$$

Этому решению придают также иной вид:

$$h=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{\frac{x}{2a\sqrt{t}}}^{\infty}\varphi\left(t-\frac{x^2}{4a^2z^2}\right)e^{-z^2}\,dz \text{ при } z=\frac{x}{2a\sqrt{t-\eta}}. \qquad (160)$$

Так, для предыдущей задачи $h_{x=0}=H_0=\text{const}$. Поэтому формулу (152) можно записать в виде

$$h=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{\frac{x}{2a\sqrt{t}}}^{\infty}H_0e^{-z^2}\,dz=H_0(1-\operatorname{erf}z),$$

что совпадает с ранее приведенным выражением (144).

Таким образом, формула (159) дает в общем виде решение задачи о положении поверхности грунтовых вод в любые моменты времени, если известна закономерность изменения напора в сечении $x=0$.

Уравнение теории теплопроводности (159) было применено для условий потока грунтовых вод Г. Н. Каменским (1943), Ф. Форхгеймером (1935) и др.

Однако аналитическое решение, заимствованное указанными авторами из работ по теплопроводности, приводится только в единственном варианте, соответствующем изменению $h_{x=0}=\varphi(t)$ по синусоиде:

$$h_{x=0}=H_0\sin\frac{\pi t}{T} \qquad (161)$$

при начальном условии $h_{t=0}=0$ (T — длина полуволны синусоиды).

Ф. Форхгеймер получил зависимость вида:

$$h=H_0\exp\left(-x\sqrt{\frac{\pi}{2a^2T}}\right)\sin\left(\frac{\pi t}{T}-x\sqrt{\frac{\pi}{2a^2T}}\right). \qquad (162)$$

По решению Ф. Форхгеймера следует сделать ряд замечаний. В задаче предполагаются бесконечно продолжающиеся гармонические колебания. К таким процессам относятся колебания температур с годичным циклом, некоторые периоды колебания дневных и почных температур и т. д. Ф. Форхгеймер свое решение предложил для учета распространения колебания уровней воды в альпийских реках, имеющих ежедневные перио-

дические колебания расходов, вызванные дневным таянием ледников.

Но зависимость (162) не соответствует начальному условию $t=0$, $h=0$. Если в выражение (162) подставить значение $t=0$, то получим, что поверхность грунтовых вод представляет не плоскую, а некоторую волнообразную поверхность, которая есть результат предшествовавшего гармонического колебания.

Причина получившегося результата ясна из более общего решения:

$$h=\frac{1}{2a\sqrt{\pi t}}\int_0^\infty f(z)\left\{\exp\left[-\frac{(z-x)^2}{4a^2t}\right]-\exp\left[-\frac{(z+x)^2}{4a^2t}\right]\right\}dz+$$

$$+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{x}{2a\sqrt{t}}}^\infty \varphi\left(t-\frac{x^2}{4a^2z^2}\right)e^{-z^2}dz, \qquad (163)$$

соответствующего условиям: $t=0$, $h=f(x)$; $x=0$, $h=\varphi(t)$.

Ф. Форхгеймер и Г. Н. Каменский приняли в первом члене выражения (163) $h=f(x)=0$, а у второго интеграла для упрощения взяли нижний предел равным нулю вместо $x/2a\sqrt{t}$, что действительно лишь для очень большого времени наблюдения. Решение Ф. Форхгеймера, предусматривающее бесконечно длительное гармоническое колебание, не может быть приложено к рассмотрению прохождения одиночного паводка в реке или к изучению динамики подземного оттока из постоянно действующих каналов.

Рассмотрим случай равномерного линейного возрастания напора в сечении $x=0$ от $h=0$ при $t=0$ до $h=H_0$ (уровень воды в канале) при $t=t_0$:

$$h_{x=0}=H_0t/t_0. \qquad (164)$$

Пользуясь формулой (163), получаем (так как $h=0$ при $t=0$):

$$h=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\frac{x}{2a\sqrt{t}}}^\infty \varphi\left(t-\frac{x^2}{4a^2z^2}\right)e^{-z^2}dz. \qquad (165)$$

По формуле 164) имеем $\varphi(t)=H_0t/t_0$. Подставляя значение $\varphi(t)$ в уравнение (165), получаем:

$$h=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_{\frac{x}{2a\sqrt{t}}}^{\infty}\frac{H_0}{t_0}\left(t-\frac{x^2}{4a^2z^2}\right)e^{-z^2}\,dz=\frac{H_0}{t_0}\,t\left[(1-\operatorname{erf}z)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot(1+2z^2)-\frac{2z}{\sqrt{\pi}}\,e^{-z^2}\right], \qquad (166)$$

где t_0 — время, за которое уровень в сечении $x=0$ равномерно поднимается от значения $h=0$ при $t=0$ до $h=H_0$ при $t=t_0$.

Обозначая выражение, стоящее в скобках, через $h(z)$, имеем:

$$h=\frac{H_0 t}{t_0}\,h(z) \text{ или } h=h_{x=0}h\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right). \qquad (167)$$

Формула (167) позволяет определить подъем грунтовых вод в стороне от канала при постепенном и равномерном увеличении уровня воды в канале.

В таблице 16 приведены значения функции $h(z)$, вычисленные по формуле (166), по которым построен график (рис. 20). Для сравнения даны также значения $\operatorname{erfc} z$, соответствующие подъему грунтовых вод при мгновенном нарастании напора в канале.

Из сравнения графиков видно, что при мгновенном увеличении напора и поддержании его в течение времени t_0 грунтовые воды поднимаются выше, нежели при постепенном и равномерном возрастании напора в канале. Отношение этих подъемов непостоянно по длине.

Расход образовавшегося неустановившегося потока грунтовых вод в обе стороны от канала определим как $Q_{x=0}=-2kT(\partial h/\partial x)_{x=0}$, где значение $(\partial h/\partial x)_{x=0}$ найдем из формулы (166):

$$Q_{x=0}=-\frac{kTH_0}{t_0}\,t\,\frac{2}{2a\sqrt{t}}\left[(1-\operatorname{erf}z)4z-\frac{4}{\sqrt{\pi}}\,e^{-z^2}\right]_{x=0}=$$

$$=\frac{H_0}{t_0}\,t\cdot 4\sqrt{\frac{kT\delta}{\pi t}}. \qquad (168)$$

Сравнивая формулы (168) и (145), можем отметить следующее.

Расход на фильтрацию из канала при постепенном и равномерном поднятии уровня воды в нем от $h=0$ до $h=H_0$ (при $t=t_0$) вдвое больше расхода, соответствующего тому же времени после мгновенного поднятия уровня и поддержания его в течение того же времени t_0.

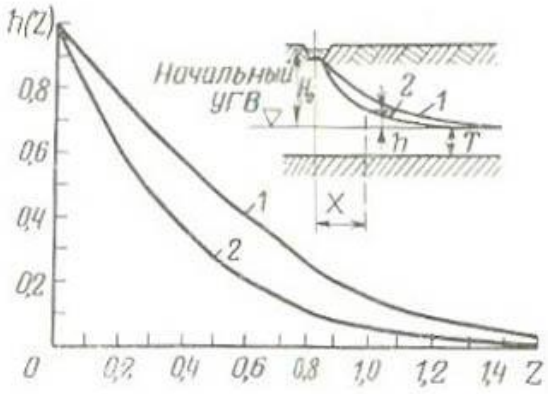


Рис. 20. Зависимость между z и $h(z)$:

1 и *2* — при мгновенном и равномерном увеличении напора.

Расход, вычисленный по формуле (168), увеличивается с течением времени пропорционально $\sqrt{t}$. Больший (вдвое) расход к моменту времени t_0 при постепенном поднятии уровня по сравнению с расходом к этому же моменту времени после мгновенного возрастания напора объясняется тем, что в первом случае действующий напор за время от $t=0$ до $t=t_0$ был меньше, чем во втором случае, грунтовые воды в стороне от канала поднялись на меньшую величину. Увеличение же расхода со временем объясняется тем, что одновременно по условию задачи предполагалось нарастание уровня в сечении $x=0$.

16. Значения функции $h(z)$, вычисленные по зависимости (166)

β	z	$h(z)$	$1-h(z)$	β	z	$h(z)$	$1-h(z)$
0	∞	0	1,000	0,250	1,00	0,055	0,945
0,0025	10,00	0	1,000	0,309	0,90	0,081	0,919
0,0100	5,00	0	1,000	0,391	0,80	0,111	0,889
0,0160	4,00	0	1,000	0,511	0,70	0,154	0,846
0,0280	3,00	0	1,000	0,694	0,60	0,208	0,792
0,0626	2,00	0,001	0,999	1,000	0,50	0,281	0,719
0,1110	1,50	0,009	0,991	1,560	0,40	0,369	0,631
0,1280	1,40	0,013	0,987	2,780	0,30	0,483	0,517
0,1480	1,30	0,018	0,982	6,250	0,20	0,622	0,378
0,1730	1,20	0,027	0,973	25,000	0,10	0,793	0,207
0,2070	1,10	0,040	0,960	∞	0	1,000	0

Объем грунтовой воды, отведенной потоком в обе стороны за время t_0, равен:

$$W=\frac{8}{3}H_0\sqrt{\frac{kT\delta}{\pi}}\sqrt{t_0}. \qquad (169)$$

Сравнивая выражение для объема воды, отведенного потоком при постепенном нарастании уровня (169), с аналогичным выражением для мгновенного возраста-

ния напора (146), видим, что их отношение $W_{равн}/W_{мгнов.}=2/3$. Следовательно, при равномерном поднятии уровня в сечении $x=0$ от $h=0$ до $h=H_0$ за время t_0 общий объем воды, отведенный потоком грунтовых вод, составляет $^2/_3$ общего объема воды, отведенного за это же время при очень быстром возрастании напора в сечении $x=0$. Обозначая для удобства сравнения $Q_0=H_0\sqrt{kT\delta}/t_0$, $W_0=2H\sqrt{2kT\delta}/t_0$, составляем таблицу 17, в которой приведены выражения для расходов и объемов воды, поступившей в грунт при различных условиях нарастания уровней в канале или реке (расходы и объемы указаны односторонние).

17. Выражения для расходов и объемов воды

Характер нарастания уровней в сечении $x=0$	Расходы	Объемы
Мгновенное нарастание	$Q_I=\frac{1}{\sqrt{\pi}}Q_0$	$W_I=\frac{1}{\sqrt{\pi}}W_0$
Постепенное и равномерное нарастание	$Q_{II}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}Q_0$	$W_{II}=\frac{2}{3\sqrt{\pi}}W_0$
Гармонические колебания (по Форхгеймеру)	$Q_{III}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}Q_0$	$W_{III}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}W_0$

Расчет объема впитавшейся воды по формуле Форхгеймера дает преувеличенные почти в 2,5 раза результаты по сравнению с расчетом плавного подъема и в 1,5 раза по сравнению с расчетом на мгновенный подъем. Поэтому формулу Форхгеймера, выведенную для длительно существующего гармонического колебания уровней, для расчетов подъема грунтовых вод и расходов на фильтрацию из рек, каналов, водохранилищ и других источников при прохождении одиночного паводка, а также при одиночном повышении или понижении уровня воды в водотоках применять нельзя.

Разобранные задачи показали, что как на динамику уровня грунтовых вод, так и на объемы и расходы грунтового потока существенное влияние оказывает не только абсолютная величина уровней, но и характер их нарастания в канале, реке или в другом водотоке, то есть как поток достиг рассматриваемого состояния.

Из приведенных решений следует, что уровни (напоры) в начале потока ($x=0$) и расходы, отводимые потоком, взаимно связаны. Причем в предыдущем изложении считали заданными законы изменения уровней в начале потока и отыскивали положения уровня грунтовых вод и расходы. Поставим обратную задачу, то есть при известном поступлении расхода в поток грунтовых вод в каком-либо сечении будем искать динамику их поверхности. Такое рассмотрение ближе подходит к случаю фильтрации из канала при глубоком начальном положении уровня грунтовых вод.

Решение этой задачи может быть получено из общего уравнения (165).

Исходные условия: $h=0$ при $t=0$ для любого x, $Q=F(t)$ при $t>0$ для $x=0$.

Учитывая, что $Q_{x=0}=-kT(\partial h/\partial x)_{x=0}$, и беря частную производную от h по x, из выражения (165) после подстановки $\omega=x/2az$ Л. С. Лейбензон (1934) получает расход в виде

$$Q_{x=0}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{kT\delta}\int_0^{\sqrt{t}}\varphi'(t-\omega^2)\,d\omega, \qquad (170)$$

где ω — переменная интегрирования; φ' — производная от функции $\varphi(t)=h_{x=0}$, то есть зависимости напора в сечении $x=0$ от времени.

Формула (170) дает связь расхода в сечении $x=0$ с уровнем в этом же сечении. В частности, для найденного выше решения, предполагающего равномерный подъем уровня, имеем:

$$\varphi=\frac{H_0}{t_0}t,\quad \varphi'=\frac{H_0}{t_0},\quad Q_{x=0}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{kT\delta}\,\frac{H_0}{t_0}\sqrt{t},$$

что совпадает с полученной ранее зависимостью для расхода.

Если поставить задачу, найти такую зависимость $\varphi(t)$, чтобы расход $Q_{x=0}$ был постоянен, то следует добиваться независимости интеграла формулы (170) от t. Это соблюдается, если принять $\varphi(t)=C\sqrt{t}$. Подстановка в формулу (170) даст:

$$Q=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{kT\delta}\int_0^{\sqrt{t}}\frac{C}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{t-\omega^2}}\right)d\omega=\frac{C}{2}\sqrt{kT\pi\delta},$$

отсюда

$$h=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\,\frac{Q}{\sqrt{kT\delta}}\sqrt{t}. \qquad (171)$$

Формула (171) означает, что если в начале потока грунтовых вод уровень увеличивается по параболическому закону $\sqrt{t}$, то расход потока грунтовых вод постоянен.

Можно приближенно считать, что при низком уровне грунтовых вод, когда осуществляется вторая стадия фильтрации из канала, то есть стадия капиллярно-грунтового потока, влияние положения уровня грунтовых вод на фильтрационный расход из канала сравнительно невелико. Это позволяет, рассматривая динамику потока грунтовых вод, считать, что фильтрационный расход, поступающий из канала, более или менее постоянен по величине. Тогда формула (171) покажет повышение уровня грунтовых вод под дном канала. Это повышение будет тем больше, чем больше расход на фильтрацию Q и время t, а также чем меньше коэффициент фильтрации $\sqrt{k}$, начальная мощность бассейна грунтовых вод $\sqrt{T}$ и свободная порозность $\sqrt{\delta}$.

Выражая из формулы (171) в явном виде время t и учитывая, что расход рассматривался односторонний, получаем:

$$t = h^2 \pi k T \delta / \bar{Q}^2_{\Phi}, \qquad (172)$$

где $\bar{Q}_{\Phi}$ — установившийся расход на фильтрацию из канала при свободной фильтрации.

Формула (172) позволяет определить время, за которое поднимется уровень грунтовых вод под каналом (при глубоком начальном залегании грунтовых вод) на величину h при известном фильтрационном расходе из канала $\bar{Q}_{\Phi}$, который принят постоянным.

Автором разобраны три вида зависимостей между напором в начале потока грунтовых вод и расходом, который поток способен отводить. Чтобы полнее осветить этот вопрос, остановимся еще на ряде соотношений.

Изменение напора в сечении $x=0$ по синусоидальному закону:

$$h = H_0 \sin \frac{\pi t}{2 t_0} = \varphi(t),$$

где t_0 — время, за которое уровень грунтовых вод достигнет уровня воды в канале, то есть будет справедливо равенство $h=H_0$.

Подставляя в формулу (170) значение

$$\varphi'(t) = H_0 \frac{\pi}{2t_0} \cos \frac{\pi t}{2t_0},$$

получаем:

$$Q_{x=0} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{kT\delta} \frac{\pi}{2t_0} H_0 \int_0^{\sqrt{t}} \cos \frac{\pi}{2t_0} (t-\omega^2)\, d\omega = 2\sqrt{kT\delta\pi} \frac{H_0}{t_0} I.$$

Интеграл I представим следующим образом:

$$I = \int_0^{\sqrt{t}} \cos \frac{\pi t}{2t_0} \cos \frac{\pi\omega^2}{2t_0} d\omega + \int_0^{\sqrt{t}} \sin \frac{\pi t}{2t_0} \sin \frac{\pi\omega^2}{2t_0} d\omega =$$

$$= \sqrt{t_0} \cos u C(u) + \sqrt{t_0} \sin u S(u), \quad u = \frac{\pi t}{2t_0},$$

где $C(u)$ и $S(u)$ — интегралы Френеля.

Окончательно

$$Q = H_0 \frac{\sqrt{kT\delta}}{\sqrt{t_0}} \sqrt{\pi}\eta_1, \tag{173}$$

где коэффициент η_1 зависит только от отношения t/t_0, то есть от относительного времени:

t/t_0	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
η_1	0	0,310	0,435	0,512	0,568	0,594

Продолжение

t/t_0	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η_1	0,600	0,582	0,550	0,500	0,436

Общую оценку полученной зависимости дадим несколько ниже, а сейчас рассмотрим еще один случай.

Увеличение напора в сечении $x=0$ по обратному экспоненциальному закону: $h = H_0(1-e^{-at}) = \varphi(t)$.

Очевидно, что $h=0$ при $t=0$ и $h=H_0$ при $t\to\infty$. Подставляя $\varphi' = aH_0e^{-at}$ в формулу (170), получаем:

$$Q = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{kT\delta} \int_0^{\sqrt{t}} aH_0 e^{-a(t-\omega^2)} d\omega = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{kT\delta} aH_0 e^{-at} \int_0^{\sqrt{t}} e^{a\omega^2} d\omega. \tag{174}$$

Вводя обозначение $a\omega^2 = -z^2$ и $d\omega = idz/\sqrt{a}$, получаем:

$$I = \int_0^{\sqrt{t}} e^{a\omega^2} d\omega = \frac{i}{\sqrt{a}} \int_0^{-i\sqrt{at}} e^{-z^2} dz.$$

Воспользовавшись разложением в ряд функции $\int_0^u e^{-z^2}dz$ и принимая $u=-\sqrt{at}$, имеем:

$$I=\sqrt{t}\left[1+\frac{at}{1!3}+\frac{(at)^2}{2!5}+\frac{(at)^3}{3!7}+\ldots\right]. \qquad (175)$$

Подставляя формулу (175) в зависимость (174), получаем:

$$Q=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\sqrt{kT\delta H_0}\,\frac{1}{\sqrt{t_0}}\,\eta_2, \qquad (176)$$

где

$$\eta_2=\sqrt{\frac{t}{t_0}}\left[1+\frac{1}{3}\,\frac{t}{t_0}+\frac{1}{10}\left(\frac{t}{t_0}\right)^2+\frac{1}{42}\left(\frac{t}{t_0}\right)^3+\ldots\right]\cdot$$
$$\cdot\exp\left(-\frac{t}{t_0}\right).$$

Здесь принято $a=1/t_0$ с учетом произвольности выбора величины a.

Из выражения для η_2 следует, что этот коэффициент зависит только от отношения t/t_0:

t/t_0	0	0,1	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	∞
η_2	0	0,296	0,393	0,512	0,538	0,451	0,257	0,168	0

Изобразим теперь графически полученные выражения для уровней и расходов в начале потока (рис. 21). Для удобства сравнения полученных результатов введем относительные величины для уровней $\bar{h}=h/H_0$, расходов $\bar{Q}=Q/Q_0$ и времени $\bar{t}=t/t_0$, где $Q_0=H_0\sqrt{kT\delta}/\sqrt{t_0}$.

На левой половине рисунка 21 показаны полученные зависимости: прямолинейное равномерное нарастание уровня от $\bar{h}=0$ при $\bar{t}=0$ до $\bar{h}=1$ при $\bar{t}=1$ (рис. 21, *а*); возрастание уровня по синусоиде от $\bar{h}=0$ при $\bar{t}=0$ до $\bar{h}=1$ при $\bar{t}=1$ (рис. 21, *б*); параболическое возрастание уровня от $\bar{h}=0$ при $\bar{t}=0$ до $\bar{h}=1$ при $\bar{t}=1$ (рис. 21, *а*); возрастание уровня по обратному экспоненциальному закону от $\bar{h}=0$ при $\bar{t}=0$ до $\bar{h}=1$ при $\bar{t}\to\infty$, при $\bar{t}=1$ $\bar{h}=(1-e^{-1})=0{,}632$ (рис. 21, *г*); мгновенное возрастание уровня от $\bar{h}=0$ при $\bar{t}=0$ до $\bar{h}=1$ при $\bar{t}>0$ (рис. 21, *д*).

На правой половине рисунка показаны изменения расходов в том же сечении $x=0$ с течением времени при соответствующих изменениях уровня.

Анализ графиков изменения расходов показывает, что их динамика различна: от плавного роста по пара-

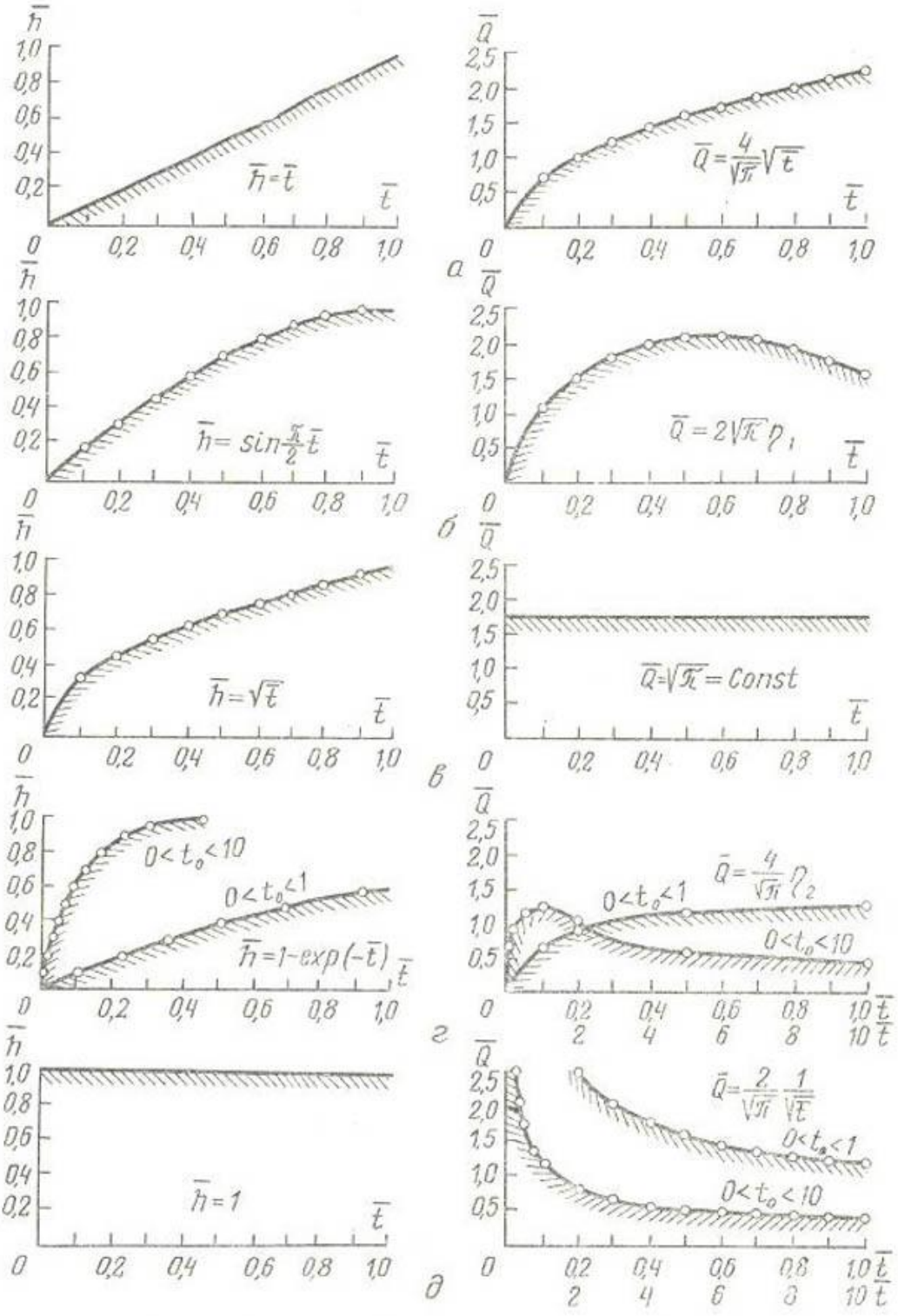


Рис. 21. Зависимость между $\bar{t}$ и $\bar{h}$, $\bar{t}$ и $\bar{Q}$:

а — линейный; *б* — синусоидальный; *в* — параболический; *г* — обратный экспоненциальный; *д* — мгновенный подъем уровня воды в сечении $x=0$.

болической зависимости для случая равномерного возрастания уровня (рис. 21, *а*) до резкого падения при внезапном увеличении напора (рис. 21, *д*).

Особое место занимает зависимость (рис. 21, *в*), которая соответствует постоянному значению отводимого расхода.

Объяснение полученных результатов нужно искать в сопоставлении роста уровня в сечении $x=0$ с динамикой уровня грунтовых вод по длине потока. При параболической зависимости (рис. 21, *в*) нарастание уровня в сечении $x=0$ и повышение уровня грунтовых вод в стороне находятся в таком соотношении, что обеспечивают постоянный расход. В тех случаях, когда подъем уровня в сечении $x=0$ опережает рост уровня грунтовых вод вдоль потока, наблюдается возрастание расходов. Там, где рост уровня в сечении $x=0$ замедляется и начинает отставать от скорости подъема уровня грунтовых вод вдоль потока, расход падает. В этом отношении характерны зависимости (рис. 21, *б* и *г*), которые имеют максимумы расходов при $h<H_0$. Следовательно, наибольший фильтрационный расход при неустановившемся режиме не всегда соответствует наиболее высокому уровню в водотоке. Так, для схемы, изображенной на рисунке 21, *б*, наибольший расход будет при $h\approx 0{,}75H_0$, для схемы на рисунке 21, *г* — при $h=0{,}6H_0$. При дальнейшем повышении уровня расходы будут уменьшаться. Это еще раз подтверждает невозможность анализа неустановившегося режима на основе представлений о последовательной смене стационарных движений.

Но графики, представленные на рисунке 21, можно рассматривать, считая известным закон поступления расхода. При фильтрации из каналов поток можно приближенно разбить на два: верхний (опускающийся) фильтрационный поток и нижний (горизонтальный) поток грунтовых вод. Эти потоки во второй стадии фильтрации разобщены зоной неполного насыщения. Рисунок 21 изображает связь напоров в сечении $x=0$ и расходов потока грунтовых вод, то есть нижнего потока. Поэтому если изменения расхода, поступающего из фильтрационного опускающегося потока, известны, то можно определить движение грунтовых вод.

Для низких уровней грунтовых вод можно считать фильтрационный расход постоянным, что приводит к

зависимости, представленной на рисунке 21, *в* для нарастания уровня грунтовых вод под дном канала.

При очень высоких уровнях грунтовых вод приближенно можно считать, что напор в сечении $x=0$ сразу создается равным уровню воды в канале, что позволяет полагать для этих случаев верной зависимость, изображенную на рисунке 21, *д*, то есть расход принимать убывающим с течением времени по параболической зависимости.

Расхождения, имеющиеся как в уровнях, так и в расходах для зависимостей, представленных на рисунке 21, *г* и *д*, в начале движения (до значений $t/t_0<3$), затем сглаживаются. Зависимости, изображенные на рисунке 21, *а, б*, более применимы к исследованию фильтрации из рек и водохранилищ при определении потерь на фильтрацию в берега.

Питание потока по его длине. Рассмотрим динамику подземного оттока и режим грунтовых вод при питании потока на некоторой орошаемой полосе шириной $2L$. Необходимо установить динамику подъема уровня грунтовых вод как под орошаемым массивом, так и в стороне от него, чтобы, предвидя изменения в режиме грунтовых вод, препятствовать их повышению. Кроме того, рассматриваемая схема поможет решить вопрос о том, какая ошибка получается при рассмотрении фильтрации из канала как сосредоточенного питания. На самом деле фильтрационный опускающийся поток растекается и имеет некоторую конечную ширину.

В соответствии со схемой обозначим интенсивность питания грунтовых вод из почвы через q (м/сут). Величина принимается постоянной, то есть берется ее среднее значение. Остальные обозначения были даны ранее. Решим дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} + \eta,$$

где

$$\eta = qL/(kTH_0/L),\ \bar{h}=h/H_0,\ \bar{x}=x/L,\ \bar{t}=\beta_0=t/\tau,$$

$$\tau=\delta L^2/kT,\ \beta=t/\tau_x=\bar{t}/\bar{x}^2,\ \tau_x=\delta x^2/kT \text{ при условиях}$$

$$\bar{h}=0,\ \bar{t}=0,\ -\infty<\bar{x}<+\infty;\ q=\text{const},\ \bar{t}>0,$$

$$-1<\bar{x}<+1;\ q=0,\ 1<|\bar{x}|<\infty.$$

Аналогичная задача при изучении теплопроводности была решена С. И. Амосовым, это решение приведено

в работе П. Я. Полубариновой-Кочиной (1952 а), которое предполагает еще дополнительное условие слабой водопроницаемости водоупора, то есть подпитывание снизу напорными водами.

При отсутствии подпитывания напорными водами решение можно представить в следующем виде:
для внешней области ($|x|>L$)

$$h(x,\ t)=\frac{qt}{\delta}\left\{\frac{[1-h(u_1)]-[1-h(u_3)]}{2}\right\}, \qquad (177)$$

для внутренней области ($|x|<L$)

$$h(x,\ t)=\frac{\partial q}{\delta}\left\{\frac{[1-h(u_1)]+[1-h)(u_2)]}{2}\right\}, \qquad (178)$$

где $h(u)$ — функция, ранее найденная в результате исследований движения грунтовых вод при равномерном подъеме уровня воды в сечении $x=0$ [формула (166)]. Приведем эту функцию:

$$h(u)=(1+2u^2)(1-\operatorname{erf} u)-\frac{2u}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}. \qquad (179)$$

Аргумент u при сосредоточенном питании принимался равным: $u=z=x/2a\sqrt{t}=1/2\sqrt{\beta}$.

В решениях (177) и (178) соответственно должно приниматься:

$$\begin{aligned} u_1&=u_0(1+x/L)=u_0(1+\bar{x}),\\ u_2&=u_0(1-x/L)=u_0(1-\bar{x}),\\ u_3&=u_0(x/L-1)=u_0(\bar{x}-1), \end{aligned} \qquad (180)$$

где

$$u_0=L/2a\sqrt{t}=1/2\sqrt{\beta_0},\ \beta_0=t/\tau,\ \tau=\delta L^2/kT.$$

Переходя к относительному времени, можно формулу (180) представить в виде

$$\begin{aligned} u_1&=\frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\left(1+\sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}}\right),\\ u_2&=\frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\left(1-\sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}}\right),\\ u_3&=\frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\left(\sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}}-1\right). \end{aligned} \qquad (181)$$

Для пользования формулами (177) и (178) составлен график функции $h(u)$ (рис. 22), где даны значения $[1-h(u_0)]$ в зависимости от u_0 и β_0. Согласно пре-

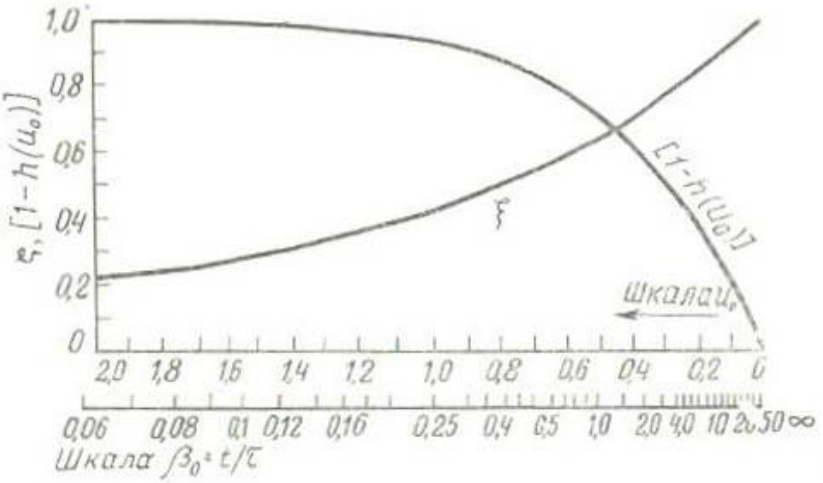


Рис. 22. Зависимость $[1-h(u_0)]$ и ζ от u_0 и β_0.

дыдущему, значения относительного времени будут соответственно равны:

$$\beta_1 = \frac{\beta_0}{(1+\bar{x})^2} = \frac{kTt}{\delta(x+L)^2} \text{ для } u_1,$$

$$\beta_2 = \frac{\beta_0}{(1-\bar{x})^2} = \frac{kTt}{\delta(L-x)^2} \text{ для } u_2, \qquad (182)$$

$$\beta_3 = \frac{\beta_0}{(\bar{x}-1)^2} = \frac{kTt}{\delta(x-L)^2} \text{ для } u_3,$$

причем для внутренней области (β_1, β_2) $\bar{x} \leqslant 1$ и для внешней (β_1, β_3) $\bar{x} \geqslant 1$.

При анализе движения уровня грунтовых вод необходимо установить характер их подъема под центром орошаемого массива или под каналом. Примем $\bar{x}=0$. Тогда по формулам (180) имеем $u_1=u_2=u_0$. Используя формулу (178), запишем:

$$h(0,\ t) = \frac{qt}{\delta}\ [1-h(u_0)]. \qquad (183)$$

Для выяснения характера подъема уровня грунтовых вод представим формулу (183) в несколько ином виде:

$$h(0,\ t) = \frac{2qLt\sqrt{\pi kT}}{2L\delta\sqrt{\pi kT}}\ [1-h(u_0)] = \frac{Q\sqrt{t}}{\sqrt{\pi kT}\delta}\ \zeta = \bar{Q}\zeta, \qquad (184)$$

где $\bar{Q}$ — расход при сосредоточенном питании;

$$\zeta = \frac{\sqrt{\pi}}{u_0}\ [1-h(u_0)],\ u_0 = 1/2\sqrt{\beta_0}\ .$$

В этом случае коэффициент ζ будет показывать, насколько подъем уровня грунтовых вод под центром орошаемого массива отличается от подъема уровня грунтовых вод при том же суммарном питании $Q=2qL$, но поступающем сосредоточенно, то есть этот коэффициент должен показать влияние рассосредоточения питания грунтовых вод на их подъем. Представим уравнение (183) в виде, где бы в явной форме было время:

$$h(0,\ t)=\frac{QL}{2kT}\,\eta,\ \eta=\frac{1-h(u_0)}{2u_0^2}\ . \qquad (185)$$

Значения $[1-h(u_0)]$,

$$\zeta=\frac{\sqrt{\pi}}{4u_0}\,[1-h(u_0)]\ \text{ и }\ \eta=\frac{1}{2u_0^2}\,[1-h(u_0)]$$

зависят от β_0 и u_0, причем

$$u_0=1/2\sqrt{\beta_0},\ \beta_0=t/\tau,\ \tau=\delta L^2/kT.$$

Так как относительное время β_0 пропорционально времени $t\,(\tau=\text{const})$, то оно более удобно для характеристики потока, чем переменная u_0.

β_0	0	0,0025	0,0100	0,0160	0,0280	0,0630
u_0	∞	10,0	5,0	4,0	3,0	2,0
$1-h(u_0)$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,999
ζ	0	0,044	0,089	0,111	0,148	0,221
η	0	0,005	0,020	0,031	0,056	0,125

β_0	0,1110	0,1280	0,1480	0,1730	0,2070
u_0	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1
$1-h(u_0)$	0,991	0,987	0,982	0,973	0,960
ζ	0,293	0,312	0,334	0,359	0,387
η	0,220	0,252	0,291	0,338	0,397

β_0	0,2500	0,3090	0,3910	0,5110	0,6940	1,0000
u_0	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$1-h(u_0)$	0,945	0,919	0,889	0,846	0,792	0,719
ζ	0,418	0,452	0,492	0,536	0,584	0,637
η	0,478	0,568	0,694	0,863	1,100	1,440

Продолжение

β_0	1,5600	2,7800	6,2500	25,0000	∞
u_0	0,4	0,3	0,2	0,1	0
$1-h(u_0)$	0,631	0,517	0,378	0,207	0
ζ	0,698	0,762	0,837	0,918	1
η	1,970	2,870	4,730	10,300	∞

Подъем уровня грунтовых вод под центром орошаемого массива или под крупным оросительным каналом

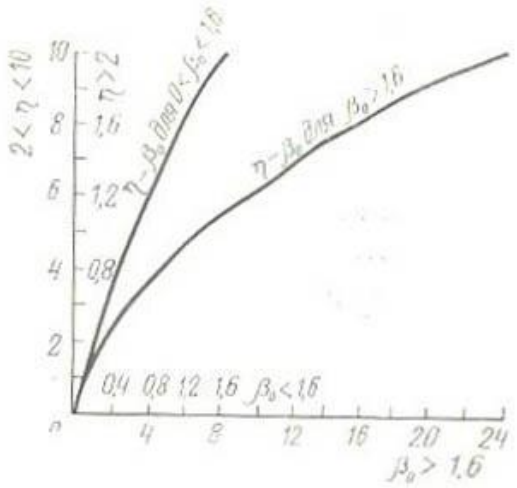


Рис. 23. Зависимость η от β_0.

при значительной ширине растекания фильтрационного потока может быть описан следующим образом (рис. 22 и 23). В начале работы канала (или после орошения) фильтрационные воды идут на повышение грунтовых вод и весьма мало растекаются в стороны. Это хорошо видно по коэффициенту $[1-h(u_0)]$, который при малых β_0 близок к единице, отчего $h(0, t)\to qt/\delta$ при $\beta_0\to 0$, то есть происходит простое заполнение свободной порозности без оттока в стороны. Однако постепенно в связи с нарастанием бугра грунтовых вод и увеличением градиентов начинается отток в стороны и подъем уровня грунтовых вод замедляется. Так, при $\beta_0=0{,}35$ подъем уровня грунтовых вод на 10% меньше, нежели он был бы без наличия оттока в стороны. В дальнейшем это замедление сказывается еще сильнее. Обращаясь теперь к коэффициенту ζ, видим, что при длительной фильтрации $\beta_0\to\infty$, $\zeta\to 1$ и нарастание бугра грунтовых вод происходит, как при сосредоточенном питании, то есть по параболическому закону $h(0, t)\to Q\sqrt{t}/\sqrt{\pi kT\delta}$.

Затухающий характер подъема уровня грунтовых вод хорошо виден на рисунке 23, где связь $h(0, t)$ представлена в зависимости от относительного времени β_0.

Таким образом, для практического определения движения грунтовых вод под центром орошаемого массива или под каналом для рассматриваемых гидрогеологических условий достаточно подсчитать время стабилизации τ и, находя относительное время t_1/τ, t_2/τ по одной из формул (183)...(185) и используя рисунки 22, 23, получить значения $h(0, t)$. Другая существенная характеристика динамики подземного оттока — расход, отводимый потоком за пределы орошаемого массива или зоны, прилегающей к каналу. Для характеристики водного режима орошаемого массива необходимо знать, какая часть питания грунтовых вод идет на повышения их уровня в пределах массива, а какая оттекает в сто-

роны неорошаемых земель. Для условий рассматриваемой задачи подсчитаем расход потока грунтовых вод на границе питания грунтовых вод:

$$Q_{x=L} = -2kT\,(\partial h/\partial x)_{x=L}.$$

Определяя $\partial h/\partial x$ из формулы (177) или (178) и принимая $x=L$, получаем:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=L} = -\frac{ql}{\delta}\,\frac{4u^2}{L}\,[1-\operatorname{erf}(2u)]. \qquad (186)$$

Подставляя формулу (186) в выражение для расхода $Q_{x=L}$, получаем:

$$Q_L = Q_0\psi \text{ при } \psi = 1-\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\right), \qquad (187)$$

где $Q_0=2qL$ — суммарный расход питания.

Из формулы (187) видно, что в начале орошения (или действия канала) $\operatorname{erf}(\infty)=1$, $\psi=0$ при $\beta_0=0$, то есть оттока нет. При весьма длительной работе канала или при регулярном орошении $\operatorname{erf}(0)=0$, $\psi=1$ при $\beta_0\to\infty$, то есть все питание идет на отток, несмотря на подъем уровня грунтовых вод. Рассмотрим, как расходуются инфильтрующиеся воды, идущие на питание грунтовых вод.

Принимая равномерное питание, получим, что за время t в грунтовые воды поступит объем воды, равный

$$W_0 = \int_0^t Q_0 dt = Q_0 t.$$

За это же время за пределы орошаемого массива оттечет:

$$W_L = Q_0 \int_0^t \psi dt.$$

Подставляя значение ψ, найденное по формуле (187), и интегрируя, получаем:

$$W_L = Q_0 t\gamma = W_0\gamma,$$

$$\gamma = \left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\right)\right]\left(1+\frac{2}{\beta_0}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi\beta_0}}\exp\left(-\frac{1}{\beta_0}\right) = h\,(1/\sqrt{\beta_0}), \qquad (188)$$

где $h(1/\sqrt{\beta_0})$ — функция линейного подъема $h(u)$ при $u=1/\sqrt{\beta_0}$ [см. формулу (179)].

Установим предельные значения γ. Учитывая разложение

$$\operatorname{erf} u = 1 - \frac{e^{-u^2}}{\sqrt{\pi}u}\left[1 - \frac{1}{2u^2} + \frac{1\cdot 3}{(2u^2)^2} - \dots\right],$$

получаем:

$$\gamma = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\right) - \frac{\sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{1}{\beta_0}\right)\left(1 - \frac{1\cdot 3\beta_0}{2} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\beta_0^2}{4} - \dots\right),$$

отчего $\gamma \to 0$ при $\beta_0 \to 0$. Непосредственно из формулы (188) видно, что $\gamma = 1$ при $\beta_0 \to \infty$.

Если коэффициент γ показывает ту долю от суммарного объема питания грунтовых вод $W_0 = Q_0 \bar{t} = 2Lqt$, которая отводится за пределы массива, то $(1-\gamma)$ покажет ту часть объема питания, которая идет на повышение уровня. Рассмотрим подъем уровня грунтовых вод под центром массива $h(0, t)$ и объем воды W, идущей на это повышение уровня грунтовых вод в пределах $-L < x < +L$. По формуле (183)

$$h(0, t) = \frac{qt}{\delta}\left[1 - h\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\right)\right].$$

Так как $W = W_0 - W_L$, то с учетом формулы (188) имеем:

$$h(0, t) = \frac{W}{2L\delta}\,\frac{1 - h\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}\right)}{1 - h\left(\frac{1}{\sqrt{\beta_0}}\right)} = \frac{W}{2L\delta}\,\mu, \qquad (189)$$

причем всегда $\mu < 1$, что очевидно при растекании. Следует отметить, что ожидаемый подъем уровня грунтовых вод при питании их обычно определяют как частное от деления суммарного питания на площадь и свободную порозность, то есть принимают $\mu = 1$, что всегда вносит бóльшую или меньшую ошибку.

В таблице 18 приведены коэффициенты напоров $h(u)$ и $[1-h(u)]$, расходов ψ и $(1-\psi)$, объемов γ и $(1-\gamma)$ и накоплений μ в зависимости от относительного времени β_0 и $u = 1/2\sqrt{\beta_0}$.

Динамика режима грунтовых вод под каналом или орошаемым массивом видна из таблицы 18: значитель-

ное время после начала орошения инфильтрационное питание расходуется на повышение уровня грунтовых вод в пределах массива и только при длительной фильтрации начинается интенсивный отток. При относительном времени $\beta_0=1$, когда уже заметно замедление подъема уровня грунтовых вод и $1-h(u)=0{,}72$, только 16% расхода, питающего грунтовые воды, оттекает за пределы массива, а 84% идет на нарастание бугра грунтовых вод. При длительной фильтрации ($\beta_0=12$) около $^2/_3$ поступающего расхода и около $^1/_2$ суммарного объема воды отводится за пределы массива. Можно дать качественную и количественную оценку влияния конкретных гидрогеологических условий на режим грунтовых вод. Затухание подъема грунтовых вод, увеличение оттока их в стороны будут тем быстрее достигнуты, чем меньше время стабилизации, то есть они будут достигнуты в потоках, обладающих большой пропускной способностью.

При постоянной интенсивности питания q сокращение площади питания резко уменьшает подъем грунтовых вод и ускоряет их отток в связи с уменьшением времени стабилизации. Сложнее исследовать влияние площади питания при постоянном расходе питания, то есть при $Q_0=2qL=\text{const}$.

Выпишем основные соотношения:

$$h(0,\ t)=\frac{qt}{\delta}\,[1-h(u)],\quad u=1/2\sqrt{\beta_0},\quad Q_L=Q_0\psi,\quad W_L=Q_0t\gamma,$$

где Q_L и W_L — расход и объем подземного оттока за пределы массива.

Расходы и объемы оттока за пределы массива в случае $Q_0=\text{const}$ при сокращении размеров площади орошения L увеличиваются, что очевидно, так как ψ и γ зависят только от β_0, которое растет с уменьшением L. Для выяснения влияния изменения L на $h(0,t)$ найдем $\partial h/\partial L$.

Используя формулы (183) и (179), получаем:

$$\frac{\partial h}{\partial L}=-\frac{Q_0}{kT}\,\frac{\operatorname{erf} u-0{,}5[1-h(u)]}{4u^2}=-\frac{Q_0}{kT}\,\alpha.$$

В начале движения $\beta_0\to 0$, $u\to\infty$, $\alpha\to 0$. При весьма длительном движении $\beta_0\to\infty$, $u\to 0$, $\alpha\to 0{,}25$. Так как $0<\alpha<0{,}25$, то $\partial h/\partial L$ всегда отрицательно, а абсолютное значение растет с течением времени. Отсюда следует,

18. Значения коэффициентов $h(u)$, ψ, γ, μ в зависимости от относительного времени β_0 и u

β_0	$u=\frac{1}{2\sqrt{\beta_0}}$	$2u$	$h(u)$	$1-h(u)$	ψ	$1-\psi$	γ	$1-\gamma$	μ
0	∞	∞	0	1,000	0	1,000	0	1,000	1,00
0,05	2,240	4,470	0	1,000	0	1,000	0	1,000	1,00
0,10	1,580	3,160	0,006	0,994	0	1,000	0	1,000	0,99
0,20	1,120	2,240	0,037	0,963	0,002	0,998	0	1,000	0,96
0,30	0,913	1,830	0,076	0,924	0,010	0,990	0,002	0,998	0,93
0,40	0,791	1,580	0,116	0,884	0,025	0,975	0,006	0,994	0,89
0,50	0,707	1,410	0,151	0,849	0,046	0,954	0,012	0,988	0,86
0,60	0,646	1,290	0,182	0,818	0,068	0,932	0,019	0,981	0,83
0,70	0,598	1,200	0,210	0,790	0,091	0,909	0,028	0,972	0,81
0,80	0,559	1,120	0,236	0,764	0,114	0,886	0,037	0,963	0,79
0,90	0,527	1,050	0,259	0,741	0,136	0,864	0,047	0,953	0,78
1,00	0,500	1,000	0,280	0,720	0,157	0,843	0,057	0,943	0,76
1,50	0,408	0,816	0,361	0,639	0,249	0,751	0,106	0,894	0,72
2,00	0,354	0,707	0,417	0,583	0,317	0,683	0,151	0,849	0,68
2,50	0,316	0,632	0,463	0,537	0,371	0,629	0,190	0,810	0,66
3,00	0,289	0,577	0,497	0,503	0,415	0,585	0,225	0,775	0,65

4,00	0,250	0,500	0,549	0,451	0,480	0,520	0,280	0,720	0,63
5,00	0,224	0,447	0,587	0,413	0,527	0,473	0,325	0,675	0,61
6,00	0,204	0,408	0,616	0,384	0,564	0,436	0,361	0,639	0,60
7,00	0,189	0,378	0,639	0,361	0,593	0,407	0,392	0,608	0,59
8,00	0,177	0,354	0,658	0,342	0,617	0,383	0,417	0,583	0,59
9,00	0,167	0,333	0,675	0,325	0,638	0,362	0,442	0,558	0,58
10,00	0,158	0,316	0,689	0,311	0,655	0,345	0,463	0,537	0,58
12,00	0,144	0,289	0,713	0,287	0,683	0,317	0,497	0,503	0,57
14,00	0,134	0,267	0,732	0,268	0,706	0,294	0,526	0,474	0,57
16,00	0,125	0,250	0,747	0,253	0,724	0,276	0,549	0,451	0,56
18,00	0,118	0,236	0,760	0,240	0,739	0,261	0,569	0,431	0,56
20,00	0,112	0,224	0,771	0,229	0,751	0,249	0,587	0,413	0,55
25,00	0,100	0,200	0,793	0,207	0,777	0,223	0,622	0,378	0,55
30,00	0,091	0,183	0,810	0,190	0,796	0,204	0,648	0,352	0,54
35,00	0,085	0,169	0,822	0,178	0,811	0,189	0,671	0,329	0,54
40,00	0,079	0,158	0,833	0,167	0,823	0,177	0,689	0,311	0,54
50,00	0,071	0,141	0,849	0,151	0,842	0,158	0,720	0,280	0,54
60,00	0,065	0,129	0,862	0,138	0,855	0,145	0,739	0,261	0,53
70,00	0,060	0,120	0,872	0,128	0,865	0,135	0,756	0,244	0,52
80,00	0,056	0,112	0,880	0,120	0,874	0,126	0,771	0,229	0,52
90,00	0,053	0,105	0,887	0,113	0,882	0,118	0,784	0,216	0,52
100,00	0,050	0,100	0,892	0,108	0,887	0,113	0,793	0,207	0,52
150,00	0,041	0,082	0,911	0,089	0,908	0,092	0,828	0,172	0,52
200,00	0,035	0,071	0,922	0,078	0,920	0,080	0,849	0,151	0,52
300,00	0,029	0,058	0,938	0,062	0,935	0,065	0,878	0,122	0,51
400,00	0,025	0,050	0,946	0,054	0,944	0,056	0,892	0,108	0,50

что подъем уровня грунтовых вод под центром орошаемой площади при постоянном фильтрационном расходе ($Q_0=\text{const}$) будет тем выше, чем сосредоточеннее он поступает, то есть чем меньше L, причем это влияние увеличивается с течением времени.

Следовательно, при постоянном расходе питания грунтовых вод ($Q_0=\text{const}$) уменьшение площади питания приводит к более резкому повышению уровня грунтовых вод под центром орошаемого массива, но содействует более интенсивному оттоку за пределы орошаемого массива.

Особый интерес представляет частный случай рассмотренной схемы движения, когда постоянный расход поступает на бассейн грунтовых вод сосредоточенно.

Чтобы получить этот случай из общего решения, следует принять $L\to 0$, оставляя постоянным суммарный расход, то есть $Q_0=2qL=\text{const}$.

Общее решение (177) имеет вид (для $x\geqslant L$):

$$h(x,\ t)=\frac{qt}{\delta}\left\{\frac{[1-h(u_1)]-[1-h(u_3)]}{2}\right\},$$

где

$$h(u)=(1+2u^2)(1-\operatorname{erf} u)-\frac{2u}{\sqrt{\pi}}\,e^{-u^2},\quad u_1=u_0(1+x/L),$$

$$u_3=u_0(x/L-1),\quad u_0=\frac{L}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}.$$

Найдем $h(x,t)$ при $L\to 0$. Имеем $2qL=\text{const}$

$$h(x,\ t)=\frac{2qLt}{\delta}\,\frac{1}{4L}\,[h(u_3)-h(u_1)]=$$

$$=\frac{Q_0t}{\delta}\,\frac{1}{4}\left|\frac{h(u_3)-h(u_1)}{L}\right|_{L\to 0}.$$

Учитывая, что

$$u_3=\frac{1}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\,(x-L),\ \frac{\partial u_3}{\partial L}=-\frac{1}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}},\quad u_1=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\,(x+L),$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial L}=\frac{1}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}},\quad \frac{\partial h}{\partial u}=-\frac{4e^{-u^2}}{\sqrt{\pi}}+4u(1-\operatorname{erf} u),$$

раскрываем неопределенность в выражении

$$\left|\frac{h(u_3)-h(u_1)}{L}\right|_{L\to 0},$$

тогда получаем:

$$h(x,\ t)=\frac{Q_0\sqrt{t}}{\sqrt{kT\delta}}\left[\frac{1}{\sqrt{\pi}}\ e^{-u^2}-u(1-\operatorname{erf} u)\ \right], \qquad (190)$$

где

$$u=\frac{x}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\ .$$

Учитывая, что введенная ранее функция линейного подъема $h(u)$, а также величина $(1-\operatorname{erf} u)$ табулированы, представляем формулу (190) в виде

$$h(x,\ t)=\frac{Q_0\sqrt{t}}{\sqrt{\pi kT\delta}}\,\xi,\ \xi=\frac{\sqrt{\pi}}{2u}\,[(1-\operatorname{erf} u)-h(u)]. \qquad (191)$$

Коэффициент $\xi\leqslant 1$ показывает подъем уровня грунтовых вод на расстоянии x от места сосредоточенного питания в долях от подъема уровня грунтовых вод в сечении $x=0$, то есть для данного момента времени t функция $\xi(x)$ описывает поверхность грунтовых вод.

Для нахождения характера подъема уровня грунтовых вод в произвольном сечении ($x=\text{const}$) с течением времени представим формулу (189) в виде

$$h(x,t)=\frac{Q_0x}{kT}\,\zeta,\ \zeta=\frac{1}{4u^2}\,[(1-\operatorname{erf} u)-h(u)]. \qquad (192)$$

Введем относительное время $\beta=t/\tau_x$, $u=1/2\sqrt{\beta_0}$ ($\tau_x=\text{const}$ для $x=\text{const}$). Тогда формула (192) примет вид:

$$\zeta=\beta\left\{\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right)\right]-h\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\right)\right\}.$$

Значения $\zeta(\beta)$ характеризуют подъем уровня грунтовых вод в произвольном сечении с течением времени.

Для более подробного выяснения характера подъема уровня грунтовых вод в сечениях, удаленных от источника питания, найдем из формулы (190):

$$\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{Q_0}{x\delta}\,\frac{u}{\sqrt{\pi}}\,e^{-u^2}, \qquad (193)$$

следовательно, скорость подъема уровня грунтовых вод быстро затухает с удалением от источника питания.

Из формулы (193) следует, что $\partial h/\partial t=0$ для $x\neq 0$ при $t=0$, $t\to\infty$ и $\partial h/\partial t=0$ для $x=0$ только при $t\to\infty$.

Дифференцируя еще раз формулу (193), получаем:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = \frac{-Q_0 kT}{x^3 \delta^2} u^3 e^{-u^2} (1-2u^2) \frac{2}{\sqrt{\pi}}, \qquad (194)$$

отсюда имеем $\partial^2 h/\partial t^2 = 0$ при $u=0$, $u=\infty$, $u=\sqrt{0{,}5}$.

Последнее выражение показывает точку перегиба кривой $h(t)$, или относительное время максимальной скорости подъема уровня грунтовых вод для рассматриваемого сечения.

При $u=1/2\sqrt{\beta}$ получаем, что максимальная скорость подъема уровня грунтовых вод наступает при $\beta=0{,}5$.

Откуда

$$t_{\max} = 0{,}5\tau_x = 0{,}5\delta x^2/kT, \qquad (195)$$

то есть равно половине времени стабилизации.

При мгновенном подъеме уровня воды в водохранилище (канале) максимальная скорость подъема уровня грунтовых вод соответствовала $t=\tau_x/6$.

Подставляя $\beta=0{,}5$ в формулу (193), получаем следующие выражения для максимальной скорости подъема уровня грунтовых вод:

$$v_x = \frac{Q_0}{x\delta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2} = 0{,}242 \frac{Q_0}{x\delta}, \quad v_x = \frac{Q_0}{2\sqrt{\pi kT\delta t}} \cdot$$

$$\cdot e^{-1/2} = 0{,}607 \left(\frac{\partial h}{\partial t}\right)_{x=0,\, t=0{,}5\tau_x}, \quad v_x = \frac{Q_0\sqrt{t}}{\sqrt{\pi kT\delta}} \frac{1}{2t} e^{-1/2} = h_{x=0} \frac{0{,}607}{2t} =$$

$$= h_{x=0} \frac{kT}{\delta x^2} \cdot 0{,}607. \qquad (196)$$

Формулы (196) позволяют связать максимальную скорость подъема уровня грунтовых вод в наблюдательной скважине, находящейся на расстоянии x от источника питания — канала, с такими величинами, как Q_0, kT/δ, подъем уровня грунтовых вод под каналом $h_{x=0}$ или скорость этого подъема $(\partial h/\partial t)_{x=0}$.

Представляет интерес случай, когда непосредственно под каналом нет наблюдательной скважины, а глубину грунтовых вод замеряют по одной (или нескольким) скважинам в стороне от канала.

Учитывая связь, установленную в формулах (191) и (192), между подъемом уровня грунтовых вод под

каналом при $x=0$ и по сторонам от него на расстоянии x, имеем:

$$h(x,\ t)=\frac{Q_0\sqrt{t}}{\sqrt{\pi kT\delta}}\xi=h_{x=0}\xi. \qquad (197)$$

Так как максимальная скорость подъема уровня грунтовых вод соответствует относительному времени $\beta=0{,}5$, то по формуле (191) находим, что $\xi=0{,}21$. Следовательно, для этого момента времени можно написать: $h(x;\ 0{,}5\tau)=0{,}21h(0;\ 0{,}5\tau)$. Аналогично по формуле (192) получим: $h(x,t)=Q_0x\xi/kT$, $\xi=0{,}084$ при $\beta=0{,}5$.

Учитывая эти результаты, формулу (196) можно записать в виде

$$v_x=0{,}242\frac{Q_0}{x\delta}=2{,}88\frac{kT}{\delta x^2}h_x,\ \text{отсюда}$$

$$\frac{kT}{\delta}\sim 0{,}35\frac{x^2}{h_x}h_x, \qquad (198)$$

где v_x — максимальная наблюдавшаяся скорость подъема уровня грунтовых вод в скважине, находящейся от канала на расстоянии x при подъеме грунтовых вод в этой скважине на величину h_x.

Определяя скорость продвижения максимумов скоростей в сторону от канала, находим по формуле (195)

$$v_{\text{каж}}=\frac{dx}{dt}=\frac{kT}{\delta x}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{kT}{\delta t}}. \qquad (199)$$

Из формулы (199) следует, что кажущаяся скорость распространения влияния канала в стороны резко затухает с удалением от канала.

Если по наблюдениям за рядом скважин известна скорость продвижения при максимальной интенсивности подъема грунтовых вод, то из формулы (199) можно определить:

$$kT/\delta=xv_{\text{каж}}. \qquad (200)$$

Приведенные выше соображения позволяют наметить возможные способы определения важной гидрогеологической характеристики kT/δ по результатам полевых наблюдений за режимом грунтовых вод вблизи канала. Если канал начинает работать при сравнительно низком уровне грунтовых вод (стоящих ниже критического уровня, при котором начинается их заметное испарение) в условиях свободной фильтрации и при этом ведутся наблюдения за режимом грунтовых вод

(хотя бы по одной скважине), то, используя изложенные выше зависимости, можно приближенно определить значение kT/δ.

В таблице 19 приводятся коэффициенты ξ, вычисленные по формуле (191), и ζ, определенные по формуле (192), в зависимости от относительного времени $\beta = t/\tau_x$ и аргумента $2u = 1/\sqrt{\beta}$.

19. Значения коэффициентов ξ и ζ в зависимости от относительного времени β и $2u$

β	$2u$	ξ	ζ	β	$2u$	ξ	ζ
0	∞	0	0	10,0	0,316	0,745	1,329
0,05	4,470	0,0007	0,0001	12,0	0,289	0,764	1,495
0,10	3,160	0,0117	0,0021	14,0	0,267	0,780	1,647
0,20	2,240	0,0610	0,0154	16,0	0,250	0,794	1,790
0,30	1,830	0,1160	0,0360	18,0	0,236	0,805	1,926
0,40	1,580	0,1660	0,0590	20,0	0,224	0,814	2,056
0,50	1,410	0,2100	0,0840	25,0	0,200	0,831	2,340
0,60	1,290	0,2460	0,1080	30,0	0,183	0,845	2,610
0,70	1,200	0,2760	0,1310	35,0	0,169	0,857	2,860
0,80	1,120	0,3050	0,1540	40,0	0,158	0,866	3,090
0,90	1,050	0,3330	0,1770	50,0	0,141	0,879	3,510
1,00	1,000	0,3540	0,2000	60,0	0,129	0,889	3,890
1,50	0,816	0,4390	0,3040	70,0	0,120	0,897	4,240
2,00	0,707	0,4960	0,3960	80,0	0,112	0,903	4,560
2,50	0,632	0,5370	0,4790	90,0	0,105	0,909	4,860
3,00	0,577	0,5710	0,5560	100,0	0,100	0,914	5,160
4,00	0,500	0,6190	0,6980	156,3	0,080	0,931	6,560
5,00	0,447	0,6530	0,8250	278,0	0,060	0,948	8,910
6,00	0,408	0,6790	0,9390	625,0	0,040	0,964	13,600
7,00	0,378	0,7000	1,0450	2 500,0	0,020	0,981	27,700
8,00	0,354	0,7170	1,1450	10 000,0	0,010	0,990	55,800
9,00	0,333	0,7320	1,2400	∞	0	1,000	∞

По данным таблицы 19 построены график зависимости коэффициента ξ от аргумента $2u = 1/\sqrt{\beta} = x\sqrt{\delta}/kT\sqrt{t}$ (рис. 24) и график зависимости коэффициента ζ от относительного времени $\beta = t/\tau_x$ (рис. 25).

Практический интерес представляет случай, когда расход в сечении $x = 0$ изменяется, причем его величины могут быть изображены на отдельных отрезках времени постоянными (при достаточно малых интервалах времени таким образом может быть изображено любое изменение расхода).

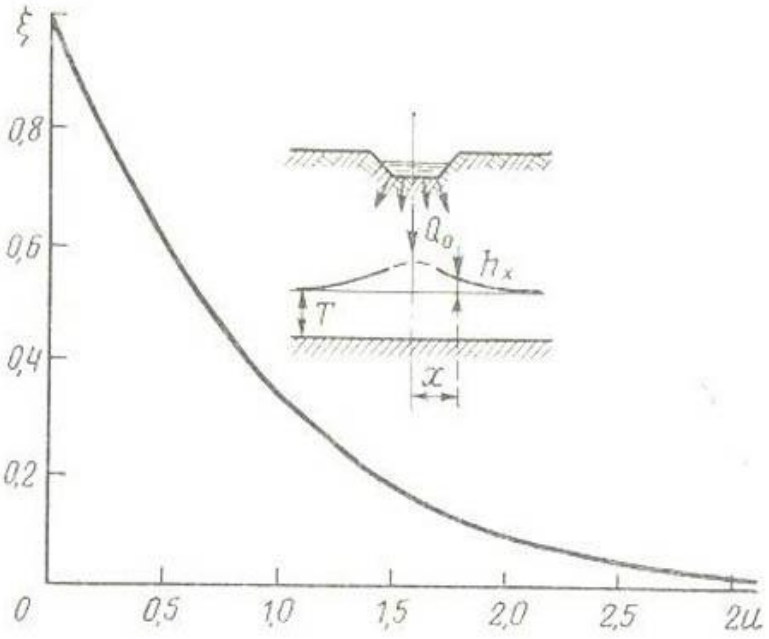


Рис. 24. Зависимость ξ от $2u$.

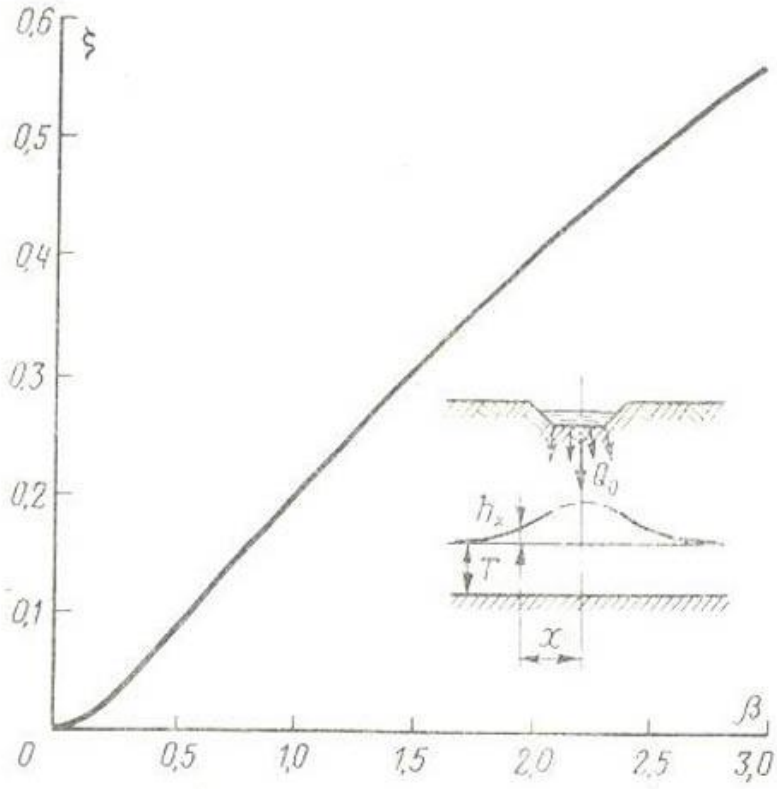


Рис. 25. Зависимость ξ от β.

Примем, что в сечении $x=0$ граничные условия будут: $t=0$, $Q=0$; $0<t\leqslant t_1$, $Q=Q_1$; $t_1<t\leqslant t_2$, $Q=Q_2$ и т. д. Здесь Q — расход фильтрации, поступающей из канала в поток.

Тогда, пользуясь формулой (191), напишем:

для отрезка времени $0<t\leqslant t_1$

$$h(x,\ t)=\frac{Q_1\sqrt{t}}{\sqrt{\pi kT\delta}}\,\xi\left(\frac{x}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\right);$$

для отрезка времени $t_1<t\leqslant t_2$

$$h(x,\ t)=\frac{Q_1\sqrt{t}}{\sqrt{\pi kT\delta}}\,\xi\left(\frac{x}{2\sqrt{t}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\right)+\frac{(Q_2-Q_1)\sqrt{t-t_1}}{\sqrt{\pi kT\delta}}\times$$
$$\times\,\xi\left(\frac{x}{2\sqrt{t-t_1}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\right).$$

Для последующих интервалов времени аналогично прибавляется выражение

$$\frac{(Q_n-Q_{n-1})}{\sqrt{\pi kT\delta}}\,\xi\sqrt{t-t_{n-1}}\left(\frac{x}{2\sqrt{t-t_{n-1}}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}\right).$$

Учитывая, что относительное время $\beta=t/\tau_x$, можно записать:

$$h(x,\ t)=\sum_{n=1}^{n=m}\frac{(Q_n-Q_{n-1})}{\sqrt{\pi kT\delta}}\,\xi\,(\beta-\beta_{n-1})\sqrt{t-t_{n-1}},\qquad(201)$$

где n — номер интервала, изменяется от 1 до m; коэффициент ξ берется по таблице 19 в зависимости от относительного времени $(\beta-\beta_{n-1})$.

Суммируя члены в формуле (201), получаем изменение уровней воды в произвольном сечении x от канала для любого интервала времени.

Подобный подход позволяет использовать полевые наблюдения над режимом грунтовых вод для установления общих гидрогеологических характеристик потока (бассейна) грунтовых вод, например такой, как уровнепроводность $a=kT/\delta$. Зная эти характеристики, можно глубже проанализировать наблюдения за динамикой грунтовых вод (в части установления влияния различных факторов) и дать прогноз режима грунтовых вод при изменении условий их питания.

ПОТОКИ ГРУНТОВЫХ ВОД ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ БЕЗ ДРЕНАЖА

Выше были изложены вопросы режима грунтовых вод в бессточных бассейнах. Причем считалось, что он формировался под действием фильтрации из крупного одиночного канала или питания грунтовых вод от орошения на массиве конечной длины. Кроме того, предполагалось, что вблизи от канала или массива нет других каналов или массивов,— это позволяло считать поток грунтовых вод весьма большой длины. Рассмотрим режим грунтовых вод для системы оросительных каналов и на дренированных оросительных системах, когда между каналами расположены дрены-коллекторы. В обоих случаях поток грунтовых вод уже не может приниматься неограниченно большой длины, в связи с чем изменяются граничные и начальные условия, а также усложняются решения задач.

Типичные схемы для режима грунтовых вод орошаемых массивов представлены на рисунке 26

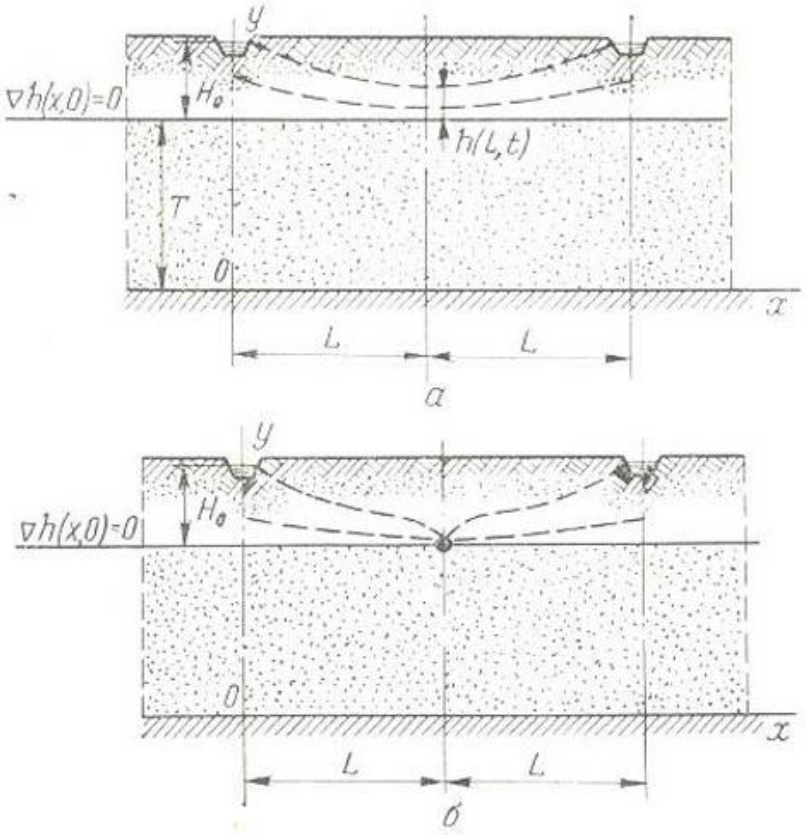


Рис. 26. Схемы неустановившейся фильтрации из системы каналов: *а* — без дренажа; *б* — при дренаже.

Схема движения грунтовых вод при фильтрации из системы оросительных каналов без дренажа, когда фильтрационные потери расходуются на пополнение запасов грунтовых вод и вызывают подъем их уровня, показана на рисунке 26, *а*. В этом случае $\partial h/\partial x=0$ при $x=L$, так как расход в сечении $x=L$ равен нулю. Условия же при $x=0$ могут быть различными. Для высокого начального уровня грунтовых вод, когда фильтрационный поток из канала сразу же смыкается с потоком грунтовых вод, $h(0,t)=H_0$, где H_0 — превышение уровня воды в канале над исходным уровнем грунтовых вод в створе канала. При глубоком начальном уровне грунтовых вод можно приближенно считать $Q_ф=\text{const}$, что дает в сечении $x=0$, $\partial h/\partial x=\text{const}$.

При наличии дренажа (рис. 26, *б*) условия в сечении $x=0$ в начале движения остаются те же, что и условия для схемы, изображенной на рисунке 26, *а*, но при максимальном подъеме уровень грунтовых вод может и не достичь дна канала. В створе дренажа (без учета высоты выклинивания и несовершенства дренажа) $h(L,t)=0$, причем расход грунтовых вод, поступающих в дренаж (с одной стороны), может быть принят равным

$$Q_д=-kT(\partial h/\partial x)_{x=L}.$$

Помимо граничных условий, в сечениях $x=0$ и $x=L$ необходимо учитывать влияние питания грунтовых вод по пути их движения (потери из мелкой сети при орошении), а при высоком уровне грунтовых вод надо принимать во внимание испарение с их поверхности. Таким образом, необходимо найти частные решения дифференциального уравнения (135) при описанных граничных и начальных условиях:

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}=\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial\bar{x}_2}\pm\eta$$

при $\bar{h}=h/H_0$, $\bar{x}=x/L$, $\bar{t}=t/\tau_0$, $\tau_0=\delta L^2/kT$, $\eta=\dfrac{qL}{kTH_0/L}$,

где обозначения прежние.

Выше было показано, что в соответствии с предложением Н. Е. Жуковского $h(x,t)$ — изменения в существующей поверхности грунтовых вод, поэтому начальным условием может всегда быть $h(x,0)=0$. Граничные

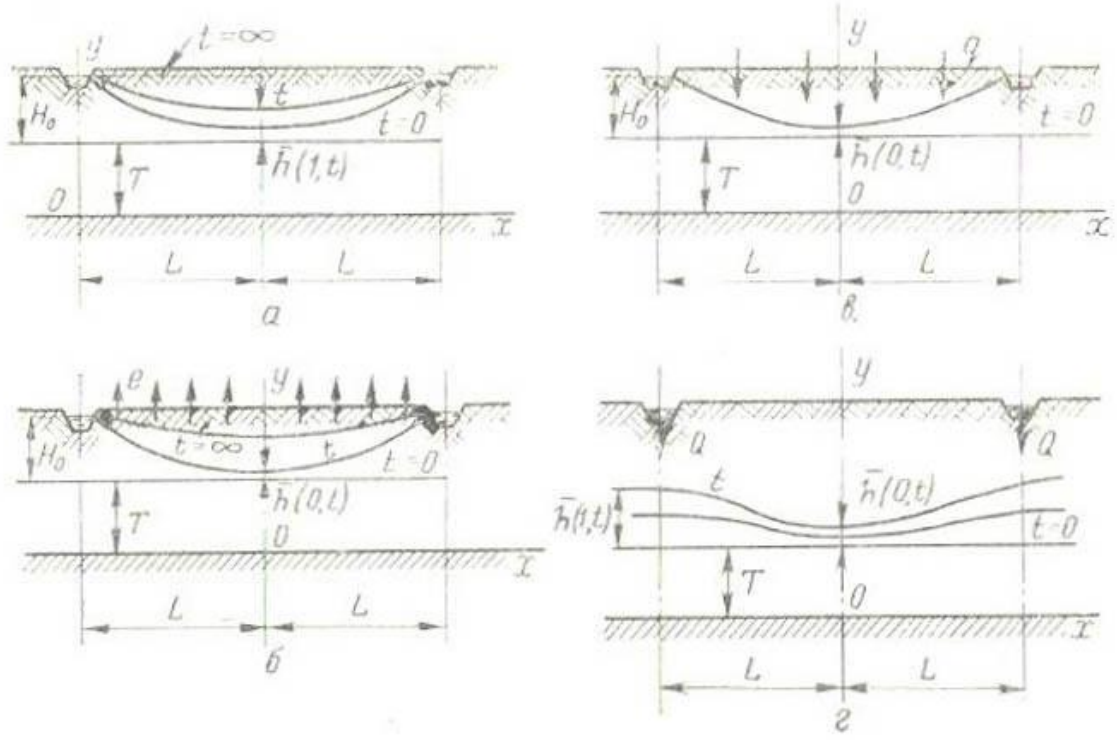


Рис. 27. Схемы к расчету неустановившейся фильтрации из системы каналов в бездренажных условиях:

а—в — подпертая фильтрация; *г* — свободная фильтрация; T — мощность водоносного пласта; q — интенсивность питания грунтовых вод; e — испарение с поверхности грунтовых вод; Q — фильтрационный расход из канала в условиях свободной фильтрации; L — половина расстояния между каналами.

условия, как это описано выше, могут иметь различный вид. Из многообразия этих условий выберем наиболее характерные.

На рисунке 27 представлены схемы подъема уровня грунтовых вод под влиянием фильтрации из системы каналов в бездренажных условиях. Причем схемы, изображенные на рисунке 27, *а, б, в,* предполагают высокое начальное положение уровня грунтовых вод, поэтому в створе каналов принимается $h(t)=1$. На схеме, показанной на рисунке 27, *г*, предусматривается глубокое начальное положение грунтовых вод, что позволяет приближенно принять $Q(L,t)=\text{const}$. Схема, представленная на рисунке 27, *б*, предполагает наличие испарения с поверхности грунтовых вод, а схема, показанная на рисунке 27, *в*,— их равномерного питания по площади орошения.

Для изображенных на рисунке 27 типовых условий приводятся частные решения уравнения (143) или уравнения (135) при наличии питания или испарения.

Режим грунтовых вод при подпертой фильтрации из системы каналов (рис. 27, *а*). Исходное положение уровня грунтовых вод считается таким высоким, что с самого начала движения возникают условия подпертой фильтрации из системы оросительных каналов, расположенных друг от друга на расстоянии $S=2L$ (м). Требуется определить динамику фильтрационных потерь и подъем уровня грунтовых вод посредине между каналами. Ввиду отсутствия питания грунтовых вод по пути их движения основным уравнением будет зависимость (143): $\partial\bar{h}/\partial\bar{t}=\partial^2h/\partial x^2$ при $\bar{h}=h/H_0$, $\bar{x}=x/L$, $\bar{t}=t/\tau$, $\tau=\delta L^2/kT$.

Так как исследуются изменения поверхности грунтовых вод $h(x,t)$, то начальное условие будет $h=(x,0)=0$. Граничные условия: $\bar{x}=0$, $\bar{h}=1$ (для $\bar{t}>0$); $\bar{x}=1$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$.

Решение уравнения (143) в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=1-\Sigma\ \mathrm{erf}\,\bar{x}\cdot T(\bar{t}), \qquad (202)$$

где $\mathrm{erf}\,\bar{x}$ зависит только от $\bar{x}$, а $T(\bar{t})$ — только от $\bar{t}$, как известно (Лейбензон, 1934), будет:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_n}\sin\ \lambda_n\bar{x}\exp(-\lambda_n^2\bar{t}) \qquad (203)$$

при $\lambda_n=(2n-1)\pi/2$, $n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$.

Обозначая $\bar{h}(\bar{x},\bar{t})=1-\varphi$, получаем:

$$h=H_0(1-\varphi). \qquad (204)$$

Функция φ зависит от относительного расстояния $\bar{x}=x/L$ и относительного времени $\beta_0=t/\tau$. Это позволяет протабулировать ее, что и было сделано Л. С. Лейбензоном (1934). Следует отметить, что для $\beta_0>0{,}2$ при $\nu=\exp(-\pi^2\beta_0)$ и $\beta_0=\bar{t}=t/\tau$ достаточно точно

$$\varphi=\frac{4}{\pi}\sqrt[4]{\nu}\sin\ \frac{\pi\bar{x}}{2}. \qquad (205)$$

В таблице 20 приведены значения функции φ в зависимости от β_0 и ν.

Пользуясь приведенной таблицей, можно построить поверхности грунтовых вод, соответствующие определенному моменту времени от начала фильтрации из канала. Действительно, зная δ, L, k, T, определяем время стабилизации τ и для нужного момента времени t

20. Значения вспомогательной функции φ для определения подъема уровня грунтовых вод при фильтрации из системы каналов и отсутствии оттока

$\bar{x} = \frac{x}{L}$	q/β_0													
	0,001 / 0,700	0,010 / 0,467	0,050 / 0,304	0,100 / 0,234	0,200 / 0,163	0,300 / 0,122	0,400 / 0,093	0,500 / 0,070	0,600 / 0,052	0,700 / 0,036	0,800 / 0,023	0,900 / 0,011	0,950 / 0,005	1,000 / 0
0,05	0,017	0,032	0,047	0,057	0,069	0,081	0,092	0,106	0,123	0,147	0,185	0,266	0,37	1,00
0,10	0,035	0,063	0,094	0,113	0,138	0,160	0,184	0,210	0,244	0,290	0,360	0,510	0,67	1,00
0,15	0,053	0,094	0,140	0,169	0,206	0,238	0,272	0,310	0,360	0,420	0,520	0,700	0,86	1,00
0,20	0,070	0,124	0,186	0,223	0,272	0,310	0,360	0,410	0,470	0,540	0,650	0,830	0,96	1,00
0,25	0,087	0,154	0,231	0,276	0,340	0,390	0,440	0,500	0,560	0,650	0,760	0,910	0,99	1,00
0,30	0,103	0,183	0,273	0,330	0,400	0,460	0,510	0,580	0,650	0,740	0,840	0,960	0,99	1,00
0,35	0,118	0,210	0,310	0,380	0,460	0,520	0,580	0,650	0,720	0,810	0,900	0,980	0,99	1,00
0,40	0,133	0,236	0,350	0,420	0,510	0,580	0,650	0,710	0,790	0,860	0,940	0,990	1,00	1,00
0,45	0,147	0,261	0,390	0,470	0,560	0,640	0,700	0,770	0,840	0,910	0,970	1,000	1,00	1,00
0,50	0,160	0,285	0,430	0,510	0,610	0,700	0,750	0,820	0,880	0,940	0,990	1,000	1,00	1,00
0,60	0,184	0,330	0,490	0,580	0,690	0,770	0,840	0,890	0,950	0,970	1,000	1,000	1,00	1,00
0,70	0,202	0,360	0,540	0,640	0,760	0,840	0,890	0,940	0,970	0,990	1,000	1,000	1,00	1,00
0,80	0,216	0,380	0,570	0,680	0,800	0,880	0,930	0,970	0,990	1,000	1,000	1,000	1,00	1,00
0,90	0,225	0,400	0,600	0,710	0,830	0,910	0,950	0,980	0,990	1,000	1,000	1,000	1,00	1,00
1,00	0,227	0,400	0,600	0,710	0,840	0,910	0,960	0,980	1,000	1,000	1,000	1,000	1,00	1,00

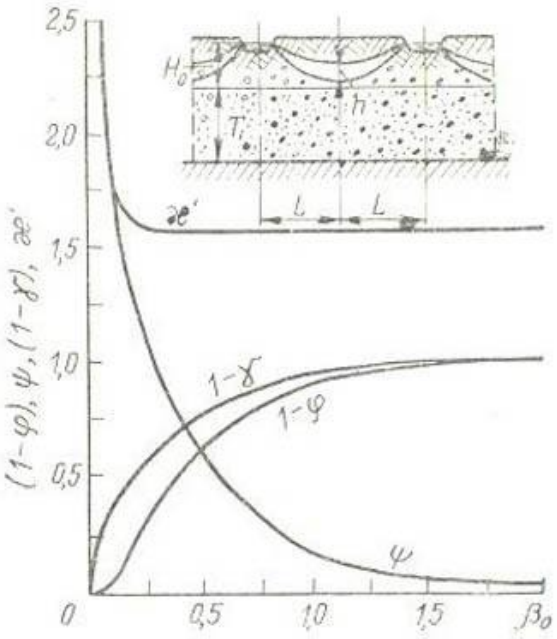


Рис. 28. Зависимости $(1-\varphi)$, ψ, $(1-\gamma)$ и $\varkappa'$ от β_0 при неустановившейся подпертой фильтрации из системы каналов.

находим относительное время $\beta_0 = t/\tau$. Зная β_0, вычисляем вспомогательную величину $\nu = \exp(-\pi^2\beta_0)$ или непосредственно по значению β_0 (табл. 20) для различных $\bar{x} = x/L$ определяем значения функции φ, после чего находим положение поверхности грунтовых вод по формуле (204).

Так же можно решить обратную задачу. Задаваясь, например, допустимым подъемом грунтовых вод на определенном расстоянии от канала, можно установить, когда этот подъем наступит.

Интересно определить динамику уровня грунтовых вод на границе фильтрационного потока (например, посредине между каналами), то есть для $x = L$ или, иначе, $\bar{x} = 1$. Значения функции $(1-\varphi)$ для этого случая приведены в таблице 21, а зависимость $(1-\varphi)$ от времени β_0 показана на рисунке 28.

Расход потока грунтовых вод в сечении $\bar{x} = 0$ в одну сторону

$$Q = -kT\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0},$$

где $\partial h/\partial x$ определяется согласно формуле (203):

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{H_0}{L}\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} = -\frac{2H_0}{L}\sum_{n=1}^{\infty}\nu^{\frac{(2n-1)^2}{4}}\cos\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1).$$

Но выражение $2\left(\nu^{1/4}\cos\frac{\pi\bar{x}}{2} + \nu^{9/4}\cos\frac{3}{2}\pi\bar{x} + \ldots\right)$ есть тэта-функция $\vartheta_2\left(\frac{\pi}{2K}, \bar{x}K\right)$ или в обозначениях Якоби $H_1(u)$, $u = \bar{x}K$. Следовательно, расход в любом сечении равен:

$$Q_x = \frac{kTH_0}{L}H_1(\bar{x}K), \qquad (206)$$

где $H_1(\bar{x}K)$ — тэта-функция Якоби, причем $\nu = e^{-\pi^2\beta_0} = e^{-\pi K'/K}$, откуда $K/K' = 1/\pi\beta_0$; K и K' — полные эллиптические интегралы первого рода при модулях $\varkappa$ и $\varkappa' = \sqrt{1-\varkappa^2}$; K, K', $\varkappa$ и $\varkappa'$ могут быть найдены из соотношения $K/K' = 1/\pi\beta_0$.

Так как нас интересует расход в сечении $\bar{x} = 0$, то по формуле (206) имеем:

$$\bar{Q}_{x=0} = \frac{kTH_0}{L} H_1(0), \quad H_1(0) = 2(\nu^{1/4} + \nu^{9/4} + \nu^{25/4} + \ldots). \tag{207}$$

21. Значения коэффициентов $(1-\varphi)$, ψ, $(1-\gamma)$ и $\varkappa'$ в зависимости от относительного времени $\beta_0 = t/\tau$ для неустановившегося режима фильтрации из каналов при отсутствии оттока и конечной длине потока

β_0	$1-\varphi$	ψ	$1-\gamma$	$\varkappa'$
0	0	∞	0	∞
0,01	0	5,6500	0,113	5,65
0,02	0	3,9900	0,159	3,99
0,03	0	3,2600	0,195	3,26
0,04	0,001	2,8200	0,226	2,82
0,05	0,003	2,5200	0,252	2,53
0,06	0,008	2,3000	0,280	2,32
0,07	0,015	2,1300	0,300	2,16
0,08	0,025	2,0000	0,320	2,05
0,09	0,037	1,8800	0,340	1,96
0,10	0,051	1,7800	0,360	1,88
0,15	0,136	1,4400	0,440	1,67
0,20	0,228	1,2400	0,500	1,60
0,25	0,315	1,0900	0,560	1,58
0,30	0,393	0,9570	0,620	1,57
0,35	0,463	0,8430	0,650	1,57
0,40	0,526	0,7450	0,690	1,57
0,45	0,580	0,6580	0,730	1,57
0,50	0,629	0,5820	0,760	1,57
0,60	0,710	0,4540	0,820	1,57
0,70	0,774	0,3550	0,860	1,57
0,80	0,823	0,2770	0,890	1,57
0,90	0,862	0,2160	0,910	1,57
1,00	0,892	0,1690	0,930	1,57
1,20	0,934	0,1030	0,960	1,57
1,40	0,960	0,0630	0,970	1,57
1,60	0,975	0,0380	0,980	1,57
1,80	0,985	0,0240	0,990	1,57
2,00	0,991	0,0140	0,990	1,57
2,50	0,997	0,0040	1,000	1,57
3.00	0,999	0,0010	1,000	1,57
3.50	1,000	0,0004	1,000	1,57
4,00	1,000	0,0001	1,000	1,57

Значение тэта-функции $H_1(0)$ изменяется в пределах от $H_1(0)=\infty$ при $\nu=1$ (при $\beta_0=0$ в начальный момент фильтрации) до $H_1(0)=0$ при $\nu=0$ (при $\beta_0\to\infty$).

Расход потока грунтовых вод в обе стороны

$$Q=\frac{2kTH_0}{L}\psi, \qquad (208)$$

где $\psi=H_1(0)$ — тэта-функция, зависящая от относительного времени $\beta_0=t/\tau$.

Значения функции ψ в зависимости от отношения $\beta_0=t/\tau$ приведены в таблице 21, а график функции ψ показан на рисунке 28. При составлении таблицы пользовались рядом (207), который быстро сходится для значений $\nu<0{,}4$. Для вычислений членов ряда при ν, близком к единице, можно написать:

$$H_1(0)=\sqrt{K/K'}(1-2\nu'+2\nu'^4-2\nu'^9+\ \ldots),$$

причем

$$\nu=\exp(-\pi K'/K),$$

$$\nu'=\exp(-\pi K/K'),\ \lg\lg 1/\nu+\lg\lg 1/\nu'=0{,}26986.$$

При $\nu\geqslant 0{,}5$ значения ν' очень малы. Например, для $\nu=0{,}6$ $\nu'=4\cdot 10^{-9}$. С достаточной степенью точности приближенное равенство для $\nu\geqslant 0{,}5$: $H_1(0)=\sqrt{K/K'}=1\sqrt{\pi\beta_0}=(1\sqrt{\pi})\sqrt{\tau/t}$.

Из таблицы 21 и на рисунке 28 видно, что расход потока грунтовых вод для рассматриваемого случая падает довольно резко в начале движения и затем плавно приближается к нулю при $t\to\infty$.

Сравнивая расход, вычисленный по формуле (208), с расходом Q_0 для установившегося течения в пласте мощностью $T_{ср}$ при постоянном напоре H_0, имеем:

$$Q=\frac{2kT_{ср}H_0}{L}\psi=Q_0\psi. \qquad (209)$$

Причем $\psi>1$ в начале фильтрации и $\psi<1$ в конце фильтрации; $\psi=1$, то есть $Q=Q_0$, при $\beta_0=0{,}28$ (при $t=0{,}28\tau$). Для периода фильтрации, продолжающегося приблизительно до $^1/_4$ времени стабилизации, расход потока грунтовых вод больше, чем расход, подсчитанный по формулам установившегося режима, а при $t>0{,}28\tau$ $Q<Q_0$, причем Q_0 определен при напоре H_0.

Для сравнения фактического расхода при неустановившемся режиме с фиктивным расходом, который

определяется для тех же уровней в сечениях $\bar{x}=0$ и $\bar{x}=1$, но при установившемся движении, может служить отношение этих расходов $\varkappa'=Q/Q_0$, причем Q_0 вычисляется при разности напоров (H_0-h):

$$\varkappa'=\frac{Q}{Q_0}=\frac{2kT_{cp}H_0\psi L}{2kT_{cp}(H_0-h)}=\frac{\Psi}{\varphi}. \qquad (210)$$

Значение $\varkappa'$ в зависимости от относительного времени $\beta_0=t/\tau$ приведено в таблице 21. Для анализируемой задачи неустановившийся режим нельзя рассматривать как последовательную серию установившихся течений. В действительности расход для неустановившегося течения при подъеме грунтовых вод всегда больше расхода установившегося течения, определенного для тех же самых уровней в крайних сечениях. Если для очень длинного потока $\varkappa'=1$ при $\beta_0\to\infty$, то для потока ограниченной длины $\varkappa'\to\pi/2$ при $\beta_0\to\infty$, что близко к $\varkappa'=3/2$, принятому А. Н. Костяковым на основании опытов, проведенных на гидравлическом интеграторе.

Объем воды, поступивший в поток грунтовых вод за время t,

$$W=\int_0^t Q\,dt=\frac{2kTH_0}{L}\cdot 2\int_0^t (v^{1/4}+v^{9/4}+\ldots)\,dt.$$

Производя почленно интегрирование, придем к выражению:

$$W=2\delta LH_0(1-\gamma), \qquad (211)$$

где

$$\gamma=\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\exp\left[-\frac{\pi^2}{4}(2n-1)^2\beta_0\right]. \qquad (212)$$

Очевидно, что $W=0$ при $t=0$ и $W=2\delta LH_0$ при $t=\infty$. Следовательно, общий объем профильтровавшейся воды равен свободному от воды объему грунта выше уровня грунтовых вод.

Значения коэффициента γ в зависимости от относительного времени β_0 приведены в таблице 21, а их графическое изображение показано на рисунке 28. При $\beta_0<0{,}5$ рассмотренные формулы расхода потока грунтовых вод и объемов воды, поступивших в поток, упрощаются следующим образом:

расход

$$Q=\frac{2kTH_0}{L}\psi=\frac{2}{\sqrt{\pi}}H_0\sqrt{kT\delta}\,\frac{1}{\sqrt{t}},$$

объем воды

$$W=\delta L H_0(1-\gamma)=\frac{4}{\sqrt{\pi}}H_0\sqrt{kT\delta}\sqrt{t},$$

так как при этом

$$1-\gamma\approx 2\sqrt{\beta_0}/\pi=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{L}\sqrt{\frac{kT}{\delta}}\sqrt{t},\ \psi\approx\sqrt{\frac{K}{K'}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{1}{\beta_0}}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{\delta}{kT}}L\frac{1}{\sqrt{t}}.$$

Следовательно, для начального периода работы канала ($\beta_0<0{,}5$) длина потока не играет существенной роли и не отражается на значениях расходов и объемов воды, так как они определяются теми же зависимостями, что и для очень длинного потока.

Отсюда следует вывод: взаимное влияние оросительных каналов на подъем грунтовых вод и на потери из каналов начинает сказываться при длительной их работе; при кратковременной работе каналы работают как одиночные.

Пользуясь данными таблицы 21, несложно определить элементы неустановившегося режима грунтовых вод для работы системы оросительных каналов в условиях подпертой фильтрации при отсутствии дренажа, когда потери на фильтрацию идут только на пополнение грунтовых вод. При подсчетах потерь необходимо учитывать дополнительные потери на поворот и расширение фильтрационного потока при поступлении его из канала в область грунтовых вод β.

В соответствии со смыслом этой поправки, учитывая формулу (60), $Q=\beta Q_{\text{д}}$, считаем возможным указанную поправку распространить на случай неустановившейся фильтрации при подпертом режиме. После этого формулы для неустановившегося режима примут вид:

$$h(x,\ t)=H_0(1-\varphi),\ Q=Q_{\text{д}}\beta\psi,$$
$$W=2\delta L H_0(1-\gamma). \qquad (213)$$

В этих формулах время стабилизации определяется с учетом дополнительных потерь:

$$\tau=\delta L^2/kT\beta. \qquad (214)$$

Режим грунтовых вод при подпертой фильтрации из системы каналов и испарении с поверхности грунтовых вод (рис. 27, *б*). Допустим, что грунтовые воды стоят высоко. Вскоре после начала работы канала образуется

сплошной фильтрационный поток, то есть фильтрация из канала будет подпертой. В отличие от рассмотренной выше схемы будем считать, что фильтрующиеся из канала воды идут не только на подъем поверхности грунтовых вод, но и на испарение со средней интенсивностью e. Тогда по предыдущему изложению нужно найти решение уравнения:

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} - \eta \text{ при } \eta = \frac{eL}{kTH_0/L}.$$

Начальные и граничные условия (рис. 27, *б*) будут: $t=0$, $h=0$ (для всей области $-L<x<L$); $t>0$, $x=\pm L$, $h=H_0$ (весьма быстрое увеличение напора); $x=0$, $\partial h/\partial x=0$. Требуется найти $h(x, t)$ и $Q_{x=\pm L}(t)$. В безразмерных величинах условия будут иметь вид: $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$, $-1<\bar{x}<+1$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=\pm 1$; $\bar{h}=1$; $\bar{x}=0$, $\partial \bar{h}/\partial \bar{x}=0$.

Решим задачу при помощи операционного исчисления. Применение к уравнению (135) операции преобразования Лапласа по переменной $\bar{t}$ дает:

$$L[\bar{h}] = \int_0^\infty \bar{h}(\bar{x}, \bar{t})\, e^{-s\bar{t}}\, d\bar{t} = H(\bar{x}, \bar{t}, s),$$

где s — параметр, который переводит дифференциальное уравнение в частных производных (135) для оригинала $\bar{h}(\bar{x}, \bar{t})$ в обыкновенное дифференциальное уравнение для изображения $H(\bar{x}, \bar{t}, s)$:

$$sH(\bar{x}, s) - \bar{h}(\bar{x}, 0) = \frac{d^2H(\bar{x}, s)}{d\bar{x}^2} - \frac{\eta}{s}.$$

Это выражение получено, учитывая, что изображение производной для непрерывной функции $L[f'(\bar{t})] = sF(s) - f(0)$, причем $f(\bar{t})$ — оригинал, $F(s)$ — изображение, $f(0)$ — значение оригинала при $\bar{t}=0$; изображение постоянной η равно $L[\eta]=\eta/s$.

Так как рассматриваем $\bar{h}(\bar{x}, \bar{t})$ как изменения в поверхности грунтовых вод, имеем $\bar{h}(\bar{x}, 0)=0$. Тогда уравнение для изображения примет вид:

$$H'' - sH - \frac{\eta}{s} = 0, \tag{215}$$

где принято $H'' = \dfrac{d^2H(\bar{x}, s)}{d\bar{x}^2}$; $H = H(\bar{x}, s)$.

Решение уравнения (215) имеет вид:

$$H + \frac{\eta}{s^2} = Ae^{\bar{x}\sqrt{s}} + Be^{-\bar{x}\sqrt{s}}. \tag{216}$$

Для нахождения постоянных A и B надо преобразовать граничные условия. Условию $\bar{t}>0$, $\bar{x}=\pm 1$, $\bar{h}=1$ соответствует $\bar{t}>0$, $\bar{x}=\pm 1$, $H(1,\bar{t})=1/s$. Условию $\bar{x}=0$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$ соответствует $H'(0,\bar{t})=0$.

Подставляя найденные частные значения $H(1,\bar{t})$ и $H'(0,\bar{t})$ в формулу (216), определяем A и B. После этого уравнение (216) примет вид:

$$H(\bar{x},\ s)=-\frac{\eta}{s^2}+\left(\frac{1}{s}+\frac{\eta}{s^2}\right)\frac{\operatorname{ch}\bar{x}\sqrt{s}}{\operatorname{ch}\sqrt{s}}. \qquad (217)$$

Уравнение (217) является решением задачи для изображения искомой функции $H(\bar{x},s)=L[\bar{h}(\bar{x},\bar{t})]$. Для нахождения оригинала функции $\bar{h}(\bar{x},\bar{t})$ нужно произвести обратное преобразование Лапласа. Учитывая, что $1/\operatorname{ch}\sqrt{s}=2(e^{-\sqrt{s}}-e^{-3\sqrt{s}}+e^{-5\sqrt{s}}-\ldots)$, получаем:

$$H(\bar{x},\ s)=-\frac{\eta}{s^2}+\left(\frac{1}{s}+\frac{\eta}{s^2}\right)\left[\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}e^{-\sqrt{s}(2n-1-\bar{x})}+\right.$$
$$\left.+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}e^{-\sqrt{s}(2n-1+\bar{x})}\right]. \qquad (218)$$

Но в таблице изображений (Лыков, 1952) можно найти, что

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s}e^{-p\sqrt{s}}\right]=1-\operatorname{erf}\left(\frac{p}{2\sqrt{\bar{t}}}\right).$$

Изображение $L(\bar{t})=1/s^2$ также находим в виде

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s^2}e^{-p\sqrt{s}}\right]=\left(\bar{t}+\frac{p^2}{2}\right)\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{p}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]-p\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}e^{\frac{-p^2}{4\bar{t}}}.$$

Искомую функцию $\bar{h}(\bar{x},\bar{t})$ получим в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=-\eta\bar{t}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left\{\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n-1-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]+\right.$$
$$\left.+\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n-1+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]\right\}+\eta\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left\{\left[\bar{t}+\frac{(2n-1-\bar{x})^2}{2}\right]\cdot\right.$$
$$\cdot\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n-1-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]-(2n-1-\bar{x})\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1-\bar{x})^2}{4\bar{t}}\right]\times$$
$$\times\left[\bar{t}+\frac{(2n-1+\bar{x})^2}{2}\right]\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n-1+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]-$$
$$\left.-(2n-1+\bar{x})\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1+\bar{x})^2}{4\bar{t}}\right]\right\}. \qquad (219)$$

При использовании теоремы разложения то же самое решение можно представить в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = 1-\eta\frac{(1-\bar{x}^2)}{2} - \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)}\cos\frac{\pi(2n-1)\bar{x}}{2}\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right] +$$

$$+\eta\frac{16}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^3}\cos\frac{\pi(2n-1)\bar{x}}{2}\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]. \quad (220)$$

Проверка решений показывает удовлетворение начальным и граничным условиям. Действительно, при $\bar{t}=0$ по формуле (219) $\bar{h}(\bar{x},0)=0$, так как $\operatorname{erf}\infty=1$ и, следовательно, $1-\operatorname{erf}\infty=0$.

Для формулы (220) имеем:

$$\bar{h}(\bar{x},\ 0) = 1-\eta\frac{(1-\bar{x}^2)}{2} - \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)}\cos\frac{\pi}{2}\bar{x}(2n-1) +$$

$$+\eta\frac{16}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^3}\cdot\cos\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1).$$

Но, как известно,

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\cos x(2n-1)}{2n-1} = \frac{\pi}{4},$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^3}\cos x(2n-1) = \frac{\pi^3-4\pi x^2}{32},$$

что при $x=\bar{x}\pi/2$ дает величину $\pi^3(1-\bar{x}^2)/32$; отсюда

$$\bar{h}(\bar{x},\ 0) = 1-\eta\frac{(1-\bar{x}^2)}{2} - \frac{4}{\pi}\frac{\pi}{4} + \eta\frac{16}{\pi^3}\frac{\pi^3}{32}(1-\bar{x}^2) = 0.$$

При $\bar{x}=1$ в уравнении (219) после сокращения членов рядов получим: $\bar{h}(1,\bar{t}) = -\eta\bar{t} + [1-\operatorname{erf}(0)] + \eta\bar{t} = 1$, что и должно быть.

В выражении (220) $\cos[\pi(2n-1)/2]=0$, поэтому и $\bar{h}(1,\bar{t})=1$.

Определим динамику поверхности грунтовых вод посредине между каналами ($\bar{x}=0$) и фильтрационный расход из канала $Q_{\bar{x}=1}$. При $\bar{x}=0$ уравнение (220) дает:

$$\bar{h}(0,\ \bar{t}) = 1 - \frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)}\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right] -$$

$$-\frac{\eta}{2}\left\{1-\frac{32}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^3}\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\}=$$

$$=1-\varphi-\frac{\eta}{2}(1-\varphi_1),\ h=H_0(1-\varphi)-\frac{H_0\eta}{2}(1-\varphi_1), \quad (221)$$

причем

$$1-\varphi=1-\frac{4}{\pi}\left(\nu^{1/4}-\frac{1}{3}\nu^{9/4}+\frac{1}{5}\nu^{25/4}-\ \ldots\right), \quad (222)$$

$$1-\varphi_1=1-\frac{32}{\pi^3}\left(\nu^{1/4}-\frac{1}{27}\nu^{9/4}+\frac{1}{125}\nu^{25/4}-\ \ldots\right). \quad (223)$$

где

$$\nu=e^{-\pi^2\bar{t}}=e^{-\pi^2\beta_0},\ \bar{t}=t/\tau=\beta_0.$$

Из формул (221)...(223) следует, что поверхность грунтовых вод посредине между двумя каналами при подпертой фильтрации и наличии испарения изменяется в результате подъема грунтовых вод от фильтрации из канала при отсутствии испарения (формулы (222) и (203) совпадают), что учитывается членом $(1-\varphi)$, и понижения уровня грунтовых вод под влиянием испарения, чтобы учесть это, вычитают член $\eta(1-\varphi_1)/2$.

Значения $(1-\varphi)$ вычислены ранее и приведены в таблице 21 (для случая подпертой фильтрации и отсутствия испарения). Значения $(1-\varphi_1)$ даны в таблице 22.

При $\bar{t}\to\infty$ получим:

$$\bar{h}(0,\ \infty)=1-\eta/2. \quad (224)$$

При $\bar{h}=h/H_0$, $\eta=eL^2/kTH_0$ получим, что для предельного установившегося режима поверхность грунтовых вод посредине между каналами будет определяться интенсивностью испарения, а подъем поверхности грунтовых вод будет равен:

$$h=H_0(1-\eta/2)=H_0\left(1-\frac{eL^2}{2kTH_0}\right). \quad (225)$$

Этот результат получается также из уравнения Кене для установившегося режима. Уравнение (221) может быть представлено в виде

$$h=H_0(1-\varphi)-\frac{H_0eL^2}{2kTH_0}(1-\varphi_1)=H_0(1-\varphi)-\frac{e\tau}{2\delta}(1-\varphi_1).$$

22. Значения коэффициентов $(1-\varphi)$, $(1-\varphi_1)$, ψ, ψ_1 и $(1-\gamma)$, $(1-\gamma_1)$ для определения режима грунтовых вод при фильтрации из системы каналов, наличии испарения с поверхности грунтовых вод и отсутствии дренажа

β_0	$1-\varphi$	$1-\varphi_1$	ψ	ψ_1	$1-\gamma$	$1-\gamma_1$
0	0	0	∞	0	0	0
0,01	0	0,020	5,6500	0,113	0,113	0,037
0,02	0	0,040	3,9900	0,159	0,159	0,062
0,03	0	0,060	3,2600	0,195	0,195	0,085
0,04	0,001	0,080	2,8200	0,226	0,226	0,107
0,05	0,003	0,100	2,5200	0,252	0,252	0,129
0,06	0,008	0,120	2,3000	0,280	0,280	0,150
0,07	0,015	0,140	2,1300	0,300	0,300	0,171
0,08	0,025	0,159	2,0000	0,320	0,320	0,191
0,09	0,037	0,179	1,8800	0,340	0,340	0,211
0,10	0,051	0,198	1,7800	0,360	0,360	0,230
0,15	0,136	0,288	1,4400	0,440	0,440	0,319
0,20	0,228	0,370	1,2400	0,500	0,500	0,398
0,25	0,315	0,443	1,0900	0,560	0,560	0,468
0,30	0,393	0,508	0,9570	0,610	0,610	0,530
0,35	0,463	0,565	0,8430	0,650	0,650	0,584
0,40	0,526	0,616	0,7450	0,690	0,690	0,633
0,45	0,580	0,660	0,6580	0,730	0,730	0,675
0,50	0,629	0,700	0,5820	0,760	0,760	0,713
0,60	0,710	0,765	0,4540	0,820	0,820	0,776
0,70	0,774	0,817	0,3550	0,860	0,860	0,825
0,80	0,823	0,857	0,2770	0,890	0,890	0,865
0,90	0,862	0,888	0,2160	0,920	0,920	0,893
1,00	0,892	0,913	0,1690	0,930	0,930	0,916
1,20	0,934	0,947	0,1030	0,960	0,960	0,949
1,40	0,960	0,967	0,0630	0,970	0,970	0,969
1,60	0,975	0,980	0,0380	0,980	0,980	0,981
1,80	0,985	0,988	0,0240	0,990	0,990	0,988
2,00	0,991	0,993	0,0140	0,990	0,990	0,993
2,50	0,997	0,998	0,0040	1,000	1,000	0,998
3,00	0,999	0,999	0,0010	1,000	1,000	0,999
3,50	1,000	1,000	0,0004	1,000	1,000	1,000
4,00	1,000	1,000	0,0001	1,000	1,000	1,000

Расход на фильтрацию из канала в обе стороны (без учета поворота потока) равен

$$Q=\frac{2kTH_0}{L}\left(\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}\right)_{\bar{x}=1}, \qquad (226)$$

причем $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}$ определим по формуле (220), что дает:

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=\bar{x}\eta+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin\frac{\pi(2n-1)\bar{x}}{2}\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\beta_0\right]-$$

$$-\eta\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^2}\sin\frac{\pi(2n-1)\bar{x}}{2}\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\beta_0\right] \tag{227}$$

Так как $\sin[\pi\bar{x}(2n-1)/2]=0$ при $\bar{x}=0$, то $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$. При $\bar{x}=1$ $\sin[\pi(2n-1)/2]=(-1)^{n+1}$ и уравнение (227) принимает вид:

$$\left(\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}\right)_{\bar{x}=1}=\eta+2\sum_{n=1}^{\infty}\exp\left[\frac{-(2n-1)^2}{4}\pi^2\beta_0\right]-\eta\frac{8}{\pi^2}\times$$
$$\times\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{(2n-1)^2}\exp\left[\frac{-(2n-1)^2}{4}\pi^2\beta_0\right].$$

Подставляя это выражение в формулу (226) для расхода, получаем:

$$Q=\frac{2kTH_0}{L}\psi+2eL\psi_1=Q_д\psi+Q_0\psi_1, \tag{228}$$

где $Q_д$ — расход, подсчитанный по Дюпюи для максимального подъема H_0 уровня грунтовых вод; ψ — коэффициент, учитывающий изменение расхода во времени (без учета испарения) при $\nu=e^{-\pi^2\beta_0}$ и равный $\psi=2(\nu^{1/4}+\nu^{9/4}+\ldots)=H_1(0)$; $H_1(0)$ — тэта-функция определяется по формуле (207); $Q_0=2eL$ — максимальное испарение с поверхности грунтовых вод; ψ_1 — коэффициент, учитывающий динамику увеличения фильтрации из канала под влиянием испарения:

$$\psi_1=1-\frac{8}{\pi^2}\left(\nu^{1/4}+\frac{1}{9}\nu^{9/4}+\frac{1}{25}\nu^{25/4}+\ldots\right). \tag{229}$$

Объем воды, поступившей из канала в грунтовые воды, можем определить по формуле

$$W=\int_0^t Qdt=\int_0^t(Q_д\psi+Q_0\psi_1)dt.$$

Отсюда имеем:

$$W=2\delta LH_0(1-\gamma)+Q_0t-Q_0\tau(1-\gamma_1)/3. \tag{230}$$

Здесь [см. формулу (212)]

$$\begin{aligned}1-\gamma&=1-\frac{8}{\pi^2}\left(\nu^{1/4}+\frac{1}{9}\nu^{9/4}+\frac{1}{25}\nu^{25/4}+\ldots\right),\\ 1-\gamma_1&=1-\frac{96}{\pi^4}\left(\nu^{1/4}+\frac{1}{81}\nu^{9/4}+\frac{1}{625}\nu^{25/4}+\ldots\right).\end{aligned} \tag{231}$$

Отметим, что выражение (230) показывает суммарный объем воды, поступившей за время t из канала в грунтовые воды. Он определяется тремя величинами:

объемом воды, которая поступила в грунтовые воды без учета испарения с их поверхности $W_0=2\delta LH_0(1-\gamma)$; объемом испарившейся воды Q_0t; объемом, который не заполняется из-за понижения уровня грунтовых вод под влиянием их испарения $Q_0\tau(1-\gamma_1)/3$.

Отметим, что $W=0$ при $\beta_0=0$ и $\gamma=0$, $\gamma_1=0$ при $\beta_0\to\infty$; поэтому объем оставшейся в грунтовых водах фильтрационной воды при длительной фильтрации будет равен:

$$W_\infty=2\delta LH_0-\frac{1}{3}Q_0\tau. \qquad (232)$$

Формулы (231) и (232) показывают, что испарение с поверхности грунтовых вод увеличивает фильтрацию из канала, но уменьшает запасы грунтовых вод по сравнению с тем случаем, когда фильтрация из канала происходит без испарения.

Сказанное очевидно и без приведенных выкладок, но их достоинство в том, что они позволяют описать количественную сторону явления и сделать расчет. Расчетные коэффициенты приведены в таблице 22. Рисунок 29 и данные таблицы 22 показывают, что при относительном времени $\beta_0=1$ все коэффициенты (кроме ψ, который равен $\psi=0{,}169$) становятся близкими к еди-

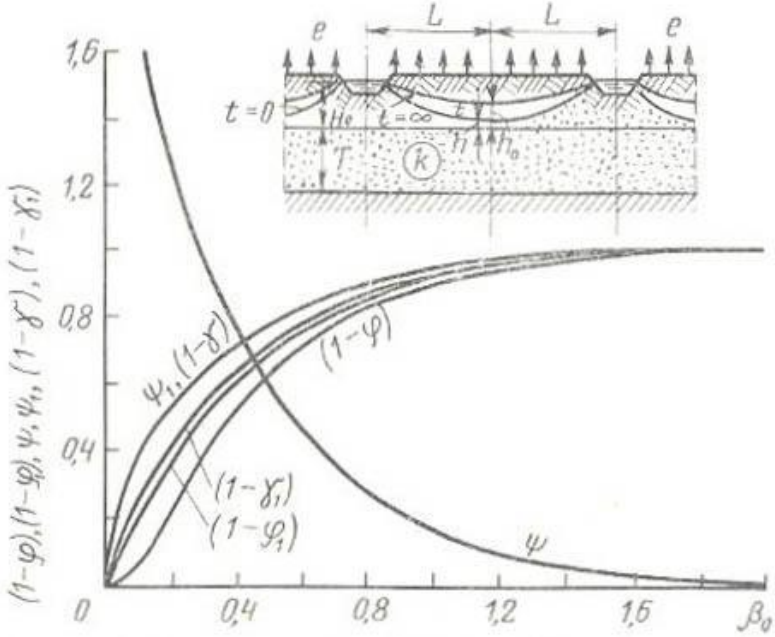


Рис. 29. Зависимости $(1-\varphi)$, $(1-\varphi_1)$, ψ, ψ_1, $(1-\gamma)$ и $(1-\gamma_1)$ от β_0 при подпертой фильтрации из системы каналов и испарении с поверхности грунтовых вод.

нице (около 0,9). Следовательно, поток в основном стабилизируется, что указывает на удачность в данном случае выбранного критерия τ как порядка времени стабилизации неустановившегося потока грунтовых вод.

Отметим, что приведенное решение имеет значение не только при рассмотрении режима грунтовых вод орошаемых массивов, но и при расчете шлюзования осушительных систем, так как позволяет определить напор в каналах, расстояние между ними и другие характеристики исходя из требуемой нормы осушения *.

Рассмотрим водоносный напорный хорошо водопроницаемый пласт мощностью T с коэффициентом фильтрации k, над которым сверху расположен менее водопроницаемый грунт с коэффициентом фильтрации k_1. В результате увеличения напора $H(x, t)$ в водоносном пласте (случай подъема грунтовых вод) будет происходить подъем фактической поверхности грунтовых вод $h(x, t)$ в плохо водопроницаемом грунте (H и h отсчитываются от поверхности раздела грунтов, $H>h>0$).

Считая, что при изменении расхода по длине напорного пласта поднимается уровень грунтовых вод в верхнем, плохо водопроницаемом грунте, напишем:

$$kT\partial^2 H/\partial x^2=\delta\partial h/\partial t, \tag{233}$$

где δ — коэффициент свободной порозности для верхнего грунта.

Так как этот объем воды поднимается из напорного пласта за счет разности напоров в водоносном пласте H и на поверхности грунтовых вод h, то можно написать:

$$\delta\partial h/\partial t=k_1\left(\frac{H-h}{h}\right),\quad H=h\left(1+\frac{\delta}{k_1}\,\frac{\partial h}{\partial t}\right)=h\zeta. \tag{234}$$

При $\zeta>1$ фактический подъем уровня грунтовых вод отстает от увеличения напора в водоносном пласте. Однако для медленно изменяющихся течений, когда $\partial h/\partial t\ll k_1/\delta$, $\zeta\approx 1$, имеем $H\approx h$, то есть поверхность грунтовых вод близка к пьезометрической поверхности.

Решить совместно уравнение (233) и (234) трудно, поэтому в качестве первого приближения принимаем осредненное значение $\zeta=1+\delta/k_1\cdot\partial h/\partial t$ для всего движения. Тогда, переходя к безразмерным величинам, уравнение (233) можно записать в виде

$$\partial^2\bar{h}/\partial\bar{x}^2=\partial\bar{h}/\partial\bar{t}\ \text{ при }\ \bar{h}=h/H_0,\ \bar{x}=x/L,\ \bar{t}=t/\tau_{\text{н}},\ \tau_{\text{н}}=\tau/\zeta,\ \tau=\delta L^2/kT,$$

$$\text{где}\qquad \zeta=1+\frac{kTH_0}{k_1L^2}\left(\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}\right)_{\text{ср}}. \tag{235}$$

---

* Учитывая, что поток грунтовых вод при шлюзовании торфяников носит характер напорного потока, расчет времени стабилизации несколько отличается от расчета для условий свободного потока.

Из формулы (235) следует, что напорные потоки стабилизируются быстрее, чем безнапорные, так как $\zeta > 1$ и $\tau_н < \tau$. В напорных потоках быстрее распространяется подпор от водохранилищ и каналов, быстрее сказывается осушительное действие каналов и т. д.

Из рисунка 29 видно, что для $\beta_0 < 1$ приближенно можно принять $\partial\bar{h}/\partial\bar{t} \approx 1$ (больше в начале движения и меньше в конце), что даст:

$$\zeta \approx 1 + \frac{k}{k_1} \frac{TH_0}{L^2}. \qquad (236)$$

Пользуясь приведенными способами расчета, можно решать различные задачи по анализу водного режима орошаемых территорий. При рассмотрении конкретных условий необходимо учитывать, кроме перечисленных зависимостей, также изменение испарения в течение сезона, зависимость интенсивности испарения с поверхности грунтовых вод от их глубины залегания, изменение свободной порозности при колебании высокого уровня грунтовых вод. Учет указанных факторов приводит к тому, что приходится рекомендуемые уравнения применять к отдельным промежуткам времени (учитывая изменения e_0) и решения находить подбором (учитывая изменения δ и e).

Режим грунтовых вод при подпертой фильтрации из системы каналов и питании грунтовых вод по пути потока (рис. 27, *в*). Динамика грунтовых вод зависит от потерь из оросительной сети, которые частично расходуются прилегающей к каналу растительностью, а частично инфильтруются. В этом случае уровень грунтовых вод будет подниматься быстрее, чем без учета дополнительного питания, а фильтрационные потери уменьшатся. Решение такой задачи совпадает с предыдущим, отличаясь тем, что в уравнении у члена, отражающего питание по площади η, нужно изменить знак. Тогда уравнение (135) будет иметь вид:

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}} = \frac{\partial^2\bar{h}}{\partial\bar{x}^2} + \eta.$$

Так как граничные и начальные условия остаются теми же, что в предыдущей схеме, то уравнения (221), (228) и (230) переходят в следующие:

подъем поверхности грунтовых вод посредине между каналами

$$h = H_0(1-\varphi) + \frac{1}{2} \cdot H_0\eta(1-\varphi_1); \qquad (237)$$

расход на фильтрацию из канала (в обе стороны)

$$Q = Q_{\text{д}}\psi - Q_0\psi_1; \qquad (238)$$

объем воды, поступившей из канала в грунтовые воды,

$$W = W_0(1-\gamma) - Q_0 t + \frac{1}{3} Q_0 \tau (1-\gamma_1). \qquad (239)$$

В уравнениях (237)...(239) приняты обозначения: $Q_0 = 2qL$, $W_0 = 2L\delta H_0$, $\tau = \delta L^2/kT$, $\eta = qL^2/kTH_0$, q — интенсивность питания грунтовых вод, м/сут.

Коэффициенты $(1-\varphi)$, $(1-\varphi_1)$, ψ, ψ_1, $(1-\gamma)$, $(1-\gamma_1)$ берут по рисунку 29 в зависимости от относительного времени β_0.

Приведенные решения могут быть использованы при расчете осушительного действия дренажа. При этом необходимо рассматривать не повышение уровня грунтовых вод h, вызванное работой канала и увеличением напора в его створе на величину H_0, а понижение уровня грунтовых вод, вызванное работой дрен и уменьшением напора в их створе.

Тогда соответствующие уравнения будут иметь следующий вид. Понижение уровня грунтовых вод посредине между дренами

$$h = H_0(1-\varphi) \pm \frac{1}{2} H_0\eta(1-\varphi_1) \text{ при } \eta = \frac{qL^2}{kTH_0}, \qquad (240)$$

где H_0 — понижение уровня грунтовых вод в створе дрены, то есть разница отметок уровня грунтовых вод, бывшего до сооружения дренажа в месте его устройства, и уровня воды в дрене.

Верхний знак соответствует действию испарения, нижний — питанию с поверхности почвы [аналогично принято и в формулах (241) и (242)].

Дренажный отток

$$Q_{\text{др}} = Q'_{\text{д}}\psi \pm Q_0\psi_1, \qquad (241)$$

где $Q_{\text{д}} = Q_{\text{д}}'\alpha$, $Q_{\text{д}} = 2kTH_0/L$, α — поправка на висячесть дрен.

Объем подземного оттока

$$W = W_0(1-\gamma) \pm Q_2 t \pm \frac{Q_0\tau_\alpha}{3}(1-\gamma_1) \text{ при } W_0 = 2L\delta H_0, \qquad (242)$$

$$\tau_\alpha = \delta L^2/kT\alpha \text{ (с учетом висячести дрен)}. \qquad (243)$$

Режим грунтовых вод при свободной фильтрации из системы каналов (рис. 27, *г*). Допустим, что начальный уровень грунтовых вод залегает глубоко и фильтрация из канала носит свободный характер. Тогда при длительной фильтрации можно принять фильтрационный расход $\bar{Q}_\Phi = \text{const}$ (в действительности он уменьшается с течением времени). Приняв это допущение, решим уравнение (143): $\partial\bar{h}/\partial\bar{t} = \partial^2\bar{h}/\partial\bar{x}^2$ — при следующих граничных и начальных условиях: $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$; $\bar{x}=0$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$; $\bar{x}=\pm 1$, $Q_0=\text{const}$.

В последнем случае имеем постоянство расхода, поступающего в поток в сечениях $\bar{x}=\pm 1$; так как

$$Q_0 = kT\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{kTH_0}{L}\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}},$$

то

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}} = \frac{Q_0 L}{kTH_0} = q_0 = \text{const} \text{ при } \bar{x}=\pm 1.$$

Решение уравнения (143) имеет вид:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = q_0\left\{2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\exp\left(-\frac{(2n-1-\bar{x})^2}{4}\right)+\right.\right.$$
$$+\exp\left(-\frac{(2n-1+\bar{x})^2}{4}\right)\Big] - \sum_{n=1}^{\infty}\Big[(2n-1-\bar{x})\operatorname{erfc}\left(\frac{2n-1-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)+$$
$$\left.\left.+(2n-1+\bar{x})\operatorname{erfc}\left(\frac{2n-1+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\Big]\right\}. \qquad (244)$$

Для $\bar{x}=1$ (створ канала) по формуле (244) получим:

$$\bar{h}(1,\ \bar{t}) = q_0\left[2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\left(1+e^{-\frac{1}{\bar{t}}}+e^{-\frac{1}{\bar{t}}}+e^{-\frac{1}{\bar{t}}}+e^{-\frac{1}{\bar{t}}}+\ \ldots\right)-\right.$$
$$\left.-2\cdot 2\sum_{n=1}^{\infty} n\operatorname{erfc}\left(\frac{n}{\sqrt{\bar{t}}}\right)\right] = q_0\cdot 2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\left[\Theta(K) - 2\sqrt{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\sqrt{\bar{t}}}\operatorname{erfc}\left(\frac{n}{\sqrt{\bar{t}}}\right)\right],$$

где

$$\Theta(K) = 1+2\nu+2\nu^4+2\nu^9+\ \ldots$$

при

$$\nu = \exp(-\pi K'/K) = \exp(-1/\bar{t}),$$
$$K'/K = 1/\pi\bar{t},\ \Theta(K) = \sqrt{2K/\pi}.$$

При малых $\bar{t}\to 0$ (начало движения) $\varkappa\to 0$, $K\sim\pi/2$, $\Theta(K)\approx 1$, член $\frac{n}{\sqrt{\bar{t}}}\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{n}{\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]\to 0$ для любого n.

Отсюда имеем $\bar{t}=0$, $\bar{h}(1,\ 0)=0$.

Для малых значений $\bar{t}$

$$\bar{h}(1,\ \bar{t}) \approx 2q_0 \sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}},\ h = \frac{2Q_0\sqrt{t}}{\sqrt{\pi kT\delta}},$$

то есть в начале движения каналы не оказывают взаимного влияния. Поверхность грунтовых вод при постоянном сосредоточенном их питании поднимается по параболической зависимости. Затем с течением времени начинает сказываться подпирающее действие соседних каналов и подъем грунтовых вод ускоряется, достигая при длительной фильтрации линейной зависимости.

Для $\bar{x}=0$ (середина расстояний между каналами)

$$\bar{h}(0,\ \bar{t}) = 2q_0 \sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\left\{\sqrt{\varkappa}\,\Theta(K) - 2\sqrt{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n-0{,}5)}{\sqrt{\bar{t}}}\operatorname{erfc}\left[\frac{(n-0{,}5)}{\sqrt{\bar{t}}}\right]\right\},$$

где $\varkappa$ — модуль эллиптического интеграла, находящийся из соотношения $K'K = -1/\pi\bar{t}$, $\sqrt{\varkappa}\Theta(K) = H(K) = H_1(0) = 2\nu^{1/4} + 2\nu^{9/4} + \ldots$, $\nu = \exp(-1/\bar{t})$.

В начале движения (при малых $\bar{t}$) $K \approx \pi/2$, $\Theta(K) \approx 1$, $\varkappa^2 = 16\nu$, $\sqrt{\varkappa} = 2^4\sqrt{\nu} = 2\exp(-1/4\bar{t})$ и подъем грунтовых вод посредине между каналами

$$\bar{h}(0, \bar{t}) \approx 4q_0\sqrt{\bar{t}/\pi}\exp(-1/4\bar{t}).$$

Так как всегда $\varkappa < 1$, то в начале движения $\bar{h}(1, \bar{t}) > \bar{h}(0, \bar{t})$. Уравнение (244) можно представить в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = q_0\left[\bar{t} - \frac{1-3\bar{x}^2}{6} + \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{n^2\pi^2}\cos n\pi\bar{x}\,e^{-n^2\pi^2\bar{t}}\right] \tag{245}$$

Отсюда имеем для $\bar{x}=1$ и $\bar{x}=0$

$$\bar{h}(1,\ \bar{t}) = q_0\left[\bar{t} + \frac{1}{3}\left(1 - \frac{6}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}e^{-n^2\pi^2\bar{t}}\right)\right], \tag{246}$$

$$\bar{h}(0,\ \bar{t}) = q_0\left\{\bar{t} - \frac{1}{6}\left[1 - \frac{12}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}e^{-n^2\pi^2\bar{t}}\right]\right\}. \tag{247}$$

Формулы (246) и (247) можно записать так:

$$h(L,\ t) = \frac{Q_0 t}{\delta L}\left[1 + \frac{1}{3\beta_0}(1-\varphi_2)\right], \tag{248}$$

$$h(0,\ t) = \frac{Q_0 t}{\delta L}\left[1 - \frac{1}{6\beta_0}(1-\varphi_3)\right], \tag{249}$$

где

$$1-\varphi_2=1-\frac{6}{\pi^2}\left(v+\frac{1}{4}v^4+\frac{1}{9}v^9+\ldots\right),$$

$$1-\varphi_3=1-\frac{12}{\pi^2}\left(v-\frac{1}{4}v^4+\frac{1}{9}v^9-\ldots\right)$$

при

$$v=e^{-\pi^2\beta_0},\ \beta_0=t/\tau,\ \tau=\delta L^2/kT.$$

Ниже приводятся значения $(1-\varphi_2)$ и $(1-\varphi_3)$ в зависимости от β_0. Из выражений (248) и (249) видно, что при длительной фильтрации подъем уровня грунтовых вод под каналом и посредине между каналами происходит линейно (в отношении времени t). Для больших β_0 имеем:

$$h(1,\ t)\approx\frac{Q_0}{\delta L}\left(t+\frac{\tau}{3}\right),\ h(0,\ t)\approx\frac{Q_0}{\delta L}\left(t-\frac{\tau}{6}\right).$$

Рассматриваемый процесс отличается от простого заполнения тем, что уровень грунтовых вод под каналом все время больше, чем при простом заполнении ($h=Q_0t/\delta L$), на постоянную величину $\Delta h_1=Q_0\tau/3\delta L$, то есть он как бы опережает обычное заполнение на 1/3 времени стабилизации, что понятно ввиду нарастания бугра грунтовых вод под каналом в начальный период. Уровень грунтовых вод посредине между каналами при длительной фильтрации тоже повышается линейно, но с запозданием на 1/6 времени стабилизации.

Сравнивая $h(1,\bar{t})$ и $h(0,\bar{t})$, можно заметить, при длительной фильтрации разность этих уровней постоянна и равна

$$h(1,\ \bar{t})-h(0,\ \bar{t})=\frac{1}{2}\tau\frac{Q_0}{\delta L}=\frac{Q_0L}{2kT},\qquad(250)$$

что в 2 раза меньше, чем разность уровней, подсчитанная по Дюпюи, так как если бы надо было определить Δh при постоянном расходе, то $Q_д=Q_0=\Delta hkT/L$.

Из полученных формул можно сделать некоторые выводы для случая низкого начального уровня грунтовых вод и свободной фильтрации из системы каналов.

Если каналы работают долгое время, то вначале уровень грунтовых вод медленно поднимается непосредственно под каналом, причем этот подъем может быть описан уравнением $h=2\bar{Q}_ф\sqrt{\bar{t}}/\sqrt{\pi kT\delta}$, что соответствует подъему грунтовых вод для одиночного канала.

Далее уровень грунтовых вод начинает подниматься между каналами. Это оказывает подпирающее действие и при $\bar{Q}_\Phi = \text{const}$ вызывает более быстрый подъем уровня грунтовых вод, который при длительной фильтрации становится линейным относительно времени.

При длительной фильтрации подъем уровня грунтовых вод под каналом может быть определен по формуле

$$h(1, t) = \frac{\bar{Q}_\Phi}{2L\delta}\left(t + \frac{\tau}{3}\right), \tag{251}$$

где $\bar{Q}_\Phi = 2Q_0$ — расход на фильтрацию из канала.

Из формулы (251) видно, что бугор грунтовых вод под каналом всегда выше среднего подъема, подсчитанного по суммарным потерям, на величину

$$\Delta h_1 = \frac{\bar{Q}_\Phi}{2L\delta}\,\frac{1}{3}\,\tau = \frac{\bar{Q}_\Phi L}{6kT}. \tag{252}$$

В то же время уровень грунтовых вод между каналами будет ниже среднего подъема на величину

$$\Delta h_2 = \frac{\bar{Q}_\Phi}{2L\delta}\,\frac{1}{6}\,\tau = \frac{\bar{Q}_\Phi L}{12kT}. \tag{253}$$

Превышение уровня грунтовых вод под каналом над уровнем грунтовых вод между каналами при длительной фильтрации остается приблизительно постоянным и равным

$$\Delta h_1 + \Delta h_2 = \bar{Q}_\Phi L/4kT, \tag{254}$$

что вдвое меньше подъема, подсчитанного по Дюпюи.

Точнее рассчитать динамику подъема уровня грунтовых вод можно по формулам (248), (249) с помощью таблицы 23, учитывая, что

$$\varphi_2^* = 1 + \frac{1}{3\beta_0}(1-\varphi_2) \quad \text{и} \quad \varphi_3^* = 1 - \frac{1}{6\beta_0}(1-\varphi_3).$$

В таблице даны также значения $\varphi_4 = \frac{1}{3}(1-\varphi_2) + \frac{1}{6}(1-\varphi_3)$, необходимые при определении превышения уровня грунтовых вод под каналом над уровнем грун-

23. Значения коэффициентов $(1-\varphi_2)$, $(1-\varphi_3)$, φ_2^*, φ_3^*, φ_4, $(\beta_{0+}, \beta_{0-})_1$, показывающих подъем уровня грунтовых вод при фильтрации из системы каналов при глубоком начальном уровне грунтовых вод в зависимости от β_0

β_0	Подъем уровня грунтовых вод под каналами		Подъем уровня грунтовых вод посредине между каналами		Превышение уровня грунтовых вод под каналами над уровнем грунтовых вод между каналами	Сравнение с линейным подъемом	
	$1-\varphi_2$	φ_2^*	$1-\varphi_3$	φ_3^*	φ_4	β_{0+}	β_{0-}
0	0	∞	0	0	0	0	0
0,01	0,309	11,300	0,060	0	0,113	0,113	0
0,02	0,419	7,990	0,120	0	0,160	0,160	0
0,03	0,497	6,520	0,180	0	0,196	0,196	0
0,04	0,558	5,640	0,240	0	0,226	0,226	0
0,05	0,607	5,040	0,290	0,007	0,252	0,252	0
0,06	0,650	4,620	0,355	0,014	0,276	0,277	0,001
0,07	0,686	4,270	0,410	0,024	0,297	0,299	0,002
0,08	0,718	3,993	0,463	0,037	0,316	0,319	0,003
0,09	0,746	3,762	0,511	0,054	0,333	0,338	0,005
0,10	0,771	3,570	0,554	0,076	0,349	0,357	0,008
0,15	0,861	2,914	0,725	0,194	0,408	0,437	0,029
0,20	0,915	2,525	0,830	0,308	0,443	0,505	0,062
0,25	0,948	2,265	0,896	0,402	0,465	0,566	0,101
0,30	0,969	2,077	0,938	0,479	0,479	0,623	0,144
0,35	0,981	1,934	0,962	0,542	0,487	0,677	0,190
0,40	0,988	1,824	0,977	0,593	0,492	0,729	0,237
0,45	0,993	1,736	0,986	0,635	0,495	0,781	0,286
0,50	0,996	1,664	0,991	0,669	0,497	0,832	0,335
0,60	0,998	1,555	0,997	0,723	0,498	0,932	0,434
0,70	0,999	1,476	0,999	0,762	0,499	1,033	0,534
0,80	1,000	1,417	1,000	0,791	0,500	1,133	0,633
0,90	1,000	1,371	1,000	0,815	0,500	1,233	0,733
1,00	1,000	1,333	1,000	0,833	0,500	1,333	0,833
1,20	1,000	1,278	1,000	0,861	0,500	1,533	1,033
1,40	1,000	1,238	1,000	0,881	0,500	1,733	1,233
1,60	1,000	1,209	1,000	0,896	0,500	1,933	1,433
1,80	1,000	1,185	1,000	0,908	0,500	2,133	1,633
2,00	1,000	1,167	1,000	0,917	0,500	2,333	1,833
2,50	1,000	1,134	1,000	0,933	0,500	2,833	2,333
3,00	1,000	1,111	1,000	0,944	0,500	3,333	2,833
3,50	1,000	1,095	1,000	0,952	0,500	3,833	3,333
4,00	1,000	1,083	1,000	0,958	0,500	4,333	3,833

товых вод посредине между каналами. Учитывая формулы (248) и (249), имеем:

$$h(1,\ t)-h(0,\ t)=\frac{Q_0\tau}{\delta L}\left[\frac{1}{3}(1-\varphi_2)+\frac{1}{6}(1-\varphi_3)\right]=\frac{Q_0\tau}{\delta L}\varphi_4. \tag{255}$$

При длительной фильтрации

$$\varphi_4=\frac{1}{3}(1-\varphi_2)+\frac{1}{6}(1-\varphi_3)\approx 0{,}5.$$

Кроме того, в таблице 23 даны коэффициенты сравнения с линейным подъемом

$$\beta_{0+}=\beta_0+\frac{1}{3}(1-\varphi_2),\ \beta_{0-}=\beta_0-\frac{1}{6}(1-\varphi_3),$$

найденные с учетом формул:

$$h(1,\ t)=\frac{Q_0L}{kT}\left[\beta_0+\frac{1}{3}(1-\varphi_2)\right], \tag{256}$$

$$h(0,\ t)=\frac{Q_0L}{kT}\left[\beta_0-\frac{1}{6}(1-\varphi_3)\right]. \tag{257}$$

При этом линейный подъем описывается соотношением

$$h=Q_0L\beta_0/kT. \tag{258}$$

Из таблицы 23 видно, что поток становится квазистационарным, следовательно подъем уровня грунтовых вод начинает линейно зависеть от времени приблизительно при $\beta_0\geqslant 1/2$, то есть при прохождении времени $t\geqslant\tau/2$ (половины времени стабилизации). Критерий времени стабилизации позволяет и в рассматриваемом случае сравнительно просто подойти к характеристике элементов неустановившегося режима фильтрации. Для иллюстрации динамики подъема поверхности грунтовых вод составлен рисунок 30, на котором нанесены значения $(1-\varphi_2)$, $(1-\varphi_3)$, φ_4, φ_2^*, φ_3^*, β_{0+}, β_{0-} в зависимости от относительного времени β_0.

Рекомендуемые количественные связи позволяют характеризовать водный режим прилегающих к каналам земель и в зависимости от требований, предъявляемых к их мелиоративному состоянию, назначать обеспечивающие их мероприятия.

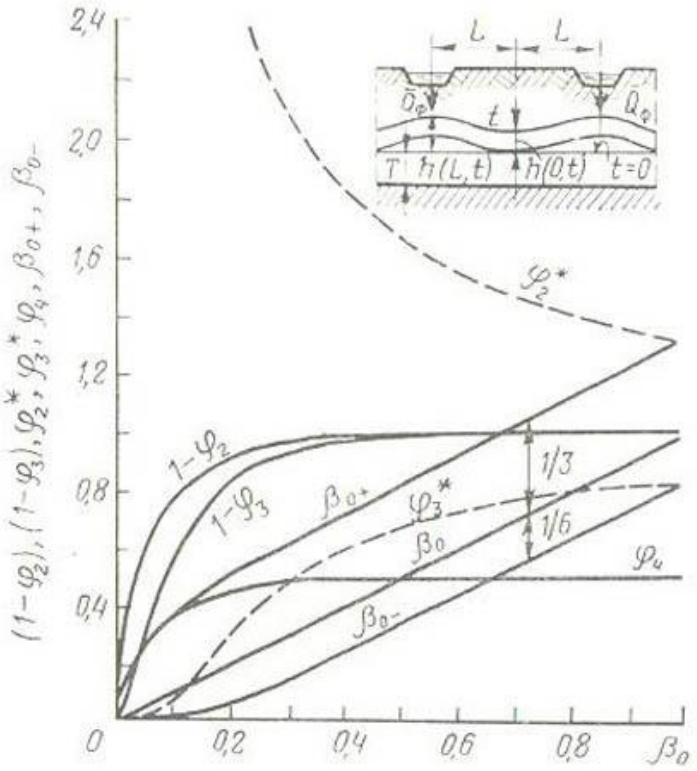


Рис. 30. Зависимости $(1-\varphi_2)$, $(1-\varphi_3)$, φ_2^*, φ_3^*, φ_4, β_{0+}, β_{0-} от β_0, характеризующие подъем уровня грунтовых вод при неустановившейся свободной фильтрации из системы каналов.

ПОТОКИ ГРУНТОВЫХ ВОД ОГРАНИЧЕННОЙ ДЛИНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ДРЕНАЖА

Рассмотрим динамику фильтрационных потерь и дренажного стока на оросительной системе, имеющей систематически расположенные в плане открытые или закрытые дрены, заложенные на одинаковой глубине. Учтем сжатие потока грунтовых вод и дополнительные потери при поступлении его в дрену введением в формулу Дюпюи коэффициента $\alpha<1$. При неустановившемся движении этот же коэффициент вводится в параметр времени стабилизации $\tau_\alpha=\delta L^2/kT\alpha$. Питание грунтовых вод принимаем в виде сосредоточенного при фильтрации из каналов и равномерного по пути движения потока грунтовых вод. В формулы для неустановившегося движения вводим поправку, учитывающую то, что за расчетное сечение принимается вместо вертикального сечения, проходящего через ось канала, смоченный периметр канала, из которого происходит фильтрация. Коэффициент $\beta<1$ вводится как в формулу для расхо-

да установившегося движения, так и в параметр времени стабилизации $\tau_\beta = \delta L^2/kT\beta$.

В практике возможны случаи несимметричного расположения каналов и дрен, что можно учесть коэффициентом $\lambda > 1$.

Ввиду возможности количественного учета висячести дрен и коллекторов, потерь на расширение и поворот фильтрационного потока, несимметричности расположения дрен будем рассматривать упрощенные схемы неустановившейся фильтрации при $\alpha = 1$; $\beta = 1$; $\lambda = 1$. Так же, как и для бесточных массивов, будем рассматривать условия подпертой и свободной фильтрации. Приблизительно можно принять в качестве граничного условия для случая подпертой фильтрации весьма быстрое увеличение напора в створе канала, соответствующее началу его работы. Это увеличение H_0 принимаем равным разности уровня воды в канале и уровня грунтовых вод в его створе до включения канала в работу. Когда уровень грунтовых вод находится глубоко, приближенно можно считать расход, поступающий из длительно действующего канала, постоянным. В качестве граничных условий в сечении дрен приближенно можно принимать постоянство напора.

По пути движения поток может пополняться потерями (частью их) из мелкой сети, а при высоком уровне грунтовых вод может расходоваться на испарение с их поверхности. При высоком уровне грунтовых вод необходимо учитывать изменчивость водоотдачи. Рассмотрим некоторые типичные схемы движения для потоков конечной длины при дренаже, изображенные на рисунке 31.

Фильтрационные потери и дренажный отток в условиях подпертой фильтрации (рис. 31, *а, б*). Задача состоит в отыскании решения уравнения (143)

$$\partial \bar{h}/\partial \bar{t} = \partial^2 \bar{h}/\partial \bar{x}^2$$

при следующих начальных и граничных условиях (для схемы рис. 31, *а*): $\bar{t} = 0$, $\bar{h} = 0$, $0 \leqslant \bar{x} \leqslant 1$; $\bar{t} > 0$, $\bar{h} = 1$ для $\bar{x} = 0$, $\bar{h} = 0$ для $\bar{x} = 1$, где $\bar{h} = h(x, t)/H_0$, $\bar{x} = x/L$, $\bar{t} = t/\tau$, $\tau = \delta L^2/kT$,

где h — подъем уровня грунтовых вод на расстоянии x от канала через время t после начала его работы; H_0 — максимальный подъем уровня грунтовых вод в створе канала; L — расстояние от канала до дрены; τ — время стабилизации; δ — свободная пористость;

k — коэффициент фильтрации; T — средняя мощность потока грунтовых вод.

Задачу можно решить двумя способами и получить ответы в виде различных рядов, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки.

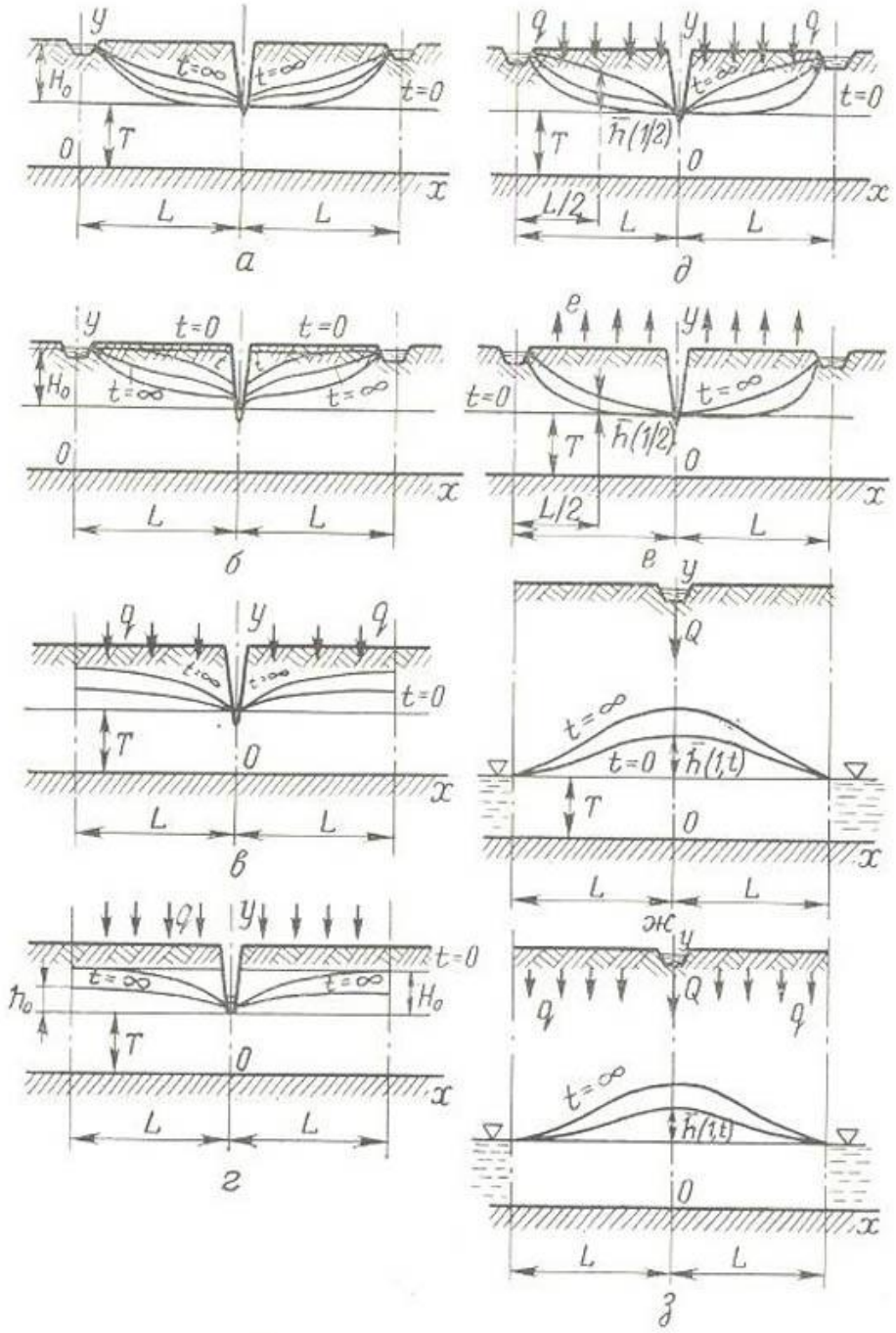


Рис. 31. Схемы к расчету неустановившейся фильтрации из системы каналов (поток ограниченной длины) при оттоке:
а—е — подпертая фильтрация; *ж, з* — свободная фильтрация.

Пользуясь методом операционного исчисления, решение можно получить в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{2n+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right] - \sum_{n=1}^{\infty}\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{2n-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]. \qquad (259)$$

В частности, $\bar{h}(0,\ \bar{t}) = 1$ при $\bar{x} = 0$; при $\bar{x} = 1$ все члены первой и второй сумм сокращаются, за исключением первого члена второй суммы, то есть $-\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]$; поэтому $\bar{h}(1, \bar{t}) = 0$.

Вычислим выражение для расхода в сечениях $\bar{x} = 0$ и $\bar{x} = 1$. Принимая

$$Q_x = -kT\ \frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{kTH_0}{L}\ \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}}$$

и беря $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}$ по формуле (259), получаем:

$$Q_x = \frac{kTH_0}{L}\ \frac{e^{-\bar{x}^2/4\bar{t}}}{\sqrt{\pi\bar{t}}}\left(1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2/\bar{t}} \operatorname{ch}\frac{n\bar{x}}{\bar{t}}\right). \qquad (260)$$

При $\bar{x} = 0$

$$Q_{\bar{x}=0} = \frac{kTH_0}{L}\ \frac{1}{\sqrt{\pi\bar{t}}}\ (1 + 2\nu + 2\nu^4 + \ \ldots) = \frac{kTH_0\Theta(K)}{L\sqrt{\pi\bar{t}}}, \qquad (261)$$

где $\Theta(K)$ — тэта-функция от полного эллиптического интеграла K, который находится из соотношения

$$\nu = e^{-1/\bar{t}} = e^{-\pi K'/K},\ K'/K = 1/\pi\bar{t}.$$

Известно, что $\Theta(K) = \sqrt{2K/\pi}$. Тогда при $\bar{t} \to 0$, учитывая, что $K'/K = 1/\pi\bar{t}$, $\varkappa \to 0$, $K \to \pi/2$, $\Theta(K) \to 1$. Следовательно, $Q_{\bar{x}=0,\ \bar{t}=0} \to \infty$, что и должно быть в силу принятого условия внезапного увеличения напора в сечении $\bar{x} = 0$. При $\bar{t} \to \infty$ имеем $\varkappa \to 1$, $\varkappa' \to 0$, $K' \approx \pi/2$,

$$K = \pi^2\bar{t}/2,\ \Theta(K) = \sqrt{\pi\bar{t}}.$$

Следовательно, по формуле (261)

$$Q_{(\bar{x}=0,\bar{t}=\infty)} = kTH_0/L = Q_д,$$

где $Q_д$ — расход, подсчитанный по формуле Дюпюи для стационарного режима.

Для $\bar{x}=1$ из формулы (260) имеем:

$$Q_{\bar{x}=1}=\frac{kTH_0}{L}\frac{1}{\sqrt{\pi\bar{t}}}\left(2v^{1/4}+2v^{9/4}+2v^{25/4}+\ldots\right)=$$

$$=\frac{kTH_0}{L}\frac{1}{\sqrt{\pi\bar{t}}}H_1(0), \qquad (262)$$

где $H_1(0)$ — тэта-функция, причем $v=e^{-1/\bar{t}}=e^{-\pi K/K'}$; известно, что $H_1(0)=H(K)=\sqrt{\varkappa}\Theta(K)$ ($\varkappa$ — модуль полного эллиптического интеграла K).

Так как $\varkappa\approx 0$, $K\approx\pi/2$, $\Theta(K)\approx 1$ при $\bar{t}\approx 0$, то

$$Q_{\bar{x}=1,\,\bar{t}=0}=\frac{kTH_0}{L}\frac{\sqrt{\varkappa}}{\sqrt{\pi\bar{t}}}\to 0,$$

где при раскрытии неопределенности $\sqrt{\varkappa}/\sqrt{\pi\bar{t}}=0:0$ принято

$$\sqrt{\varkappa}=2v^{1/4}=2\exp(-\bar{t}/4)$$

для $\varkappa^2\ll 0{,}5$, что дает:

$$\lim\left(\sqrt{\varkappa}/\sqrt{\pi\bar{t}}\right)_{\bar{t}\to 0}=0.$$

Так как $K'=\pi/2$, $\varkappa\to 1$, $K\approx\pi^2\bar{t}/2$, $\Theta(K)=\sqrt{\pi\bar{t}}$ при $\bar{t}\to\infty$, то $Q_{(\bar{x}=1;\,\bar{t}\to\infty)}=kTH_0/L=Q_д$.

Таким образом, расход изменяется в следующих пределах: в сечении $x=0$ (фильтрация из канала) от $Q=\infty$ для $t=0$ до $Q=Q_д$ при большом t; в сечении $x=1$ (дренажный отток) от $Q=0$ в начале движения до $Q=Q_д$ в конце.

Форма решения (261) отличается от зависимости, полученной ранее для весьма длинных потоков, коэффициентом $\Theta(K)$, учитывающим действие дренажа. Этот коэффициент изменяется в пределах от $\Theta(K)=1$ в начале движения до $\Theta(K)=\sqrt{\pi\bar{t}}$ в конце. В начале фильтрации дренаж не влияет на увеличение фильтрационного расхода, и фильтрация происходит, как из одиночного канала. С течением времени начинает сказываться действие дренажа, и расход на фильтрацию уменьшается не до нуля, как при длительной подпертой фильтрации из одиночного канала, а до расхода, подсчитанного по формуле Дюпюи для установившегося режима. Ряды (261) и (262) удобны для вычисления расходов при малых значениях $\bar{t}$. Для больших значений $\bar{t}$ представим их в ином виде.

Решение (259) можно получить, пользуясь методом Фурье, в иной форме:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\left(1-e^{-\pi^2 n^2 \bar{t}}\right)\sin \pi n\bar{x}. \qquad (263)$$

Учитывая разложение

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n} = \frac{\pi - x}{2}, \text{ или } 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin \pi n\bar{x}}{\pi n} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\pi}(\pi - \pi\bar{x}) = 1-\bar{x},$$

решение (263) можем записать в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = 1-\bar{x}-\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin \pi n\bar{x}e^{-\pi^2 n^2 \bar{t}}, \qquad (264)$$

где $\bar{h}(0, \bar{t}) = 1$ при $\bar{x}=0$, $\bar{h}(1,\ \bar{t}) = 0$ при $\bar{x}=1$. При $t=0$, учитывая разложение функции $(1-\bar{x})$ в ряд Фурье, получаем $\bar{h}(\bar{x}, 0) = 0$. При $t\to\infty$ имеем $\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = 1-\bar{x}$, то есть поверхность грунтовых вод при установившемся режиме в пределе принимается за наклонную плоскость.

Для достаточно длинных и плавно изменяющихся потоков, учитывая предложения Н. Е. Жуковского, можно рассматривать не фактические мощности (или глубины) потоков грунтовых вод, а изменения $\bar{h}$, вносимые возмущениями в существующий режим, что в значительной степени уменьшает неточность в определении $h+T$ при рассмотрении линейного уравнения.

Так как интересна только динамика расходов и уровней в определенных сечениях ($\bar{x}=0$, $\bar{x}=1$), то введем в расчет осредненную мощность потока грунтовых вод $T_{ср} = (T+T+H_0)/2 = T+H_0/2$, где H_0 — максимальное изменение напора. В результате этого неточность, вносимая рассмотрением линейного уравнения, уменьшается еще больше.

Для длинных потоков при малых колебаниях грунтовых вод (по сравнению с их мощностью) очертание поверхности грунтовых вод, описываемое параболой (по Дюпюи), мало отличается от линейного изменения напора.

Так, если считать, что начальная мощность потока грунтовых вод T, а наибольший подъем уровня грунтовых вод при длине потока L равен H_0, то, по Дюпюи, $y_1 = T\sqrt{1+\bar{x}\bar{H}_0(2+\bar{H}_0)}$, а при линейном изменении $y_2 = T(1+\bar{x}\bar{H}_0)$, при $\bar{H}_0 = H_0/T$, $\bar{x} = x/L$.

Тогда отклонение поверхности грунтовых вод, определенной по Дюпюи, от плоскости будет:

$$\Delta y = y_1 - y_2 = T[\sqrt{1+\bar{x}\bar{H}_0(2+\bar{H}_0)} - (1+\bar{x}\bar{H}_0)].$$

Найдем место наибольшего отклонения:

$$\frac{d(\Delta y)}{d\bar{x}} = \frac{\bar{H}_0(2+\bar{H}_0)}{2\sqrt{1+\bar{x}\bar{H}_0(2+\bar{H}_0)}} - \bar{H}_0 = 0,\ \bar{x} = \frac{1+\bar{H}_0/4}{1+\bar{H}_0/2}.$$

Наибольшее отклонение $\Delta\bar{y}$ равно

$$\Delta\bar{y}=\frac{\bar{H}_0^2}{8}\cdot\frac{1}{1+0{,}5\bar{H}_0}\,T.$$

При различных относительных колебаниях H_0/T наибольшие отклонения очертания поверхности грунтовых вод, определенной по Дюпюи, от линейного изменения напоров будут равны (отклонения выражены в долях T):

H_0/T . .	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\Delta\bar{y}/T$ . .	0,02500	0,01670	0,00980	0,00440	0,00119
H_0/T . .	0,05	0,02	0,01		
$\Delta\bar{y}/T$ . .	0,00031	0,00005	0,00001		

Отсюда следует, что даже для таких значительных и редко встречающихся в условиях орошаемых массивов колебаний уровня грунтовых вод, как $\bar{H}_0=0{,}5$, ошибка в определении уровня грунтовых вод от принятия линейного уравнения не превышает 3% начальной мощности потока. Для обычных же колебаний ($\bar{H}_0\approx$ $\approx 0{,}05...0{,}2$) она менее 0,5%.

Возвращаясь к поставленной задаче, определим расходы в сечении $\bar{x}=0$ (фильтрация из канала) и $\bar{x}=1$ (дренажный отток), пользуясь решением (264). Принимая

$$Q=-kT\,\frac{\partial h}{\partial x}=-\frac{kTH_0}{L}\,\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}},$$

берем по формуле (264) частную производную и находим ее значения при $\bar{x}=0$ и $\bar{x}=1$:

$$\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=-(1+2\nu\cos\pi\bar{x}+2\nu^4\cos 2\pi\bar{x}+\ \ldots),$$

$$\nu=e^{-\pi^2\bar{t}},\ \bar{t}=t/\tau.$$

Но выражение в скобках есть тэта-функция Якоби $\Theta_1(u)$ при $u=\bar{x}K$. Поэтому можно написать:

$$Q_x=\frac{kTH_0}{L}\,\Theta_1(\bar{x}K). \qquad (265)$$

При $\bar{x}=0$ имеем:

$$Q_{\bar{x}=0}=\frac{kTH_0}{L}\,\Theta_1(0)=\frac{kTH_0}{L}\,(1+2\nu+2\nu^4+\ \ldots), \qquad (266)$$

при $\bar{x}=1$ получаем:

$$Q_{\bar{x}=1}=\frac{kTH_0}{L}\,\Theta_1(K)=\frac{kTH_0}{L}\,(1-2\nu+2\nu^4-2\nu^9+\ \ldots), \qquad (267)$$

причем

$$\nu=e^{-\pi K'/K}=e^{-\pi^2\bar{t}},\ K'/K=\pi\bar{t}.$$

Обозначая как коэффициенты расходов ψ_0 и ψ_1 значения тэта-функций $\psi_0=\Theta_1(0)$ и $\psi_1=\Theta_1(K)$, получаем фильтрационный расход из канала в обе стороны:

$$Q=\frac{2kTH_0}{L}\psi_0=Q_0\psi_0, \tag{268}$$

дренажный расход

$$Q_{др}=\frac{2kTH_0}{L}\psi_1=Q_0\psi_1. \tag{269}$$

В формулах (268) и (269) коэффициенты ψ_0 и ψ_1 отражают влияние продолжительности работы канала и показывают, насколько в любой момент времени отличаются расход на фильтрацию из канала и дренажный отток от расхода установившегося течения.

Для вычисления коэффициентов ψ_0 и ψ_1 можно воспользоваться непосредственно рядами формул (266) и (267), которые быстро сходятся при $\bar{t}=\beta_0>0{,}2$.

При $\bar{t}<0{,}2$ лучше пользоваться ранее выведенными формулами (261) и (262). Те же самые выражения можно получить и непосредственно из формул (266) и (267), если преобразовать тэта-функции. Действительно, для $|1-\nu|\ll 1\,[\nu=\exp(-\pi^2\bar{t})]$ разложение тэта-функций производят по степеням $\nu'=\exp(-\pi K/K')=\exp(-1/\bar{t})$, что дает, например, для функции

$$\Theta_1(K)=\Theta(0)=\sqrt{K/K'}\,(2\nu'^{1/4}+2\nu'^{9/4}+\ \ldots)=\frac{2}{\sqrt{\pi\bar{t}}}\times$$
$$\times\,(\nu'^{1/4}+\nu'^{9/4}+\ \ldots).$$

Этот ряд быстро сходится при $\bar{t}<0{,}2$. Для вычисления ψ_0 можно воспользоваться равенством $\psi_0=\psi_1+4(\nu+\nu^9+\nu^{25}+\ \ldots)$.

В таблице 24 приведены значения коэффициентов расходов для различных моментов времени, вычисленные по формулам (268)...(274). По данным этой таблицы построены графики (рис. 32).

Фильтрационный расход уменьшается довольно резко (рис. 32), и уже при $\beta_0=0{,}08$ расход при неустановившемся движении только вдвое больше расхода при установившемся движении Q_0, а при $\beta_0=0{,}3$ он превышает Q_0 только на 10%. Дренажный отток, отсутствовавший в начале движения, становится практически заметным при $\beta_0=0{,}04$ (1% от Q_0), а при $\beta_0=0{,}3$ составляет уже 90% установившегося расхода. Можно сказать, что при $\beta_0=0{,}3$ как фильтрационный расход из

24. Значения коэффициентов ψ_0, ψ_1, γ_0, γ_1, γ, η_0, η_1, вычисленных по формулам (268)...(274)

$\beta_0 = t/\tau$	ψ_0	ψ_1	γ_0	$1-\gamma_0$	γ_1	$1-\gamma_1$	$\overline{\gamma}$	$1-\overline{\gamma}$	η_0	η_1
0	∞	0	1,0000	0	1,0000	0	1,0000	0	∞	0
0,01	5,6200	0	0,6910	0,3090	0,9400	0,0600	0,7770	0,2230	11,400	0
0,02	3,9900	0,00003	0,5810	0,4190	0,8800	0,1200	0,6810	0,3190	7,980	0
0,04	2,8200	0,01100	0,4420	0,5580	0,7600	0,2400	0,5480	0,4520	5,640	0,001
0,06	2,3000	0,07100	0,3500	0,6500	0,6450	0,3550	0,4480	0,5520	4,610	0,013
0,08	1,9930	0,17700	0,2820	0,7180	0,5370	0,4630	0,3670	0,6330	3,990	0,036
0,10	1,7830	0,29400	0,2290	0,7710	0,4460	0,5540	0,3010	0,6990	3,570	0,076
0,15	1,4590	0,55100	0,1390	0,8610	0,2750	0,7250	0,1850	0,8150	2,910	0,193
0,20	1,2810	0,72100	0,0850	0,9150	0,1700	0,8300	0,1130	0,8870	2,530	0,308
0,25	1,1690	0,83100	0,0520	0,9480	0,1040	0,8960	0,0690	0,9310	2,260	0,402
0,30	1,1030	0,89700	0,0310	0,9690	0,0620	0,9380	0,0410	0,9590	2,080	0,478
0,35	1,0630	0,93700	0,0190	0,9810	0,0380	0,9620	0,0250	0,9750	1,930	0,542
0,40	1,0390	0,96100	0,0120	0,9880	0,0230	0,9770	0,0160	0,9840	1,820	0,593
0,45	1,0240	0,97600	0,0072	0,9928	0,0143	0,9857	0,0096	0,9904	1,740	0,635
0,50	1,0140	0,98600	0,0044	0,9956	0,0087	0,9913	0,0058	0,9942	1,660	0,669
0,60	1,0050	0,99500	0,0016	0,9984	0,0033	0,9967	0,0022	0,9978	1,550	0,723
0,70	1,0020	0,99800	0,0006	0,9994	0,0012	0,9988	0,0008	0,9992	1,480	0,762
0,80	1,0007	0,99930	0,0002	0,9998	0,0004	0,9996	0,0003	0,9997	1,420	0,791
0,90	1,0003	0,99970	0,0001	0,9999	0,0002	0,9998	0,0001	0,9999	1,370	0,815
1,00	1,0001	0,99990	0	1,0	0,0001	0,9999	0	1,0	1,330	0,833
2,00	1,0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,167	0,917
5,00	1,0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,067	0,967
10,00	1,0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,033	0,983
20,00	1,0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,017	0,992
∞	1,0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	1,000	1,000

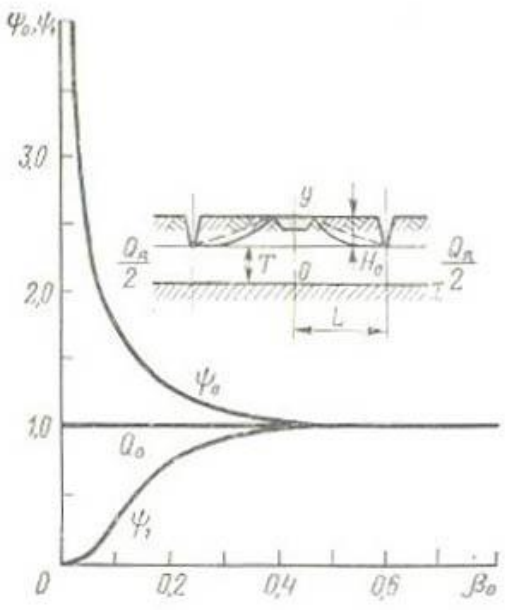


Рис. 32. Зависимость ψ_0 и ψ_1 от β_0 при подпертой фильтрации из канала и дренаже.

канала, так и дренажный отток приближаются к установившемуся расходу (первый больше Q_0 на 10%, второй меньше Q_0 на 10%), а при $\beta_0=0{,}55$ они практически равны ему. Следовательно, в отношении расходов неустановившийся поток приходит к стационарному состоянию за время $\beta_0=0{,}3...0{,}55$.

Весьма характерна кривая изменения дренажного оттока: вначале нарастание оттока идет медленно, затем в интервале $0{,}07<\beta_0<0{,}17$ происходит наибольший рост и далее отток плавно приближается к своему установившемуся значению. Именно такой характер носят кривые дренажного оттока, построенные по данным лабораторных опытов.

Для суммарных объемов воды, поступающих в грунтовые воды и стекающих в дренаж, пользуясь формулой (266), находим:

$$W_0=Q_0\int_0^t\psi_0dt=Q_0\int_0^t(1+2v+2v^4+\ \ldots)dt=$$

$$=Q_0\left[t+\ \frac{1}{3}\ \tau(1-\gamma_0)\right]. \qquad (270)$$

Здесь $1-\gamma_0=1-\frac{6}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}\,e^{-n^2\pi^2\bar{t}}$, так как $\pi^2/6=$

$=1+{}^1/_4+{}^1/_9+\ \ldots+{}^1/_{n^2}+\ \ldots$

Производя аналогичные выкладки для объема дренажного стока $W_д$, получаем:

$$W_д=Q_0\left[t-\ \frac{1}{6}\ \tau(1-\gamma_1)\right], \qquad (271)$$

где

$$1-\gamma_1=1-\frac{12}{\pi^2}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^2}\ e^{-n^2\pi^2\bar{t}}.$$

Объем воды, поступивший за время t на пополнение грунтовых вод, найдется как разность $W_0 - W_д$.

$$\overline{W} = Q_0 \frac{1}{2} \tau (1 - \bar{\gamma}) = H_0 \delta L (1 - \bar{\gamma}), \qquad (272)$$

где

$$1 - \bar{\gamma} = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n\ 1,3,5\ldots}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-n^2 \pi^2 \bar{t}}.$$

Рассмотрим предельный случай ($t \to \infty$). Так как $\gamma_0 = 0$ и $\gamma_1 = 0$ при $t = \infty$, то $W_0 = Q_0 (t + \tau/3)$, $W_д = Q_0 (t - \tau/6)$ и, следовательно, $\overline{W} = W_0 - W_д = Q_0 \tau/2 = H_0 \delta L$.

Это непосредственно вытекает также из формулы (272), так как $\bar{\gamma} = 0$ при $\bar{t} \to \infty$.

Сравним теперь значения W_0, $W_д$, $\overline{W}$:

$$W_0 = Q_0 \left[t + \frac{1}{3} \tau (1 - \gamma_0) \right],$$

$$W_д = Q_0 \left[t - \frac{1}{6} \tau (1 - \gamma_1) \right],$$

$$\overline{W} = Q_0 \frac{1}{2} \tau (1 - \bar{\gamma}).$$

Коэффициенты γ_0, γ_1, $\bar{\gamma}$ имеют предельные значения: $\gamma_0 = 1$, $\gamma_1 = 1$, $\bar{\gamma} = 1$ при $\bar{t} = 0$ и $\gamma_0 = 0$, $\gamma_1 = 0$, $\bar{\gamma} = 0$ при $\bar{t} = \infty$; промежуточные значения коэффициентов γ_0, γ_1, $\bar{\gamma}$ помещены в таблице 24, где даны также значения $(1 - \gamma_0)$, $(1 - \gamma_1)$, $(1 - \bar{\gamma})$.

Если суммарные потери из канала считают для установившегося движения, то надо принимать $W_0 = W_д = Q_0 t$. Отсюда следует, что первые члены в формулах (270) и (271) показывают суммарные потери и суммарный сток при установившемся режиме, а вторые члены отражают влияние неустановившегося характера движения.

В формуле (270) положительный член $+ Q_0 \frac{1}{3} \tau (1 - \gamma_0)$ показывает, что для рассматриваемых условий объем поступившей в грунт воды всегда больше при неустановившейся фильтрации из канала, чем при установившейся. Отрицательный член $- Q_0 \frac{1}{6} \tau (1 - \gamma_1)$ в формуле (271) подтверждает то, что фактический суммарный

дренажный отток при неустановившемся движении всегда меньше суммарного оттока, определенного по формулам установившегося режима. Величина $Q_0 \frac{1}{2} \tau(1-\bar{\gamma})$ — это объем фильтрационных вод, идущий на подъем грунтовых вод. Учитывая вышеизложенное, можно записать, что объем воды, идущий на пополнение грунтовых вод за счет усиленной фильтрации из канала при неустановившемся движении, равен

$$Q_0 \frac{1}{3} \tau(1-\gamma_0) = \frac{2}{3} \delta L H_0 (1-\gamma_0).$$

Сбъем воды, задерживающийся в грунтовом потоке за счет отставания дренажного оттока, составляет:

$$Q_0 \frac{1}{6} \tau(1-\bar{\gamma}_1) = \frac{1}{3} \delta L H_0 (1-\bar{\gamma}_1).$$

Объем воды, идущий на пополнение грунтовых вод и повышение их уровня, равен

$$Q_0 \frac{1}{2} \tau(1-\bar{\gamma}) = \delta L H_0 (1-\bar{\gamma}).$$

Значение $\delta L H_0$ — это максимально возможный для заполнения свободный от воды объем пор грунта от начального до конечного положения уровня грунтовых вод. Отсюда следует вывод, что при длительной работе канала ($t \to \infty$) объем воды, поступивший в грунтовые воды, больше, чем подсчитанный при установившемся режиме, на $^2/_3$ увеличения запаса грунтовых вод, а суммарный дренажный отток меньше, чем суммарный подземный отток, подсчитанный для установившегося режима фильтрации на $^1/_3$ увеличения запаса грунтовых вод.

При рассмотрении изменения коэффициента $1-\bar{\gamma}$ можно сделать вывод (табл. 24): повышение уровня грунтовых вод и увеличение их запасов происходят довольно резко в начале работы канала. Так, 90%-ное пополнение запаса грунтовых вод наступает при $\beta_0 \approx 0{,}21$, то есть даже раньше, чем устанавливаются расходы ($\beta_0 \approx 0{,}3$).

Практически полностью (99%) грунтовые воды поднимаются при $\beta_0 \approx 0{,}45$. Отсюда следует, что при устройстве дренажа надо учитывать инерционность бассейна грунтовых вод и то, что основной подъем грун-

товых вод происходит вскоре после начала работы канала, тогда как работа дренажа по отводу грунтовых вод отстает от поступления фильтрационных вод из канала.

Формулы (270) и (271) можно представить также в виде

$$W_0 = Q_0 t \left[1 + \frac{\tau}{t} \frac{1}{3} (1 - \gamma_0) \right] = Q_0 t \eta_0, \qquad (273)$$

$$W_д = Q_0 t \left[1 - \frac{\tau}{t} \frac{1}{6} (1 - \gamma_1) \right] = Q_0 t \eta_1, \qquad (274)$$

где коэффициенты η_0 и η_1 показывают соответственно, насколько суммарные потери на фильтрацию больше, а суммарный дренажный отток меньше соответствующих объемов воды $Q_0 t$, подсчитанных при установившемся режиме.

На рисунке 33 изображены зависимости этих коэффициентов от времени, показывающие, что продолжительное время после начала работы канала суммарные потери превышают, а суммарный сток не достигает соответствующих объемов воды, определенных из условия установившегося режима ($Q_0 t$). Значения W_0 и $W_д$ приближаются к объемам $Q_0 t$ (с точностью 10%) лишь при $\beta_0 > 2$. До этого момента суммарные потери превышают $Q_0 t$, а суммарный сток не достигает своих наибольших значений.

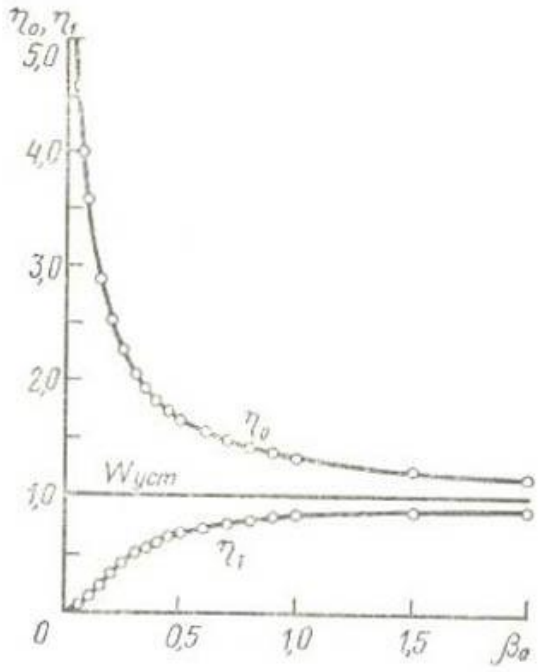


Рис. 33. Зависимость η_0 и η_1 от β_0 при подпертой фильтрации из канала и оттоке.

Разобранный случай динамики грунтовых вод дренированной системы показывает те изменения, которые будут вызваны включением каналов в работу при существующем обеспеченном подземном оттоке. За начальный уровень грунтовых вод был принят уровень, соответствующий их стационарному положению, явившемуся результатом действия подземного оттока.

Иногда необходимо

также решить обратную задачу, то есть рассчитать работу дренажа на существующей оросительной системе. Покажем, что для этого случая может быть использовано полученное решение.

Найдем те изменения, которые вызывает действие дренажа в существующем режиме грунтовых вод (рис. 31, *б*). При этом питание грунтовых вод будем считать сосредоточенным и происходящим в результате фильтрационных потерь из постоянно действующих каналов.

Тогда необходимо решить уравнение (143) для следующих граничных и начальных условий (начало координат перенесено в створ дрены): $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$; $\bar{x}=0$, $\bar{t}>0$, $\bar{h}=1$; $\bar{x}=1$, $\bar{t}>0$, $\bar{h}=0$. Причем под $\bar{h}$ понимаем уже не подъем уровня грунтовых вод, как это делали раньше, а понижения, вызываемые действием дренажа.

Решение задачи имеет вид:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = 1-\bar{x}-\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin \pi n x e^{-\pi^2 n^2 \bar{t}}. \qquad (275)$$

Учитывая ранее приведенные решения уравнений (268) и (269), получаем:

расход дренажа

$$Q_{\text{д}} = \frac{2kTH_0}{L}\psi_0 = Q_0\psi_0, \qquad (276)$$

расход на фильтрацию из каналов

$$Q = \frac{2kTH_0}{L}\psi_1 = Q_0\psi_1, \qquad (277)$$

где ψ_0 и ψ_1 — ранее определенные коэффициенты.

Из выражений (276)...(277) и ранее приведенных зависимостей для ψ_0 и ψ_1 следует, что дренажный расход изменяется от весьма большого значения в начале его устройства до установившегося значения Q_0 при длительной работе. Фильтрационные потери, наоборот, сначала медленно, затем быстрее, далее снова медленно возрастают, достигая установившегося значения Q_0.

Коэффициенты ψ_0 и ψ_1 в рассматриваемой задаче поменялись местами по сравнению с предыдущей, поэтому динамика подземного оттока описывается коэффициентом ψ_0, а потерь — коэффициентом ψ_1. Дренажный отток ψ_0 уменьшается резко и почти достигает

своего установившегося значения при $\beta_0 \approx 0{,}3...0{,}4$ (рис. 32). Следует отметить, что фильтрационные потери ψ_1 не сразу реагируют на устройство дренажа (при $\beta_0 > 0{,}05$), но их увеличение уже при $\beta_0 = 0{,}3$ составляет 90% подземного оттока. Стационарный режим достигается приблизительно при $\beta_0 \approx 0{,}5$. Этот вывод имеет практическое значение для определения сроков эффективного действия построенного дренажа.

Используя ранее полученные результаты в отношении объемов отведенной воды, можем написать: суммарный объем воды, отведенной дренажем,

$$W_д = Q_0 \left[t + \frac{\tau}{3} (1 - \gamma_0) \right]; \qquad (278)$$

суммарный объем дополнительных потерь из каналов, вызванных устройством дренажа,

$$W_0 = Q_0 \left[t - \frac{\tau}{6} (1 - \gamma_1) \right]; \qquad (279)$$

суммарный объем уменьшения запасов грунтовых вод

$$\overline{W} = W_д - W_0 = Q_0 \frac{\tau}{2} = H_0 \delta L (1 - \overline{\gamma}), \qquad (280)$$

где $1-\gamma_0$, $1-\gamma_1$, $1-\overline{\gamma}$ определяются по таблице 24.

Член $\frac{1}{3} Q_0 \tau (1 - \gamma_0)$ в формуле (278) показывает, что суммарный дренажный отток всегда больше, чем подсчитанный для установившегося движения ($Q_0 t$), а отрицательный член $-\frac{1}{6} Q_0 \tau (1 - \gamma_1)$ в формуле (279) подтверждает, что увеличение фильтрационных потерь всегда меньше этой величины, подсчитанной для стационарного режима ($Q_0 t$). Выражение $H_0 \delta L (1 - \overline{\gamma})$ — это суммарный объем уменьшения запасов грунтовых вод. При длительной работе дренажа объем дренажного оттока состоит из объема, подсчитанного для стационарного режима, плюс $^2/_3$ объема изменения запасов грунтовых вод; суммарные потери из каналов состоят из объема, подсчитанного для стационарного режима, за вычетом $^1/_3$ уменьшения запасов грунтовых вод.

Динамика дренажного оттока и уровня грунтовых вод при их питании по пути движения (рис. 31, *в*). Определим, как будут изменяться дренажный отток и уровень грунтовых вод для случая инфильтрационного пи-

тания грунтовых вод. Для этого необходимо решить уравнение (135)

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \bar{h}}{\partial \bar{x}^2} + \eta, \quad \eta = \frac{qL^2}{kTH_0}.$$

при следующих условиях: $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$; $\bar{x}=0$, $\bar{t}>0$, $\bar{h}=0$; $\bar{x}=1$, $\bar{t}>0$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$.

Приняв новое переменное $h^*=\bar{h}-\eta\bar{t}$, уравнение (135) запишем в виде формулы (136):

$$\partial h^*/\partial \bar{t} = \partial^2 h^*/\partial \bar{x}^2.$$

Тогда начальные и граничные условия примут вид: $\bar{t}=0$, $h^*=0$; $\bar{x}=0$, $h^*=-\eta\bar{t}$; $\bar{x}=1$, $\partial h^*/\partial\bar{x}=0$, то есть задача сводится к отысканию h^* при линейном подъеме уровня грунтовых вод на одной из границ потока без питания по пути. После этого функция изменения напора $\bar{h}$ найдется прибавлением $\eta\bar{t}$ к найденной функции h^*: $\bar{h}=h^*+\eta\bar{t}$.

Для того чтобы воспользоваться указанным свойством, надо решить задачу для линейного возрастания напоров на одной из границ потока. Вначале рассмотрим случай, когда при $\bar{x}=0$ $\bar{h}=0$, то есть происходит сток, тогда как при $\bar{x}=1$ $\bar{h}=b\bar{t}$, то есть происходит линейный подъем уровня грунтовых вод. Будем искать решение уравнения (143) при условиях: $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$, $-1<\bar{x}<+1$; $\bar{x}=0$, $\bar{t}>0$, $\bar{h}=0$; $\bar{x}=1$; $\bar{t}>0$, $\bar{h}=b\bar{t}$ в виде ряда Фурье

$$\bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin(\pi n \bar{x}),$$

где

$$T_n(t) = 2\int_0^1 \bar{h}(\bar{x}, \bar{t}) \sin(\pi n \bar{x})\, d\bar{x}.$$

Интегрируя выражение для T_n по частям, получаем:

$$\frac{T_n}{2} = \left[-\frac{\bar{h}(\bar{x}, \bar{t})}{\pi n}\cos(\pi n\bar{x})\right]_{\bar{x}=0}^{\bar{x}=1} + \left[\frac{1}{\pi^2 n^2}\frac{\partial\bar{h}(\bar{x}, \bar{t})}{\partial\bar{x}}\sin(\pi n\bar{x})\right]_{\bar{x}=0}^{\bar{x}=1} - \frac{1}{\pi^2 n}\int_0^1 \frac{\partial^2\bar{h}}{\partial\bar{x}^2}\sin(\pi n\bar{x})\, d\bar{x}.$$

Но $\bar{h}=b\bar{t}$, $\cos\pi n=(-1)^n=-(-1)^{n+1}$ при $\bar{x}=1$; $\bar{h}=0$ при $\bar{x}=0$, отчего первый член дает $+b\bar{t}(-1)^{n+1}/\pi n$; второй член равен нулю ($\sin\pi n=0$).

Учитывая формулу (143), имеем:

$$\frac{T_n}{2}=\frac{b\bar{t}(-1)^{n+1}}{\pi n}-\frac{1}{\pi^2n^2}\int_0^1\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}\sin(\pi n\bar{x})\,d\bar{x}.$$

Дифференцируя выражение для T_n, имеем:

$$T_n'=2\int_0^1\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}\sin(\pi n\bar{x})\,d\bar{x}.$$

Отсюда получим соотношение:

$$\frac{T_n}{2}=\frac{b\bar{t}(-1)^{n+1}}{\pi n}-\frac{T_n'}{2\pi^2n^2},\text{ или }T_n'+\pi^2n^2T=2\pi nb\bar{t}(-1)^{n+1}.$$

Решение этого линейного уравнения представим так

$$T=e^{-a\bar{t}}[\int 2\pi nb\bar{t}(-1)^{n+1}e^{a\bar{t}}\,d\bar{t}+C]=$$
$$=\frac{2\pi nb}{a^2}(-1)^{n+1}(a\bar{t}-1)+Ce^{-a\bar{t}}.$$

Для определения постоянной C воспользуемся начальным условием $\bar{h}(\bar{x},0)=0$, в соответствии с которым $T_n(0)=0$ (так как $\sin\pi n\bar{x}\neq0$ для любого $\bar{x}$). Из этого условия находим:

$$C=\frac{2\pi nb}{a^2}(-1)^{n+1},\ T_n=\frac{2b}{\pi^3n^3}(-1)^{n+1}\left(\pi^2n^2\bar{t}-1+e^{-\pi^2n^2\bar{t}}\right)$$

Подставляя в исходный ряд Фурье выражение для T_n, получаем:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2b(-1)^{n+1}}{\pi^3n^3}\left(\pi^2n^2\bar{t}-1+e^{-\pi^2n^2\bar{t}}\right)\sin(\pi n\bar{x}).\quad(281)$$

Выражение (281), учитывая разложения в ряд Фурье,

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin\varkappa x}{\varkappa}=\frac{x}{2},\quad\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin\varkappa x}{\varkappa^3}=\frac{\pi^2x-x^3}{12},$$

может быть представлено в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=b\left[\bar{t}\bar{x}-\frac{x}{6}(1-\bar{x}^2)+\frac{2}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\frac{1}{n^3}\sin(\pi n\bar{x})e^{-\pi^2n^2\bar{t}}\right].\qquad(282)$$

Теперь приведем решение задачи, когда при линейном возрастании напора в сечении $\bar{x}=1$ оттока в сечении $\bar{x}=0$ нет, то есть $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$; $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$; $\bar{x}=0$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$; $\bar{x}=1$, $\bar{h}=b\bar{t}$.

Эта задача решена А. В. Лыковым (1952) методом операционного исчисления и в обозначениях настоящего изложения имеет вид:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=b\left\{\bar{t}-\frac{1-\bar{x}^2}{2}+\frac{16}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^3}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\cos\frac{(2n-1)\pi\bar{x}}{2}\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\},\qquad(283)$$

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=b\bar{x}-\frac{8}{\pi^2}b\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2}\sin\frac{(2n-1)\pi\bar{x}}{2}\cdot$$

$$\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right].\qquad(284)$$

Проверка дает $\bar{h}=b\bar{t}$ при $\bar{x}=1$ и $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$ при $\bar{x}=0$.

Не останавливаясь подробно на решениях уравнений (281)...(284), так как они имеют вспомогательное значение (для решения задач с инфильтрацией и испарением), все же отметим некоторые их особенности.

При линейном возрастании напора в створе каналов и наличии дренажа посредине между ними выражение для расхода дренажа можно получить, определяя $(\partial\bar{h}/\partial\bar{x})_{x=1}$ по формуле (282), в виде

$$Q_{\text{д}}=\frac{2kTH_0}{L}\frac{bt}{\tau}\left\{1-\frac{1}{6\beta_0}\left[1-\frac{12}{\pi^2}\left(1-\frac{1}{4}\nu^4+\frac{1}{9}\nu^9-\ldots\right)\right]\right\}=$$

$$=\frac{2kTh_1}{L}\left[1-\frac{1}{6\beta_0}(1-\gamma_1)\right],\qquad(285)$$

где h_1 — уровень грунтовых вод в сечении $\bar{x}=1$ (величина переменная и, так как было принято $\bar{h}_1=b\bar{t}$, равная $h_1=H_0b\bar{t}$); $\nu=e^{-\pi^2\beta_0}$; $(1-\gamma_1)$ — ранее определенный коэффициент (см. табл. 24), зависящий только от относительного времени $\beta_0=t/\tau$ и меняющийся от 0 при $\beta_0=0$ до 1 при $\beta_0\approx\infty$.

Формула (285) показывает, что расход дренажа при линейном подъеме уровня грунтовых вод всегда меньше рассчитанного по Дюпюи для стационарного потока.

При линейном возрастании напора в области кана-

лов и наличии дренажа расход в створе канала всегда больше рассчитанного по Дюпюи и равен

$$Q_\Phi = \frac{2kTh_1}{L}\left[1+\frac{1}{3\beta_0}(1-\gamma_0)\right], \qquad (286)$$

где $(1-\gamma_0)$ — коэффициент, величины которого приведены в таблице 24.

При линейном возрастании напоров в области каналов и отсутствии дренажа [решения (283)...(284)] расход, отводящийся потоком в створе канала, по формуле (284) равен

$$Q_\Phi = \frac{2kTH_0b}{L}\left[1-\frac{8}{\pi^2}\left(\nu^{1/4}+\frac{1}{9}\nu^{9/4}+\frac{1}{25}\nu^{25/4}+\ldots\right)\right], \qquad (287)$$

где $\nu = e^{-\pi^2\beta_0}$.

Имея в виду, что $H_0b = h_1/\bar{t} = (h_1/t)(\delta L^2/kT)$, получаем:

$$Q_\Phi = \frac{2\delta L h_1}{t}(1-\bar{\gamma}), \qquad (288)$$

где $(1-\bar{\gamma})$ определяется по формуле (272) или по таблице 24. При $\beta_0=0$ $(1-\bar{\gamma})=0$ и $Q_\Phi=0$. При $\beta_0=\infty$ $(1-\bar{\gamma})=1$, то есть происходит расходование притока на простое заполнение свободной порозности во всем объеме между каналами, и расход постоянен:

$$Q_\Phi = 2kTH_0b/L = \text{const} \quad \text{при} \quad \beta_0 \to \infty.$$

Уровень грунтовых вод посредине между каналами при отсутствии дренажа и линейном возрастании напора в зоне каналов может быть определен по формуле (283) при $x=0$, что дает

$$\bar{h}(0,\bar{t}) = b\left\{\bar{t}-\frac{1}{2}\left[1-\frac{32}{\pi^3}\left(\nu^{1/4}-\frac{1}{27}\nu^{9/4}+\frac{1}{125}\nu^{25/4}-\ldots\right)\right]\right\} = b\left[\beta_0-\frac{1}{2}(1-\varphi_1)\right], \qquad (289)$$

где $\nu = e^{-\pi^2\beta_0}$; $\beta_0 = t/\tau$; коэффициент $(1-\varphi_1)$ приведен в таблице 22.

Разность уровней в створе каналов и посредине между ними равна

$$\Delta h = h_{(L,t)} - h_{(0,t)} = \frac{bH_0}{2}(1-\varphi_1) = \frac{h_1}{t}\,\frac{\delta L^2}{kT}\,\frac{1}{2}(1-\varphi_1), \qquad (290)$$

что при $\beta_0 \to \infty$ дает постоянную величину $\Delta h = bH_0/2$. Скорость подъема уровня грунтовых вод посредине между каналами равна скорости его подъема в створе канала $\partial\bar{h}/\partial\bar{t} = b$. Такое движение иногда называется квазистационарным.

Возвращаясь к решению поставленной задачи об определении динамики грунтовых вод при наличии дренажа и равномерного питания грунтовых вод по пути их движения (рис. 31, *в*) и вводя новую переменную $h^*=\bar{h}-\eta\bar{t}$, задачу сводим к решению уравнения (136) при условиях: $\bar{t}=0$, $h^*=0$; $\bar{x}=0$, $h^*=-\eta\bar{t}$; $\bar{x}=1$, $\partial h^*/\partial\bar{x}=0$.

Эта задача соответствует приведенному выше решению для линейного изменения напора на одной из границ потока при отсутствии оттока на другой границе. Так как линейное возрастание напора $\bar{h}=b\bar{t}$ принималось в сечении $\bar{x}=1$, то, перенеся начало координат и приняв $b=-\eta$, получим решение уравнения (136) из формулы (283) в виде

$$h^*(\bar{x},\ \bar{t})=-\eta\left\{\bar{t}-\frac{1-(1-\bar{x})^2}{2}+\frac{16}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^3}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\cos(2n-1)\frac{\pi}{2}(1-\bar{x})\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\}.$$

Учитывая, что $\bar{h}=h^*+\eta\bar{t}$, имеем решение поставленной задачи

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=\eta\left\{\bar{x}\left(1-\frac{\bar{x}}{2}\right)-\frac{16}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}\sin\frac{(2n-1)\pi\bar{x}}{2}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\}. \qquad (291)$$

Действительно, $\bar{h}=0$ при $\bar{x}=0$; при $\bar{t}=0$, если учитывать разложение в ряд Фурье

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^3}=\frac{\pi^2x-\pi x^2}{8},$$

получим:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(2n-1)\dfrac{\pi\bar{x}}{2}}{(2n-1)^3}=\frac{\pi^3\bar{x}(1-\bar{x}/2)}{16},$$

откуда $\bar{h}=0$ при $\bar{t}=0$.

Определим подъем уровня грунтовых вод при $\bar{x}=1$ из формулы (291):

$$\bar{h}(1,\ \bar{t})=\frac{\eta}{2}\left\{1-\frac{32}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1)^2\pi^2}{4}\beta_0\right]\right\}=\frac{\eta}{2}(1-\varphi_1), \qquad (292)$$

где коэффициент $(1-\varphi_1)$ приведен в таблице 22.

При $h=\bar{h}H_0$, $\eta=qL^2/kTH_0$ формулу (292) можно представить в виде

$$h_{(L,\bar{t})}=\frac{qL^2}{kT}\frac{1}{2}(1-\varphi_1). \qquad (293)$$

Проверка правильности решения — предельное значение $h_{L,\infty}$, соответствующее стационарному инфильтрационному потоку. Принимая $T_{ср}=(H+h_0)/2$, $h_{(L,\infty)}=H-h_0$, получаем $H^2-h_0^2=qL^2/k$, что и должно быть по формуле Кене.

Подъем грунтовых вод происходит в начале питания линейно (рис. 29). Действительно, согласно формуле (223) и таблице 22, $(1-\varphi_1)\approx 2\beta_0$ при малых значениях β_0, поэтому

$$h_{(L,t)}=\frac{qL^2}{kT}\frac{1}{2}2\frac{tkT}{\delta L^2}=\frac{qt}{\delta},$$

то есть происходит заполнение свободной порозности. В дальнейшем в результате влияния дренажа подъем грунтовых вод затухает, и в пределе поверхность грунтовых вод стремится к поверхности, соответствующей стационарному режиму (Кене).

Дренажный отток можно получить, найдя $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}$ по формуле (291):

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=\eta\left\{1-\bar{x}-\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos\frac{(2n-1)\pi\bar{x}}{2}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\beta_0\right]\right\},$$

откуда $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$ при $\bar{x}=1$ (по условию и смыслу задачи).

При $\bar{x}=0$

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=\eta\left[1-\frac{8}{\pi^2}\left(\nu^{1/4}+\frac{1}{9}\nu^{9/4}+\frac{1}{25}\nu^{25/4}+\ldots\right)\right]=\eta\psi_1, \qquad (294)$$

где $\nu=e^{-\pi^2\beta_0}$, $\beta_0=t/\tau$; ψ_1 — коэффициент, определенный выше (см. табл. 22).

Расход в дрену с двух сторон равен

$$Q_д=\frac{2kTH_0}{L}\frac{qL^2}{kTH_0}\psi_1=2qL\psi_1=Q_0\psi_1. \qquad (295)$$

Коэффициент ψ_1 показывает ту долю питания, которую отводит дренаж, или, иначе говоря, долю от нап-

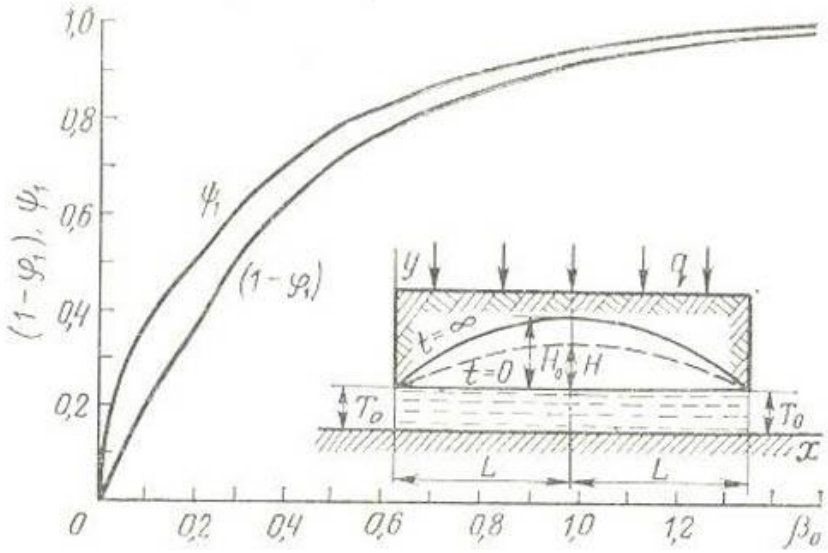


Рис. 34. Зависимость подъема уровня грунтовых вод $(1-\varphi_1)$ и подземного оттока ψ_1 при равномерном питании грунтовых вод и дренаже от относительного времени $\beta_0=t/\tau$.

большего расхода при стационарном режиме. Дренаж при инфильтрационном питании работает интенсивнее в начале (рис. 29), затем расход уменьшается, и при длительной работе расход дренажа становится равным инфильтрационному питанию. Для сравнения динамики подъема уровня грунтовых вод и подземного оттока построены кривые на рисунке 34. Подземный отток нарастает быстрее, чем подъем уровня грунтовых вод. Это, по-видимому, характерная особенность инфильтрационных потоков.

При сосредоточенном питании наблюдается замедленное нарастание подземного оттока по сравнению с пополнением запасов грунтовых вод. Отметим, что как отток, так и подъем уровня грунтовых вод нарастают довольно интенсивно сразу же после начала питания грунтовых вод. Так, если при сосредоточенном питании подземный отток достигает значения 90% от наибольшего оттока, соответствующего установившемуся режиму за время $\beta_0 \approx 0{,}3$, то при инфильтрационном питании эта величина достигается за время $\beta_0 \approx 0{,}85$. Аналогично и расходы, практически совпадающие (99%) с предельными значениями подземного оттока, наступают при $\beta_0 \approx 0{,}55$ для сосредоточенного и при $\beta_0 \approx 1{,}8$ для рассредоточенного питания.

Отсюда следует вывод о том, что инфильтрационный поток при рассредоточенном питании значительно медленнее приходит к установившемуся режиму, чем поток при сосредоточенном питании. Согласно Дюпюи, при сосредоточенном питании предельный подъем уровня грунтовых вод $H_0+T=\sqrt{T^2+2QL/k}$ больше, чем при рассредоточенном $H_0+T=\sqrt{T^2+QL/k}$ (по Кене), где Q — односторонний приток к дрене. Поэтому на засоленных землях следует всячески избегать сосредоточенного питания грунтовых вод.

Динамика уровня грунтовых вод и дренажного оттока при равномерном питании грунтовых вод или испарении с их поверхности (рис. 31,*г*). Граничные и начальные условия в этом случае будут: $\bar{t}=0$, $\bar{h}=1\,(0<\bar{x}<1)$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=0$, $\bar{h}=0$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=1$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$.

Для этой задачи выше приведено решение в виде уравнения (240) для уровней и зависимости (241) для расходов.

В этом решении можно потребовать, чтобы в заданный срок подъем грунтовых вод от поступления инфильтрующихся вод компенсировался понижением уровня грунтовых вод под действием дренажа и чтобы уровень грунтовых вод опустился на заданную величину Δ. Для этого в формуле (240) следует принять $h=\Delta$. Тогда

$$\Delta=H_0(1-\varphi)-H_0\frac{\eta}{2}(1-\varphi_1). \qquad (296)$$

Из этой зависимости можно определить подбором расстояние между дренами, а также оценить время, после которого режим грунтовых вод можно считать установившимся.

Подземный отток при сосредоточенном питании и изменении расхода потока по пути его движения (рис. 31, *д*, *е*). Рассмотрим изменения подземного оттока на дренированных землях, когда наряду с питанием грунтовых вод по пути движения потока (или испарения с поверхности грунтовых вод) имеется их сосредоточенное питание в виде фильтрационных потерь из системы каналов.

Решим уравнение (135): $\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}=\frac{\partial^2\bar{h}}{\partial\bar{x}^2}\pm\eta$, при условиях: $\bar{t}=0$, $\bar{h}=0$, $(0<\bar{x}<1)$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=0$, $\bar{h}=0$ (дренаж); $\bar{t}>0$, $\bar{x}=1$, $\bar{h}=1$ (канал). Знак плюс в уравнении ука-

зывает на питание грунтовых вод, минус — на испарение с их поверхности.

Вводя, как и в предыдущем решении, новое переменное $h^*=\bar{h}\mp\eta\bar{t}$, получаем уравнение (136)

$$\partial h^*/\partial\bar{t}=\partial^2 h^*/\partial\bar{x}^2$$

при новых граничных условиях:

$\bar{t}=0,\ h^*=0,\ 0<\bar{x}<1;\ \bar{t}>0,\ \bar{x}=0,$

$h^*=\mp\eta\bar{t};\ \bar{t}>0;\ \bar{x}=1,\ h^*=\mp\eta\bar{t}.$ (296*a*)

Рассмотрим решения уравнения (136) при следующих граничных и начальных условиях:

$\bar{t}=0,\ h^*=0;\ \bar{x}=0,\ h^*=0;\ \bar{x}=1,\ h^*=\mp\eta\bar{t}$ (решение h_1^*);

$\bar{t}=0,\ h^*=0;\ \bar{x}=0,\ h^*=0,\ \bar{x}=1,\ h^*=1$ (решение h_2^*);

$\bar{t}=0,\ h^*=0;\ \bar{x}=0,\ h^*=\mp\eta\bar{t};\ \bar{x}=1,\ h^*=0$ (решение h_3^*);

Сумма этих решений $(h_1^*+h_2^*+h_3^*)$ даст искомую функцию $h^*(\bar{x},\ \bar{t})$, то есть решение, удовлетворяющее условиям (296, *a*).

Решение h_1^* соответствует линейному подъему (или опусканию) уровня в сечении $\bar{x}=1$ при оттоке в другом сечении ($\bar{x}=0$) и было приведено выше, причем в уравнении (282) следует принять $b=\mp\eta$.

Решение h_2^* соответствует мгновенному возрастанию напора в сечении канала при дренажном оттоке и получено выше [формула (264)]. Учитывая сдвиг координаты на единицу, перепишем формулу (264) так:

$$h_2^*(\bar{x},\ \bar{t})=\bar{x}-\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\sin[\pi n(1-\bar{x})]\exp\ (-n^2\pi^2\bar{t}).$$

Решение h_3^* соответствует линейному опусканию (или возрастанию) напора в сечении $\bar{x}=0$ при оттоке в сечении $\bar{x}=1$. Следовательно, для получения $h_3^*(\bar{x},\ \bar{t})$ нужно в формуле (282) заменить координаты $\bar{x}_1$ на $\bar{x}_1=1-\bar{x}$, после чего уравнение примет вид:

$$h_3^*(\bar{x},\ \bar{t})=\mp\eta\left\{\bar{t}(1-\bar{x})-\frac{(1-\bar{x})\bar{x}(2-\bar{x})}{6}+\frac{2}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\sin[\pi n(1-\bar{x})]\exp(-\pi^2 n^2\bar{t})\right\}.$$

Суммируя решения, получаем:

$$h^*(\bar{x},\ \bar{t})=h_1^*(\bar{x},\ \bar{t})+h_2^*(\bar{x},\ \bar{t})+h_3^*(\bar{x},\ \bar{t})=$$

$$= \mp\eta\left\{\bar{t} - \frac{\bar{x}}{2}(1-\bar{x}) + \frac{4}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}\sin[(2n-1)\pi\bar{x}]\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\exp[-\pi^2(2n-1)^2\bar{t}]\right\} + \bar{x} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\cdot$$

$$\cdot\sin(\pi n\bar{x})\exp(-\pi^2 n^2\bar{t}). \qquad (297)$$

Учитывая, что $h^* = \bar{h} \mp \eta\bar{t}$, имеем окончательно:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = \bar{x} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin(\pi n x)\exp(-\pi^2 n^2\bar{t}) \pm$$

$$\pm\frac{\eta}{2}\left\{\bar{x}(1-\bar{x}) - \frac{8}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^3}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\sin[(2n-1)\pi\bar{x}]\exp[-\pi^2(2n-1)^2\bar{t}]\right\}. \qquad (298)$$

Учитывая, что

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\sin(\pi n\bar{x})}{n} = \frac{\pi\bar{x}}{2},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin[(2n-1)\pi\bar{x}]}{(2n-1)^3} = \frac{\pi^3\bar{x}}{8}(1-\bar{x}),$$

получаем:

$$\bar{h}(\bar{x},\ 0) = 0 \text{ при } \bar{t} = 0,$$

$$\bar{h}(\bar{x},\ \infty) = \bar{x} \pm \frac{\eta\bar{x}}{2}(1-\bar{x}) \text{ при } \bar{t}\to\infty.$$

Переходя к размерным величинам, имеем:

$$h = H_0\frac{x}{L} \pm \frac{q}{kT}\frac{x}{2}(L-x), \qquad (299)$$

то есть формулу, показывающую подъем уровня грунтовых вод под влиянием сосредоточенного и рассредоточенного питания при стационарном режиме.

Для установления влияния инфильтрации или испарения на расположение уровня грунтовых вод посредине между каналом и дреной примем в формуле (298) $\bar{x} = 1/2$. После этого получим:

$$\bar{h}\left(\frac{1}{2},\ \beta_0\right) = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{4}{\pi}\left(\nu - \frac{1}{3}\nu^9 + \frac{1}{5}\nu^{25} - \ldots\right)\right] \pm$$

$$\pm\frac{\eta}{8}\left[1 - \frac{32}{\pi^3}\left(\nu - \frac{1}{27}\nu^9 + \frac{1}{125}\nu^{25} - \ldots\right)\right], \qquad (300)$$

где

$$\nu = e^{-\pi^2 n^2\beta_0},\quad \beta_0 = t/\tau,\quad \tau = \delta L^2/kT.$$

В выражении (300) члены, стоящие в квадратных скобках, являются ранее определенными коэффициентами $(1-\varphi)$ и $(1-\varphi_1)$ (см. табл. 22) с тем отличием, что

$$1-\varphi=1-\frac{4}{\pi}\left(\nu^{1/4}-\frac{1}{3}\nu^{9/4}+\frac{1}{5}\nu^{25/4}-\ldots\right),$$

$$1-\varphi_1=1-\frac{32}{\pi^3}\left(\nu^{1/4}-\frac{1}{27}\nu^{9/4}+\frac{1}{125}\nu^{25/4}-\ldots\right).$$

Следовательно, приняв $\nu=\nu_1^{1/4}$, можно пользоваться ранее вычисленными значениями $(1-\varphi)$ и $(1-\varphi_1)$. Такая подстановка соответствует принятию времени стабилизации:

$$\tau_{0,5}=\frac{\delta L^2}{4kT}=\frac{\delta(L/2)^2}{kT},$$

то есть относительно середины потока. Полученный результат не является неожиданным, так как по формуле (300) находится подъем грунтовых вод посредине потока. Учитывая сказанное, напишем формулу (300) в виде

$$\bar{h}\left(\frac{1}{2},\ \beta_0\right)=\frac{1}{2}(1-\varphi)\pm\frac{1}{8}\eta(1-\varphi_1)\quad\text{при}$$

$$\beta_0=t/\tau_{0,5},\quad \tau_{0,5}=\delta(L/2)^2/kT, \tag{301}$$

где $(1-\varphi)$ и $(1-\varphi_1)$ находятся по таблице 22 в зависимости от β_0.

Расход потока грунтовых вод

$$Q_{\bar{x}}=\frac{kTH_0}{L}\left(\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}\right), \tag{302}$$

где, согласно формуле (299),

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=1-2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cos(\pi n x)\exp(-\pi^2n^2\bar{t})\mp$$

$$\mp\eta\left\{\bar{x}-\frac{1}{2}+\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos[(2n-1)\pi\bar{x}]\cdot\right.$$

$$\left.\exp[-\pi^2(2n-1)^2\bar{t}]\right\}. \tag{303}$$

Принимая $\bar{x}=0$ в формуле (303), получаем по зависимости (302) следующее выражение для дренажного оттока (с двух сторон):

$$Q_{\text{д}}=\frac{2kTH_0}{L}\left[\psi_1\pm\frac{\eta}{2}(1-\bar{\gamma})\right], \tag{304}$$

где ψ_1 и $(1-\bar{\gamma})$ определены по формулам (267) и (272) и таблице 24.

Учитывая, что $\psi_1=0$, $1-\bar{\gamma}=0$, при $\beta_0=0$ имеем $Q_д=0$. При весьма длительном движении имеем $\beta_0\to\infty$, $\psi_1=1$, $1-\bar{\gamma}=1$,

$$Q_д=\frac{2kTH_0}{L}\pm qL=Q_д\pm\frac{Q_0}{2}, \qquad (305)$$

где $Q_0=2qL$ — суммарная инфильтрация или испарение.

Аналогично для расхода фильтрационных потерь, принимая $\bar{x}=1$, получаем:

$$Q_ф=\frac{2kTH_0}{L}\left[\psi_0\mp\frac{\eta}{2}(1-\bar{\gamma})\right], \qquad (306)$$

где ψ_0 определено по формуле (266) и таблице 24.

Так как $\psi_0=\infty$, $1-\bar{\gamma}=0$ при $\beta_0=0$, то $Q_ф=\infty$. При $\beta_0\to\infty$ имеем $\psi_0=1$, $(1-\bar{\gamma})=1$ и, следовательно,

$$Q_ф=\frac{2kTH_0}{L}\mp qL=Q_д\mp\frac{Q_0}{2}. \qquad (307)$$

Из полученных результатов можно сделать некоторые выводы о влиянии рассредоточенного питания или испарения на режим грунтовых вод дренированной системы.

Наибольшее поднятие (или опускание) уровня грунтовых вод посредине между каналами и дренажем под влиянием инфильтрации или испарения может быть определено по формуле (299) при $x=0{,}5L$

$$h_{1/2}=\pm qL^2/8kT.$$

Изменение $h_{1/2}$ с течением времени описывается формулой (301).

Инфильтрация увеличивает дренажный отток и уменьшает фильтрацию из каналов. Динамика этого процесса описывается формулой (304). Причем при длительной работе канала увеличение дренажного оттока и уменьшение потерь равны половине суммарной инфильтрации $Q_0/2=qL$.

Испарение с поверхности грунтовых вод уменьшает дренажный отток и увеличивает фильтрацию из каналов. Изменение во времени этого процесса описывается формулой (306). При длительной фильтрации ее увеличение равно уменьшению дренажного оттока и равно половине суммарного испарения $Q_0/2=eL$.

Режим грунтовых вод при свободной фильтрации и сосредоточенном питании (рис. 31, *ж*). Рассмотрим подъем уровня грунтовых вод и увеличение подземного оттока для случая глубокого начального залегания уровня грунтовых вод при сосредоточенном питании. При этом считаем, что вследствие естественной дренированности имеются условия для подземного оттока (рис. 31, *ж*). При свободной длительной фильтрации, как это указывалось выше, можно принять $Q=\text{const}$ в створе канала; в створе естественных стоков принимаем $\bar{h}=0$. Тогда нужно решить уравнение (143) при условиях: $\bar{t}=0$, $0<\bar{x}<1$, $\bar{h}=0$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=1$, $\bar{h}=0$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=0$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=-a=\text{const}$.

Так как расход вычисляется по формуле

$$Q=-kT\frac{\partial h}{\partial x}=-\frac{kTH_0}{L}\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}},$$

то

$$a=\bar{Q}_{\Phi}L/2kTH_0.$$

Здесь $\bar{Q}_{\Phi}$ — расход, поступающий из канала при установившейся свободной фильтрации и оттекающий в обе стороны.

Приведем решение, полученное методом операционного исчисления. Произведя преобразование Лапласа для формулы (143) по $\bar{t}$ с учетом условия $\bar{t}=0$, $0<\bar{x}<1$, $\bar{h}=0$, получим:

$$H''(\bar{x},\ s)-sH(\bar{x},\ s)=0.$$

Решение этого уравнения запишем в виде

$$H(\bar{x},\ s)=Ae^{\bar{x}\sqrt{s}}+Be^{-\bar{x}\sqrt{s}}.$$

Для определения постоянных A и B при граничных условиях $\bar{t}>0$, $\bar{x}=1$, $\bar{h}=0$ и $\bar{t}>0$, $\bar{x}=0$, $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=-a=\text{const}$ имеем:

$$0=Ae^{\sqrt{s}}+Be^{-\sqrt{s}},\quad A=-Be^{-2\sqrt{s}},$$

$$H'(0,\ s)=-a/s,\quad H'=A\sqrt{s}\,e^{\bar{x}\sqrt{s}}-B\sqrt{s}\,e^{-\bar{x}\sqrt{s}}.$$

Следовательно,

$$H=\frac{a}{s\sqrt{s}}\left(\frac{e^{-\bar{x}\sqrt{s}}}{1-e^{-2\sqrt{s}}}-\frac{e^{\bar{x}\sqrt{s}}}{1+e^{2\sqrt{s}}}\right)=\frac{a}{s\sqrt{s}}\frac{\operatorname{sh}(1-\bar{x})\sqrt{s}}{\operatorname{ch}\sqrt{s}}. \quad (308)$$

По этому изображению надо найти оригинал. Пользуясь разложением

$1/\mathrm{ch}\sqrt{s}=2(e^{-\sqrt{s}}-e^{-3\sqrt{s}}+e^{-5\sqrt{s}}-\ldots)$ и зная, что

$$\mathrm{sh}(1-\bar{x})\sqrt{s}=\frac{1}{2}\left[e^{(1-\bar{x})\sqrt{s}}-e^{-(1-\bar{x})\sqrt{s}}\right],$$

получаем:

$$\frac{H}{a}=\frac{1}{s\sqrt{s}}e^{-\bar{x}\sqrt{s}}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{s\sqrt{s}}e^{(\bar{x}-2n)\sqrt{s}}+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{s\sqrt{s}}e^{-(\bar{x}-2n)\sqrt{s}}.$$

Но обратное преобразование

$$L^{-1}\left(\frac{e^{-p\sqrt{s}}}{s\sqrt{s}}\right)=2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\exp\left(-\frac{p^2}{4\bar{t}}\right)-$$
$$-p\left[1-\mathrm{erf}\frac{p}{2\sqrt{\bar{t}}}\right].$$

Отсюда получим решение в виде

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=a\left\{2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\exp\left(-\frac{\bar{x}^2}{4\bar{t}}\right)-\bar{x}\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]\right\}+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left\{2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\exp\left[-\frac{(2n-\bar{x})^2}{4\bar{t}}\right]-\right.$$
$$\left.-(2n-\bar{x})\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{2n-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]\right\}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left\{2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\exp\left[\frac{-(2n+\bar{x})^2}{4\bar{t}}\right]-(2n+\bar{x})\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{2n+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]\right\}. \quad (309)$$

При $\bar{x}=1$ получим $\bar{h}(1,\bar{t})=0$.

Для подъема уровня грунтовых вод под каналом $(x=0)$, учитывая, что $\bar{h}=h/H_0$, $\bar{t}=\beta_0=t/\tau$, $a=\bar{Q}_\Phi L/2kTH_0$, имеем:

$$h(0,\ \beta_0)=\frac{\bar{Q}_\Phi L}{2kT}\left\{2\sqrt{\frac{\beta_0}{\pi}}\Theta(0)+4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}n\times\right.$$
$$\left.\times\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{n}{\sqrt{\beta_0}}\right)\right]\right\}, \quad (310)$$

где $\Theta(0)$ — тэта-функция, равная $\Theta(0)=1-2\nu+2\nu^4-2\nu^9+\ldots$, $\nu=e^{-1/\beta_0}=e^{-\pi K'/K}$, $K'/K=\pi\beta_0$.

Известно, что $\Theta(0) = \sqrt{\frac{2K}{\pi}}\varkappa'$; $\varkappa$ и $\varkappa' = \sqrt{1-\varkappa^2}$ — модули посеянных эллиптических интегралов K и K'.

При $\beta_0 = 0$, учитывая, что $K/K' = \pi\beta_0$, $K = \pi/2$, $\varkappa = 0$, $\varkappa' = 1$, $\Theta(0) = 1$. При $\beta_0 \to \infty$, $K \to \infty$, $K' = \pi/2$, $\varkappa \to 1$, $\varkappa' \to 0$ $\Theta(\infty) = 0$.

Так как

$$4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}n\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{n}{\sqrt{\beta_0}}\right)\right] \to 0 \text{ при } \beta_0 = 0,$$

$$4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}n\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{n}{\sqrt{\beta_0}}\right)\right] \to 1 \text{ при } \beta_0 \to \infty,$$

то $h(0, 0) = 0$ при $\beta_0 = 0$, а при длительной фильтрации $h(0, \infty)$ стремится к своему предельному значению, соответствующему стационарному движению:

$$h(0, \infty) = \bar{Q}_\Phi L/2kT.$$

Учитывая, что выражение, стоящее в фигурных скобках формулы (310), зависит только от относительного времени, можем написать:

$$h(0, \beta_0) = \frac{\bar{Q}_\Phi L}{2kT}(1-\varphi_4), \qquad (311)$$

где коэффициент $(1-\varphi_4)$ зависит от относительного времени β_0 и равен

$$1-\varphi_4 = 2\sqrt{\frac{\beta_0}{\pi}}\Theta(0) + 4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}n\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{n}{\sqrt{\beta_0}}\right)\right]. \qquad (312)$$

Значения коэффициента $(1-\varphi_4)$ можно взять из таблицы 25 или с рисунка 35.

До некоторого времени ($\beta_0 \approx 0{,}2$) подъем поверхности грунтовых вод под каналом происходит так, как он бы осуществлялся без дренирующих стоков (рис. 35). Это вытекает также из соотношения (311), которое для малых β_0 можно представить в виде

$$h_{(0)} \approx \frac{\bar{Q}_\Phi L}{2kT}\,2\sqrt{\frac{\beta_0}{\pi}},$$

что совпадает с ранее полученным решением для подъема уровня грунтовых вод под каналом в бесточных условиях [см. формулы (171) и (172)]. В этом случае подъем уровня грунтовых вод происходит по параболи-

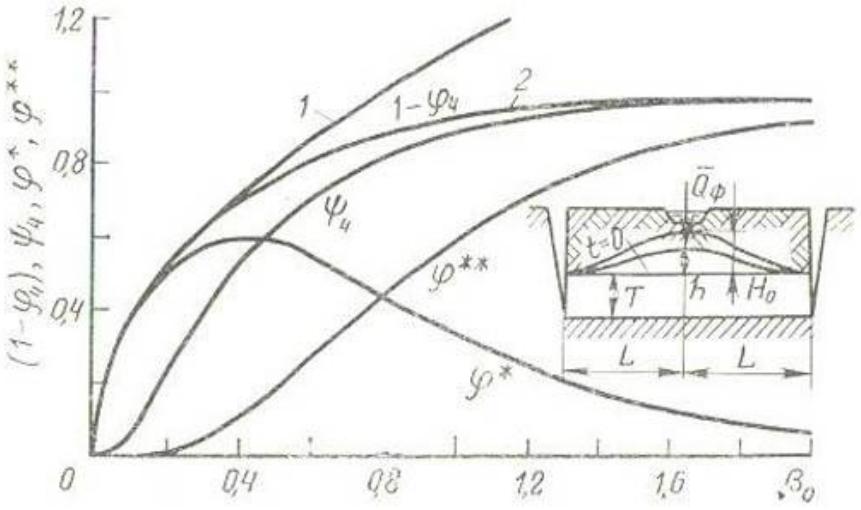


Рис. 35. Подъем уровня грунтовых вод $(1-\varphi_4)$ и режим подземного оттока ψ_4 под влиянием сосредоточенного поступления постоянного расхода $\bar{Q}_\Phi$ при дренаже в зависимости от относительного времени β_0, где $\varphi^*+\varphi^{**}=1-\varphi_4$:
1 — без оттока; *2* — с оттоком.

ческому закону. Однако при $\beta_0>0{,}2$ начинают сказываться дренирующие стоки, и подъем уровня грунтовых вод замедляется, стремясь в пределе к величине

$$h_{(0,\infty)}=\bar{Q}_\Phi L/2kT.$$

Интересно представление коэффициента $(1-\varphi_4)$ в виде суммы

$$(1-\varphi_4)=\varphi^*+\varphi^{**},$$

где

$$\varphi^*=2\sqrt{\frac{\beta_0}{\pi}}\Theta(0),$$

$$\varphi^{**}=4\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}n\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{n}{\sqrt{\beta_0}}\right)\right].$$

Расход подземного оттока (в обе стороны) определится по формуле

$$Q=-\frac{2kTH_0}{L}\left(\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}\right),$$

где, согласно формуле (309),

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=-a\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]+\sum_{n}^{\infty}(-1)^n\left\{\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n-\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]-\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n+\bar{x}}{2\sqrt{\bar{t}}}\right)\right]\right\} \qquad (313)$$

25. Значения коэффициентов φ^*, φ^{**}, $(1-\varphi_4)$ и ψ_4 для различных величин β_0

β_0	$2\sqrt{\frac{\beta_0}{\pi}}$	$\theta(0)$	φ^*	φ^{**}	$1-\varphi_4$	ψ_4
0	0	1,00000	0	0	0	0
0,1	0,357	1,00000	0,357	0	0,357	0,053
0,2	0,504	0,98700	0,498	0,006	0,504	0,223
0,3	0,618	0,92900	0,575	0,039	0,614	0,394
0,4	0,713	0,83600	0,596	0,101	0,697	0,527
0,5	0,797	0,73000	0,582	0,181	0,763	0,630
0,6	0,873	0,62500	0,546	0,268	0,814	0,711
0,7	0,944	0,52700	0,498	0,358	0,856	0,774
0,8	1,007	0,44000	0,443	0,443	0,886	0,822
0,9	1,071	0,36500	0,391	0,522	0,913	0,862
1,0	1,128	0,30100	0,340	0,592	0,932	0,892
1,2	1,236	0,20100	0,248	0,710	0,958	0,934
1,4	1,335	0,13350	0,178	0,798	0,976	0,960
1,6	1,428	0,08720	0,125	0,862	0,987	0,975
1,8	1,513	0,05670	0,086	0,906	0,992	0,985
2,0	1,595	0,03620	0,058	0,936	0,994	0,991
2,5	1,784	0,01180	0,021	0,976	0,997	0,997
3,0	1,953	0,00380	0,007	0,992	0,999	0,999
3,5	2,111	0,00120	0,002	0,998	1,000	1,000
4,0	2,257	0,00040	0,001	0,999	1,000	1,000
4,5	2,394	0,00010	0	1,000	1,000	1,000
5,0	2,520	0,00004	0	1,000	1,000	1,000
6,0	2,760	0	0	1,000	1,000	1,000
7,0	2,980	0	0	1,000	1,000	1,000
8,0	3,190	0	0	1,000	1,000	1,000
9,0	3,390	0	0	1,000	1,000	1,000
10,0	3,570	0	0	1,000	1,000	1,000

При $\bar{x}=0$ (створ канала)

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}} = -a,\ a=\frac{\bar{Q}_\Phi L}{2kTH_0},\ Q=-\frac{2kTH_0}{L}\left(-\frac{\bar{Q}_\Phi L}{2kTH_0}\right)=\bar{Q}_\Phi.$$

При $\bar{x}=1$ (створ стоков)

$$\left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{x}}\right)_{\bar{x}=1} = -a\left\{2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n-1}{2\sqrt{t}}\right)\right]\right\}. \quad (314)$$

Отсюда расход дренирующих стоков

$$Q_д=\bar{Q}_\Phi\psi_4,\ \psi_4=2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left[1-\operatorname{erf}\left(\frac{2n-1}{2\sqrt{\beta_0}}\right)\right]. \quad (315)$$

где $\bar{Q}_\Phi\psi_4$ — фильтрационный расход из канала; ψ_4 — коэффициент расхода, зависящий только от относительного времени $\beta_0=t/\tau$.

Рассматриваемое решение можно получить в ином виде, если воспользоваться теоремой разложения к зависимости (308). Не останавливаясь на выкладках, приведем конечные результаты.

Для подъема уровня грунтовых вод получим:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t}) = a\left\{1-\bar{x}-\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\cos\left[-\frac{\bar{x}\pi}{2}(2n-1)\right]\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\}. \qquad (316)$$

Формула, аналогичная зависимости (313), будет иметь вид:

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}} = -a\left\{1-\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\sin\left[\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1)\right]\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\}. \qquad (317)$$

Формулы (309) и (313) удобны для вычислений при малых, а формулы (316) и (317) — при больших значениях β_0.

Значения ψ_4, вычисленные для различных величин относительного времени β_0, приведены в таблице 25 и на рисунке 35. Подземный отток в стоки (естественные или искусственные) проявляется не сразу после начала питания грунтовых вод, а с запозданием, приблизительно равным $\beta_0 \approx 0{,}05$. Далее подземный отток возрастает сравнительно интенсивно и при $\beta_0 \approx 1$ достигает 90% питания потока грунтовых вод. Хотя расход подземного оттока несколько отстает от роста подъема поверхности грунтовых вод, все же можно считать, что при $\beta_0 \approx 1$, то есть за время t, равное времени стабилизации τ, как подъем поверхности грунтовых вод, так и подземный отток почти достигают своих предельных значений, соответствующих стационарному режиму.

Режим грунтовых вод при глубоком начальном их уровне и одновременном сосредоточенном и рассредоточенном их питании (рис. 31, *з*). Рассматриваемая схема отличается от предыдущей тем, что, помимо сосредоточенного питания в створе канала постоянным расходом $\bar{Q}_\Phi$, имеется еще инфильтрационное интенсивностью q.

Следовательно, нужно решить уравнение (135) при следующих условиях: $\bar{t}=0$, $0<\bar{x}<1$, $\bar{h}=0$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=0$,

$\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=-a=\text{const}$ при $a=\bar{Q}_\Phi L/2kTH_0$; $\bar{t}>0$, $\bar{x}=1$, $\bar{h}=0$.

Вводя новую переменную $h^*=\bar{h}-\eta\bar{t}$, получаем уравнение (136) при таких условиях:

$$\bar{t}=0,\ 0<\bar{x}<1,\ h^*=0;\ \bar{t}>0,\ \bar{x}=0,\ \partial h^*/\partial\bar{x}=-a;$$
$$\bar{t}>0,\ \bar{x}=1,\ h^*=-\eta\bar{t}. \qquad (317a)$$

Решение получим, суммируя уравнения при следующих условиях:

$$\bar{t}=0,\ h^*=0;\ \bar{x}=0,\ \partial h^*/\partial\bar{x}=0;$$
$$\bar{x}=1,\ h^*=-\eta\bar{t}\ \text{(решение } h_1^*);$$
$$\bar{t}=0,\ h^*=0;\ \bar{x}=0,\ \partial h^*/\partial\bar{x}=-a;$$
$$\bar{x}=1,\ h^*=0\ \text{(решение } h_2^*).$$

Сумма решений $h_1^*+h_2^*$ будет удовлетворять поставленным условиям (317а). Но решение h_1^* соответствует линейному изменению напора в сечении $\bar{x}=1$ при отсутствии оттока в сечении $\bar{x}=0$ и определяется формулой (282).

Решение h_2^* соответствует поступлению постоянного расхода в сечении $\bar{x}=0$ при наличии дренажного оттока в сечении $\bar{x}=1$ и определяется формулой (316).

Учитывая, что $\bar{h}=h^*+\eta\bar{t}$, и складывая решения (282) и (317), получаем:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=\eta\left\{\frac{1-\bar{x}^2}{2}-\frac{16}{\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n-1)^3}\times\right.$$
$$\left.\times\cos\left[\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1)\right]\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\}+a\left\{1-\bar{x}-\right.$$
$$\left.-\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos\left[\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1)\right]\exp\left[-\frac{(2n-1)^2}{4}\pi^2\bar{t}\right]\right\}. \qquad (318)$$

При $\bar{x}=0$ получим:

$$\bar{h}(0,\ \beta_0)=\frac{\eta}{2}\left[1-\frac{32}{\pi^3}\left(\nu^{1/4}-\frac{1}{27}\nu^{9/4}+\frac{1}{125}\nu^{25/4}-\ \ldots\right)\right]+$$
$$+a\left[1-\frac{8}{\pi^2}\left(\nu^{1/4}+\frac{1}{9}\nu^{9/4}+\frac{1}{25}\nu^{25/4}+\ \ldots\right)\right],$$

где $\nu=e^{-\pi^2\beta_0}$.

Обозначая коэффициенты, стоящие в квадратных скобках, через коэффициенты $(1-\varphi_5)$ и $(1-\varphi_6)$ и переходя к размерным величинам, найдем:

$$\eta=\frac{Q_0 L}{kTH_0},\quad a=\frac{\bar{Q}_\Phi L}{2kTH_0},\quad h=\frac{L}{2kT}\left[Q_0(1-\varphi_5)+\bar{Q}_\Phi(1-\varphi_6)\right], \tag{319}$$

где

$$Q_0=qL.$$

Коэффициент $(1-\varphi_5)$, учитывающий подъем грунтовых вод от инфильтрации, равен ранее определенному коэффициенту $(1-\varphi_1)$ формулы (223), значения которого даны в таблице 22. Коэффициент $(1-\varphi_6)$, учитывающий подъем уровня грунтовых вод от постоянного сосредоточенного питания, ранее определен как $(1-\varphi_4)$ в формуле (312) и приведен в таблице 25. Таким образом, подъем уровня грунтовых вод под каналом определится как сумма подъемов грунтовых вод, вызванных действием инфильтрации и сосредоточенного питания. При весьма длительной фильтрации для предельного стационарного режима

$$h(0,\ \infty)=\frac{qL^2}{2kT}+\frac{L}{kT}\left(\frac{\bar{Q}_\Phi}{2}\right),$$

что может быть получено элементарным путем для установившегося движения.

Расход потока грунтовых вод

$$Q_x=\frac{kTH_0}{L}\,\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}, \tag{320}$$

где, согласно формуле (318),

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}}=-\eta\left\{\bar{x}-\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^2}\sin\left[\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1)\right]\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\exp\left[-\frac{\pi^2(2n-1)^2}{4}\bar{t}\right]\right\}-a\left\{1-\frac{4}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\sin\left[\frac{\pi\bar{x}}{2}(2n-1)\right]\exp\left[-\frac{\pi^2(2n-1)^2}{4}\bar{t}\right]\right\}. \tag{321}$$

Принимая в формуле (321) $\bar{x}=1$, получаем по зависимости (320) приток к дрене с двух сторон:

$$Q_д=2Q_0\psi_5+\bar{Q}_\Phi\psi_6, \tag{322}$$

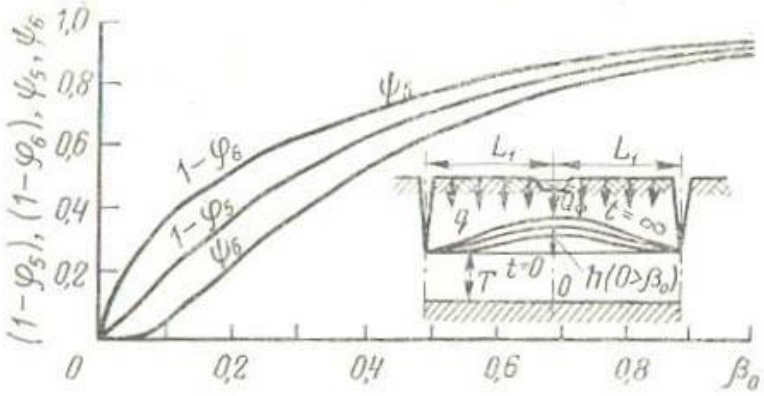


Рис. 36. Подъем уровня грунтовых вод и режим подземного оттока под влиянием сосредоточенного и рассредоточенного питания грунтовых вод и дренажа.

где

$$\psi_5 = 1 - \frac{8}{\pi^2}\left(\nu^{1/4} + \frac{1}{9}\nu^{9/4} + \ldots\right),\quad \psi_6 = 1 - \frac{4}{\pi}\left(\nu^{1/4} - \frac{1}{3}\nu^{9/4} + \frac{1}{5}\nu^{25/4} + \ldots\right),\quad \nu = e^{-\pi^2\beta_0},\quad \beta_0 = t/\tau.$$

Видим, что $\psi_5 = \psi_1$ и $\psi_6 = \psi_4$ и, следовательно, определяются соответственно по формуле (229) и таблице 22 и формуле (315) и таблице 25.

При весьма длительной фильтрации $\psi_5 = 1$ и $\psi_6 = 1$, отчего $Q_д = 2Q_0 + \bar{Q}_\Phi$, что и должно быть ($2Q_0 = 2qL$ — питание грунтовых вод на площади $2L$; $\bar{Q}_\Phi$ — фильтрация из канала). Зависимости коэффициентов $(1-\varphi_5)$, $(1-\varphi_6)$, ψ_5 и ψ_6 от относительного времени β_0 приведены на рисунке 36.

Подъем уровня грунтовых вод в начале движения происходит в основном от сосредоточенного питания $(1-\varphi_6)$. Подъем грунтовых вод от инфильтрационного питания происходит медленнее. Обратная картина наблюдается в нарастании подземного оттока: отток, вызванный сосредоточенным питанием, отстает от подземного оттока, вызванного инфильтрационным питанием. Приблизительно при $\beta_0 \approx 1$ поток стабилизируется, так как расходы и напоры достигают 90% величин, соответствующих стационарному режиму.

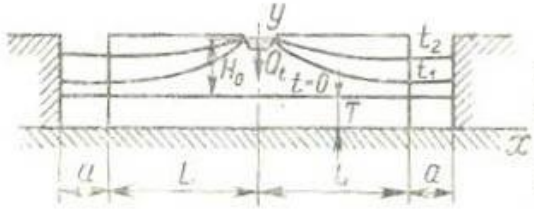


Рис. 37. Схема к расчету фильтрации из канала при наличии водоемов:

L — расстояние от канала до водоема; a — ширина водоема.

Учет влияния водоемов на неустановившийся режим грунтовых вод. Рассмотрим движение грунтовых вод при отсутствии подземного оттока, но при наличии водоемов, заполняемых грунтовой водой (рис. 37). Эта задача приводится к решению уравнения (143):

$$\partial\bar{h}/\partial\bar{t} = \partial^2\bar{h}/\partial\bar{x}^2.$$

Считая, что фильтрация происходит в условиях подпертого режима, принимаем следующие граничные и начальные условия:

$\bar{t}=0,\ \bar{h}=0,\ 0<\bar{x}<1;\ \bar{t}>0,\ \bar{x}=0,\ \bar{h}=1$ (створ канала);

$\bar{t}>0,\ \bar{x}=1,\ \partial\bar{h}/\partial\bar{x} = -\alpha\,\partial\bar{h}/\partial\bar{t}$ при $\alpha = a/\delta L$ (граница потока и водоема),

где a — ширина водоема; δ — свободная порозность (в пределах колебания уровня грунтовых вод); L — расстояние от канала до водоема.

Последнее условие требует пояснения. Аналогичная задача без водоемов решалась при условии отсутствия оттока в сечении $\bar{x}=1$, то есть принималось $\partial\bar{h}/\partial\bar{x}=0$. При наличии водоема расход грунтовых вод в сечении $\bar{x}=1$ уже не равен нулю, так как часть фильтрационного расхода идет на подъем уровня грунтовых вод, а часть — на заполнение водоема. Тогда для границы потока и водоема можем написать равенства расходов:

$$Q = -kT\,(\partial h/\partial x)_{x=L} = a\,\partial h/\partial t.$$

Учитывая, что $h=\bar{h}H_0,\ x=\bar{x}L,\ t=\bar{t}\tau,\ \tau=\delta L^2/kT$, получаем последнее условие в виде

$$\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{x}} = -\frac{a}{\delta L}\,\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}} = -\alpha\,\frac{\partial\bar{h}}{\partial\bar{t}}.$$

Применяя преобразование Лапласа, получаем решение уравнения (143) для изображения $\bar{H}=L(\bar{h})$ с учетом первого условия в виде

$$H = Ae^{\bar{x}\sqrt{s}} + Be^{-\bar{x}\sqrt{s}}.$$

Произведем преобразование граничных условий.

Второе условие даст $H(0, s)=1/s$, третье условие приводит к равенству:

$$H'(1,\ s) = -\alpha s H(1,\ s).$$

Находя постоянные A и B в уравнении (217) при втором и третьем условиях, получаем выражение для изображения H в виде

$$H=\frac{1}{s}\,\frac{\operatorname{ch}\sqrt{s}(\bar{x}-1)-\alpha\sqrt{s}\operatorname{sh}\sqrt{s}(\bar{x}-1)}{\operatorname{ch}\sqrt{s}+\alpha\sqrt{s}\operatorname{sh}\sqrt{s}}. \qquad (323)$$

Находя по теореме разложения оригинал $\bar{h}=L^{-1}(H)$ для формулы (323), получаем:

$$\bar{h}(\bar{x},\ \bar{t})=1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\lambda_n\cos\lambda_n(\bar{x}-1)}{\lambda_n+\sin\lambda_n\cos\lambda_n}e^{-\lambda_n^2\bar{t}}-$$
$$-2\alpha\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_n\sin\lambda_n\sin\lambda_n(\bar{x}-1)}{\lambda_n+\sin\lambda_n\cos\lambda_n}e^{-\lambda_n^2\bar{t}}=$$
$$=1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\lambda_n\bar{x}}{\lambda_n+\sin\lambda_n\cos\lambda_n}e^{-\lambda_n^2\bar{t}}, \qquad (324)$$

где λ_n — корни трансцендентного уравнения $\operatorname{ctg}\lambda_n=\alpha\lambda_n$ при $\alpha=a/\delta L$, $n=0, 1, 2...$

Проверка показывает соответствие формулы (324) поставленным условиям и уравнению (143).

Решение уравнения (324) при отсутствии водоемов, то есть при $a=0$ и $\alpha=0$, приводится к ранее полученной зависимости (203) для условий подпертой фильтрации из каналов при отсутствии оттока.

Действительно, при $\alpha=0$ уравнение $\lambda_n\operatorname{tg}\lambda_n=1/\alpha=\infty$ дает корни $\lambda_n=0{,}5\pi(2n-1)(-1)^{n+1}$, где $n=1, 2, 3...$; при этом $\sin\lambda_n=1$, $\cos\lambda_n=0$ и формула (324) переходит в формулу (203).

При весьма больших водоемах, когда приток грунтовых вод недостаточен для повышения уровня воды в них, полагая $\alpha=\infty$, получаем уравнение $\lambda_n\operatorname{tg}\lambda_n=0$, корни которого $\lambda_n=n\pi$ при $n=1, 2, 3\ldots$; при этом $\sin\lambda_n=0$, $\cos\lambda_n=(-1)^n$.

Из формулы (324) как частный случай вытекает решение для дренированных систем (264).

Таким образом, водоемы в условиях бессточных систем при низком уровне воды в них играют роль частичного дренажа с характерными для дренажа особенностями: увеличением фильтрационного расхода из канала, уменьшением и замедлением подъема уровня грунтовых вод.

Найдем фильтрационный расход из канала, отток в водоем и подъем уровня в водоеме. Определяя из

формулы (324) выражение $(\partial\bar{h}/\partial\bar{x})_{\bar{x}=0}$, получаем для фильтрационного расхода из канала в обе стороны:

$$Q_{\bar{x}=1} = -\frac{2kTH_0}{L}(\partial\bar{h}/\partial\bar{x})_{\bar{x}=0} = Q_0\psi_7,\ Q_0 = \frac{2kTH_0}{L},$$

$$\psi_7 = 2\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\lambda_n^2\beta_0},\ A_n = \frac{\lambda_n}{\lambda_n + \sin\lambda_n\cos\lambda_n}. \qquad (325)$$

Отток в водоемы (в обе стороны)

$$Q_{\bar{x}=0} = Q_0\psi_8,\ \psi_8 = 2\sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-\lambda_n^2\beta_0},\ B_n = \frac{\lambda_n\cos\lambda_n}{\lambda_n + \sin\lambda_n\cos\lambda_n}. \qquad (326)$$

Подъем уровня в водоеме (при $\bar{x}=1$)

$$h = H_0(1-\varphi_7),\ 1-\varphi_7 = 1-2\sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\lambda_n^2\beta_0},$$

$$C_n = \frac{\sin\lambda_n}{\lambda_n + \sin\lambda_n\cos\lambda_n}. \qquad (327)$$

В формулах (325)...(327) λ_n — корни характеристического уравнения $\lambda_n\operatorname{tg}\lambda_n = 1/\alpha$, $\alpha = a/\delta L$, $\beta_0 = t/\tau$, $\tau = \delta L^2/kT$. Из формул (325)...(327) следует, что коэффициенты расходов ψ_7, ψ_8 и напоров $(1-\varphi_7)$ зависят от двух параметров: относительного времени β_0 и относительной вместимости водоема $\alpha = a/\delta L$. В таблицах 26 и 27 приведены результаты вычислений по формулам (325)...(327) коэффициентов ψ_7, ψ_8, $(1-\varphi_7)$ для некоторых значений β_0 и α.

На основании этих вычислений построены зависимости (рис. 38...41). Для рисунков 38...40 характерно то, что все значения коэффициентов расходов и напоров для конечных величин $\alpha > 0$ лежат между предельными кривыми, соответствующими бесточной схеме ($\alpha = 0$) и дренированной системе ($\alpha = \infty$). На рисунке 38 видно, как водоемы увеличивают фильтрационный расход. Из рисунка 39 следует, что расход притока грунтовых вод к водоему сначала возрастает, а затем по мере подъема уровня воды в водоеме уменьшается; максимальный приток к водоему лежит в пределах относительного времени $\beta_0 = 0{,}2...0{,}5$. Динамика подъема уровня в водоеме представлена на рисунке 40, откуда видно замедляющее влияние водоемов на подъем уровня грунтовых вод. Для больших значений β_0 зависимости построены на рисунке 41, где по оси абсцисс отложены

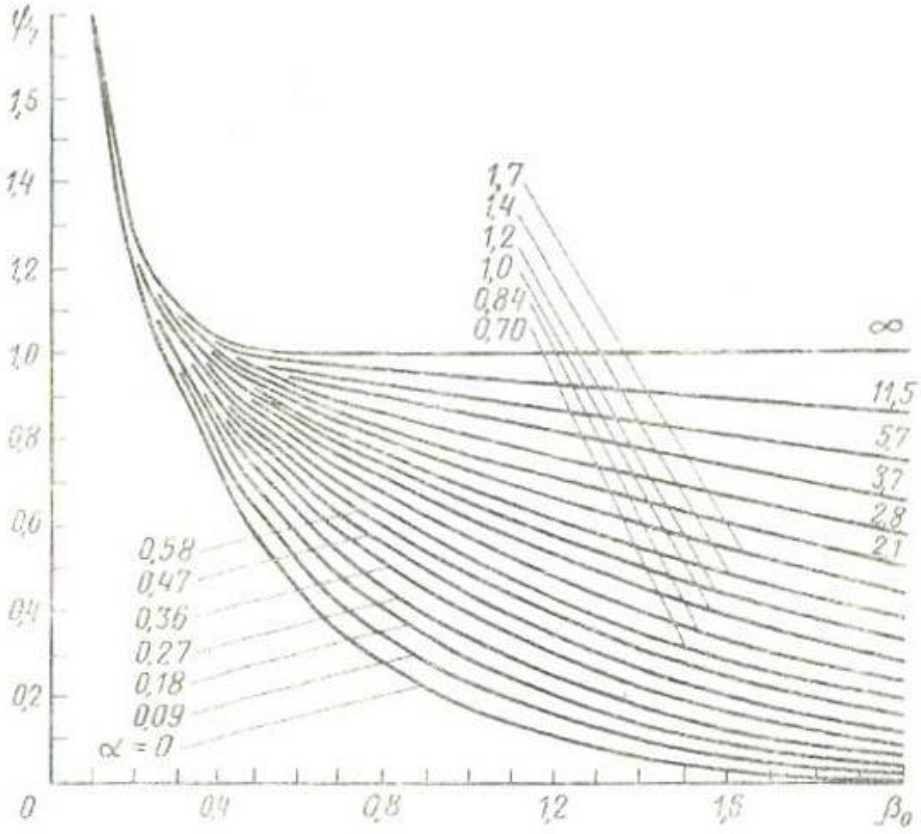


Рис. 38. Зависимость коэффициента расхода на фильтрацию из канала ψ_7 от относительного времени β_0 и относительной емкости водоема $\alpha = a/\delta L$ для случая подпертой фильтрации из канала при наличии заполняющихся водоемов.

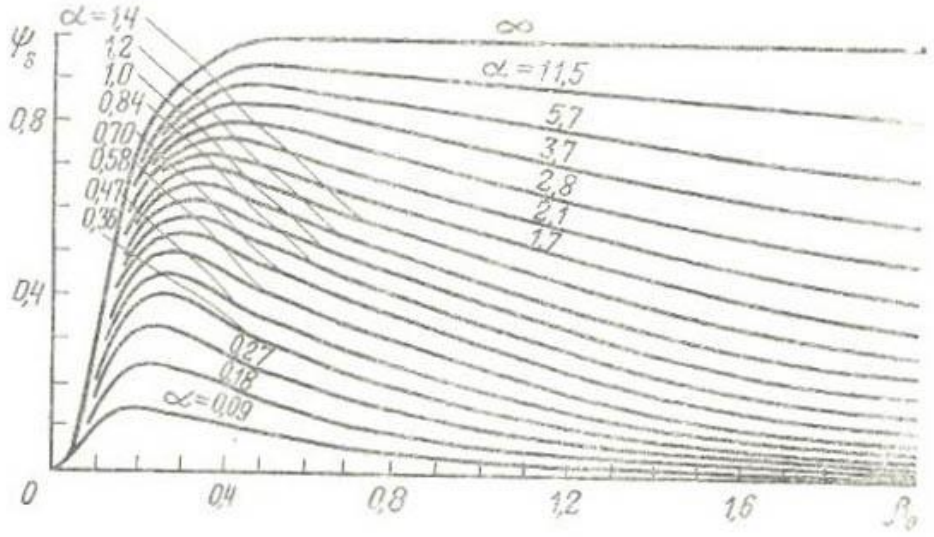


Рис. 39. Зависимость коэффициента притока воды в заполняющиеся водоемы ψ_8 от относительного времени β_0 и относительной вместимости водоема α.

26. Значения коэффициентов ψ_7, ψ_8 и $(1-\varphi_7)$ в условиях бессточного бассейна грунтовых вод, но при наличии заполняющихся водоемов в зависимости от β_0 и α (для $0{,}1<\beta_0<2$)

$\frac{1}{\alpha}$	α	$\beta_0=0{,}1$			$\beta_0=0{,}2$			$\beta_0=0{,}4$		
		ψ_7	ψ_8	$1-\varphi_7$	ψ_7	ψ_8	$1-\varphi_7$	ψ_7	ψ_8	$1-\varphi_7$
∞	0	1,78	0	0,05	1,24	0	0,23	0,74	0	0,53
11,4300	0,0875	1,78	0,09	0,04	1,25	0,13	0,18	0,80	0,10	0,45
5,6700	0,1760	1,78	0,12	0,03	1,26	0,23	0,14	0,84	0,19	0,39
3,7300	0,2680	1,78	0,18	0,02	1,26	0,31	0,12	0,87	0,27	0,35
2,7500	0,3640	1,78	0,20	0,02	1,27	0,37	0,10	0,89	0,34	0,31
2,1400	0,4660	1,78	0,21	0,01	1,27	0,42	0,09	0,91	0,40	0,27
1,7300	0,5770	1,78	0,22	0,01	1,27	0,46	0,07	0,92	0,46	0,24
1,4300	0,7000	1,78	0,23	0,01	1,27	0,49	0,06	0,94	0,51	0,21
1,1900	0,8390	1,78	0,24	0,01	1,27	0,52	0,06	0,95	0,56	0,19
1,0000	1,0000	1,78	0,25	0,01	1,27	0,55	0,05	0,96	0,60	0,17
0,8390	1,1900	1,78	0,26	0,01	1,27	0,57	0,04	0,97	0,64	0,15
0,7000	1,4300	1,78	0,26	0,01	1,27	0,59	0,04	0,98	0,68	0,13
0,5770	1,7300	1,78	0,27	0	1,28	0,61	0,03	0,99	0,72	0,11
0,4660	2,1400	1,78	0,27	0	1,28	0,63	0,02	1,00	0,76	0,09
0,3640	2,7500	1,78	0,28	0	1,28	0,65	0,02	1,00	0,80	0,08
0,2680	3,7300	1,78	0,28	0	1,28	0,67	0,01	1,01	0,84	0,06
0,1760	5,6700	1,78	0,28	0	1,28	0,69	0,01	1,02	0,87	0,04
0,0875	11,4300	1,78	0,29	0	1,28	0,70	0,01	1,03	0,92	0,02
0	∞	1,78	0,29	0	1,28	0,72	0	1,04	0,96	0

Продолжение

$\frac{1}{\alpha}$	α	$\beta_0=0.6$			$\beta_0=0.8$			$\beta_0=1.0$			$\beta_0=2.0$		
		ψ_7	ψ_8	$1-\varphi_7$	ψ_7	ψ_8	$1-\varphi_7$	ψ_7	ψ_8	$1-\varphi_7$	ψ_7	ψ_8	$1-\varphi_7$
∞	0	0,45	0	0,71	0,28	0	0,82	0,17	0	0,89	0,02	0	0,99
11,4300	0,0875	0,52	0,07	0,64	0,35	0,04	0,76	0,23	0,03	0,84	0,03	0	0,98
5,6700	0,1760	0,58	0,13	0,58	0,40	0,09	0,72	0,29	0,07	0,79	0,05	0,01	0,97
3,7300	0,2680	0,63	0,20	0,52	0,46	0,15	0,65	0,34	0,11	0,74	0,07	0,02	0,95
2,7500	0,3640	0,67	0,26	0,47	0,51	0,20	0,60	0,39	0,15	0,69	0,10	0,04	0,92
2,1400	0,4660	0,71	0,32	0,43	0,56	0,25	0,55	0,44	0,20	0,65	0,13	0,06	0,89
1,7300	0,5770	0,74	0,38	0,38	0,60	0,31	0,50	0,48	0,25	0,60	0,17	0,08	0,86
1,4300	0,7000	0,77	0,43	0,35	0,63	0,36	0,46	0,53	0,30	0,55	0,20	0,11	0,83
1,1900	0,8390	0,80	0,48	0,31	0,67	0,41	0,42	0,57	0,34	0,51	0,25	0,15	0,79
1,0000	1,0000	0,82	0,53	0,28	0,70	0,46	0,38	0,61	0,40	0,47	0,29	0,20	0,75
0,8390	1,1900	0,84	0,58	0,25	0,74	0,51	0,34	0,65	0,45	0,42	0,34	0,23	0,70
0,7000	1,4300	0,86	0,63	0,22	0,77	0,56	0,31	0,68	0,50	0,38	0,39	0,28	0,65
0,5770	1,7300	0,88	0,67	0,19	0,80	0,61	0,27	0,72	0,56	0,33	0,45	0,34	0,59
0,4660	2,1400	0,90	0,72	0,16	0,83	0,67	0,23	0,76	0,62	0,29	0,51	0,41	0,52
0,3640	2,7500	0,92	0,77	0,13	0,86	0,73	0,19	0,81	0,68	0,24	0,59	0,49	0,45
0,2680	3,7300	0,94	0,82	0,10	0,89	0,78	0,14	0,85	0,75	0,19	0,66	0,58	0,36
0,1760	5,6700	0,96	0,87	0,07	0,92	0,85	0,10	0,89	0,82	0,13	0,76	0,70	0,26
0,0875	11,4300	0,98	0,93	0,04	0,96	0,92	0,05	0,94	0,90	0,07	0,86	0,83	0,11
0	∞	1,01	0,99	0	1,00	1,00	0	1,00	1,00	0	1,00	1,00	0

27. Значения ψ_7 и $(1-\varphi_7)$ в зависимости от α и β_0 (для $2<\beta_0<16$)

α	$\beta_0=1$		$\beta_0=2$		$\beta_0=4$		$\beta_0=6$	
	ψ_7	$1-\varphi_7$	ψ_7	$1-\varphi_7$	ψ_7	$1-\varphi_7$	ψ_7	$1-\varphi_7$
0	0,170	0,892	0,016	0,990	0	1,000	0	1,000
0,0875	0,228	0,844	0,030	0,981	0	1,000	0	1,000
0,1760	0,286	0,792	0,048	0,965	0,001	0,999	0	1,000
0,2680	0,338	0,744	0,071	0,946	0,003	0,998	0	1,000
0,3640	0,390	0,693	0,099	0,922	0,007	0,995	0	1,000
0,4660	0,436	0,646	0,132	0,894	0,012	0,990	0,001	0,999
0,5570	0,482	0,597	0,165	0,865	0,020	0,983	0,002	0,998
0,7000	0,525	0,554	0,203	0,828	0,031	0,974	0,005	0,996
0,8390	0,566	0,510	0,245	0,788	0,045	0,961	0,009	0,993
1,0000	0,607	0,466	0,290	0,745	0,066	0,942	0,015	0,987
1,1900	0,645	0,423	0,338	0,698	0,092	0,918	0,025	0,978
1,4300	0,683	0,380	0,388	0,647	0,125	0,886	0,040	0,963
1,7300	0,724	0,332	0,447	0,588	0,170	0,844	0,065	0,940
2,1400	0,764	0,286	0,511	0,522	0,228	0,787	0,102	0,904
2,7500	0,806	0,236	0,584	0,446	0,308	0,708	0,162	0,846
3,7300	0,849	0,185	0,663	0,364	0,406	0,610	0,260	0,761
5,6700	0,894	0,132	0,756	0,264	0,544	0,472	0,389	0,622
11,4300	0,942	0,070	0,864	0,144	0,730	0,278	0,616	0,392
∞	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0

Продолжение

α	$\beta_0=8$		$\beta_0=10$		$\beta_0=12$		$\beta_0=14$		$\beta_0=16$	
	ψ_7	$1-\varphi_7$	ψ_7	$1-\varphi_7$	ψ_7	$1-\varphi_7$	ψ_7	$1-\varphi_7$	ψ_7	$1-\varphi_7$
0	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,0875	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,1760	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,2680	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,3640	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,4660	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,5570	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,7000	0,001	0,999	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
0,8390	0,002	0,999	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000
1,0000	0,003	0,997	0,001	0,999	0	1,000	0	1,000	0	1,000
1,1900	0,007	0,994	0,002	0,998	0	1,000	0	1,000	0	1,000
1,4300	0,013	0,988	0,004	0,996	0,001	0,999	0	1,000	0	1,000
1,7300	0,025	0,977	0,009	0,991	0,004	0,997	0,001	0,999	0,001	0,999
2,1400	0,046	0,957	0,020	0,981	0,009	0,991	0,004	0,996	0,002	0,998
2,7500	0,085	0,919	0,045	0,957	0,024	0,978	0,012	0,988	0,007	0,994
3,7300	0,152	0,854	0,093	0,911	0,057	0,945	0,035	0,967	0,022	0,980
5,6700	0,278	0,730	0,199	0,806	0,144	0,860	0,103	0,900	0,073	0,929
11,4300	0,518	0,488	0,437	0,568	0,368	0,636	0,311	0,692	0,262	0,741
∞	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0	1,000	0

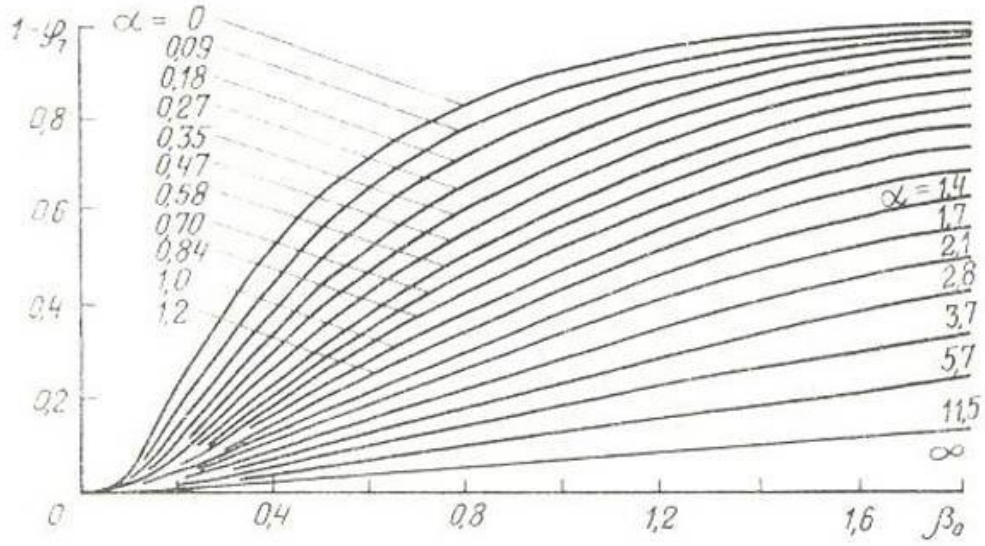


Рис. 40. Зависимость коэффициента подъема уровня воды в водоеме $(1-\varphi_7)$ от относительного времени β_0 и относительной вместимости водоема α.

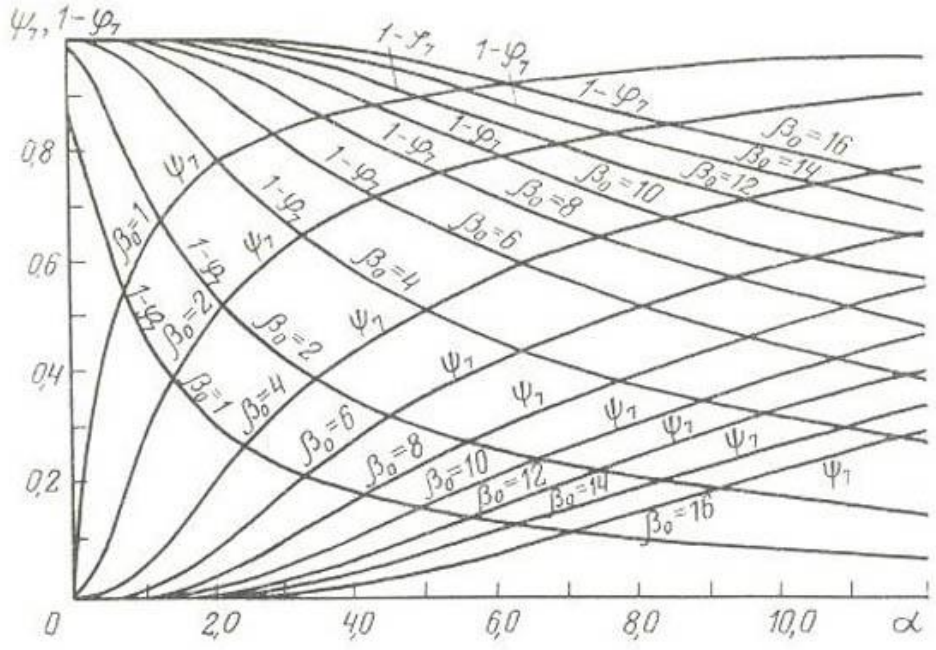


Рис. 41. Зависимость коэффициента фильтрационного расхода и подъема уровня воды в водоеме $(1-\varphi_7)$ от относительной вместимости водоема α для различных моментов относительного времени β_0, при $1<B_0<16$.

значения относительной вместимости водоема $\alpha = a/\delta L$, а по оси ординат — коэффициенты ψ_7 (фильтрационный расход) и $(1-\varphi_7)$ (подъем уровня воды в водоеме) для одних и тех же времен ($\beta_0 = \text{const}$).

Из приведенных рисунков видно, что водоемы оказывают большое влияние на поток грунтовых вод, это необходимо учитывать при анализе режима грунтовых вод.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА СТАДИЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ КАНАЛОВ

Ранее было отмечено, что длительная фильтрация из каналов протекает в условиях трех качественно отличных стадий, последовательно сменяющих одна другую.

В первую стадию — стадию смачивания грунта — фильтрационные потери при глубоком начальном уровне грунтовых вод насыщают сухой грунт в зоне канала. Причем опускающийся фильтрационный поток еще не связан с глубоко залегающими грунтовыми водами. Фильтрационные потери уменьшаются с течением времени, и их изменение может быть приближенно описано уравнением, основанным на рассмотрении характера впитывания,

$$Q_\Phi = \overline{Q}_\Phi \left(1 + \frac{b}{\sqrt{t}}\right), \qquad (328)$$

где $\overline{Q}_\Phi$ — установившиеся потери в условиях свободной фильтрации, по формуле (39) равные

$$\overline{Q}_\Phi = k_в \left(1 + 0{,}5\,\frac{h_в}{B}\right)(B + 2h_0).$$

Коэффициент в формуле (328) для скорости впитывания отражает действие капиллярных сил и сил тяжести (в том числе глубины заполнения канала) и по формуле (20) равен

$$b \approx 0{,}6\sqrt{\frac{w_1 h_к + 1{,}4h_0}{k_в}}$$

при начальной влажности $w = w_0$, то есть при начальном сухом грунте.

Первая стадия продолжается до момента смыкания фронта опускающегося фильтрационного потока с капиллярной каймой грунтовых вод. Приближенно про-

должительность первой стадии для крупных каналов без учета растекания равна

$$t_1 \approx (H_0 - h_к)\,\delta/k_в, \qquad (329)$$

где H_0 — превышение дна канала над уровнем грунтовых вод; $h_к$ — высота капиллярного поднятия; $k_в$ — коэффициент водопроницаемости с учетом защемленного воздуха; $\delta = \omega_1 - \omega_0$ — свободная порозность при смачивании сухого грунта.

Для крупных каналов первая стадия весьма непродолжительна, и фронт опускающегося фильтрационного потока вскоре после начала работы канала достигает капиллярной каймы грунтовых вод.

Вторая стадия — стадия капиллярно-грунтового потока — начинается с момента смыкания фронта фильтрационного потока с капиллярной каймой грунтовых вод. При этом фронт опускающегося фильтрационного потока имеет влажность $\omega < \omega_1$, где ω_1 — полная влагоемкость, и давление при неполном насыщении грунта $p < p_a$, где p_a — атмосферное давление. В зоне капиллярной каймы имеются аналогичные условия, то есть $\omega < \omega_1$ и $p < p_a$. Ввиду указанных особенностей действия поверхностных (капиллярных) сил после достижения фронтом опускающегося фильтрационного потока капиллярной каймы уровень грунтовых вод под каналом не мгновенно поднимается до уровня воды в канале, и некоторое время между областью грунтовой воды ($p > p_a$) непосредственно под дном канала и поверхностью основного потока грунтовых вод имеется зона неполного насыщения с давлением $p < p_a$. В дальнейшем поступающие фильтрационные воды расходуются частично на повышение уровня грунтовых вод, а остальные — на отток в сторону от канала.

С одной стороны, подъем уровня грунтовых вод под каналом увеличивает давление, сокращает зону с давлением $p < p_a$, отчего в этой стадии можно ожидать уменьшения расхода на фильтрацию. С другой стороны, подземный отток зависит как от гидрогеологических условий, так и от характера и интенсивности питания потока грунтовых вод.

Примем, что во второй стадии фильтрации фильтрационный расход уменьшается так же, как и в первой стадии, то есть

$$Q_t = \overline{Q}_Ф \left(1 + \frac{b}{\sqrt{t}}\right).$$

Но тогда приближенно можно считать, что питание потока грунтовых вод происходит по закону

$$Q_t = A + Bt^{-1/2} \text{ при } A = \bar{Q}_\Phi,\ B = b\bar{Q}_\Phi. \tag{330}$$

Рассмотрим режим грунтовых вод для потока большой длины (бессточный бассейн) при поступлении в него расхода Q_t, изменяющегося по закону (330) в сечении $x=0$. Основное уравнение (143), учитывая выражение для расхода

$$Q = -kT\partial h/\partial x, \tag{331}$$

может быть записано так:

$$\delta\partial h/\partial t = -\partial Q/\partial x.$$

Дифференцируя по x, имеем:

$$\partial Q/\partial t = kT\partial^2 Q/\delta\partial x^2, \tag{332}$$

то есть уравнение типа теплопроводности относительно расходов (Лыков, 1952).

Используя решения для уравнения (143), можно непосредственно получить $Q(x, t)$ при заданных граничных и начальных условиях и затем интегрированием формулы (331) найти $h(x, t)$. Решение (143) при условиях: $t=0$, $h=0$, $0<x<\infty$; $h=0$, $x=\infty$; $t>0$, $x=0$, $h=A+Bt^{-1/2}$ — получим, используя известное соотношение (160):

$$h(x,\ t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{\frac{x}{2\sqrt{at}}}^{\infty} f\left(t - \frac{x^2}{4az^2}\right) e^{-z^2} dz \text{ при } a = kT/\delta,$$

где $f(t)$ — заданная функция $f=h(0, t)$.

Подставляя в формулу (160) зависимость $h(0, t) = A + Bt^{-1/2}$, получаем:

$$h(x,\ t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{x/2\sqrt{at}}^{\infty} \left(a + \frac{B}{\sqrt{t - x^2/4az^2}}\right) e^{-z^2}\, dz =$$

$$= A\,\mathrm{erfc}\,(x/2\sqrt{at}) + Bt^{-1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right). \tag{333}$$

Аналогично, принимая $Q(0,\ t) = \frac{1}{2}\bar{Q}_\Phi(1 + b/\sqrt{t})$, получаем решение (332) в виде

$$Q(x,\ t) = \frac{1}{2}\bar{Q}_\Phi \mathrm{erfc}\,(x/2\sqrt{at}) + \frac{b\bar{Q}_\Phi}{2\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right). \tag{334}$$

Подставляя формулу (334) в уравнение (331) и интегрируя, имеем:

$$h(x,\ t)=\frac{\bar{Q}_\Phi}{2kt}\left[(b\sqrt{a\pi}-x)\operatorname{erfc}(x/2\sqrt{at})+\right.$$

$$\left.+\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{at}\exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right)\right]. \qquad (335)$$

При $x=0$

$$h(0,\ t)=\frac{1}{2}\bar{Q}_\Phi\frac{b\sqrt{\pi}}{\sqrt{kT\delta}}+\frac{\bar{Q}_\Phi}{\sqrt{\pi kT\delta}}\sqrt{t}. \qquad (336)$$

Первый член в формуле (336) не зависит от времени и соответствует мгновенному подъему уровня грунтовых вод в связи с поступлением части фильтрационного расхода $b\bar{Q}_\Phi/\sqrt{t}$. Второй член изображает параболический подъем поверхности грунтовых вод под влиянием поступления части расхода $\bar{Q}_\Phi=\text{const}$. Аналогичные результаты можно получить на основании зависимостей, изложенных выше.

Таким образом, если принять, что сосредоточенное питание потока грунтовых вод происходит по закону (330), то подъем уровня грунтовых вод под каналом складывается из мгновенного подъема на некоторую величину и дальнейшего параболического подъема поверхности грунтовых вод до уровня воды в канале.

Принятые предположения удовлетворительно подтверждаются лабораторными опытами, что будет показано ниже. Обозначая через H_0 фактическое превышение уровня воды в канале над уровнем грунтовых вод, считаем, что при поступлении фильтрационного потока происходит быстрый подъем уровня грунтовых вод от $h=0$ до $h=h_1$, а затем параболический подъем от $h=h_1$ до $h=H_0$. Тогда, учитывая формулу (336), можем написать:

$$h_1=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{b\bar{Q}_\Phi}{\sqrt{kT\delta}}=H_0', \qquad (337)$$

$$h-h_1=\frac{\bar{Q}_\Phi}{\sqrt{\pi kT\delta}}\sqrt{t}. \qquad (338)$$

В частности, при $h=H_0$, $t=t_2$

$$t_2=\frac{(H_0-h_1)^2\pi kT\delta}{\bar{Q}_\Phi^2}=\frac{\pi^2}{4}b^2\left(\frac{H_0}{H_0'}-1\right)^2, \qquad (339)$$

где t_2 — время подъема уровня грунтовых вод под каналом от $h=h_1=H_0^1$ до $h=H_0$; $H_0^1=h_1$ — быстрый подъем уровня грунтовых вод под каналом — скачок, вызванный характером поступления фильтрационного расхода в поток грунтовых вод и связанный как с размерами канала и физическими свойствами грунта, так и с условиями подземного оттока. Можно трактовать величину H_0^1 как уровень грунтовых вод, при котором осуществляется переход от свободной к подпертой фильтрации.

Действительно, если фактический уровень грунтовых вод $H_0<H_0^1$, то практически сразу же после непродолжительной первой стадии установятся условия подпертой фильтрации, так как соотношение поступающего фильтрационного расхода и условий подземного оттока таково, что быстрый подъем поверхности грунтовых вод произойдет до уровня воды в канале и осуществится сразу же гидравлическая связь канала и бассейна грунтовых вод, то есть сформируется сплошной поток грунтовых вод.

Если же начальный уровень грунтовых вод $H_0>H_0^1$, то мгновенный подъем поверхности грунтовых вод не достигнет зоны канала и в начале движения будет наблюдаться свободная фильтрация в форме капиллярно-грунтового потока.

Продолжительность второй стадии в этом случае может быть определена по формуле (339). Приведенные зависимости относились к потокам большой длины (бессточные бассейны). При рассмотрении динамики подземного оттока для различных условий было доказано, что испарение с поверхности грунтовых вод, дренаж, естественные стоки, соседние каналы и другие факторы в начальный период практически не сказываются на характере подъема уровня грунтовых вод. Их влияние начинает проявляться позже. Это позволяет придать формулам (337)...(339) более общий характер и распространить их для оценки перехода от свободной к подпертой фильтрации из каналов в условиях однородных грунтов.

Третья стадия — стадия сплошного потока грунтовых вод — осуществляется при полной гидравлической связи фильтрационного потока в зоне канала и потока грунтовых вод. Продолжительность этой стадии определяется условиями подземного оттока, дренированностью

системы, питанием и испарением грунтовых вод по пути движения и т. д.

Учитывая изложенное, даем следующую количественную характеристику условий фильтрации из каналов.

Условия подземного оттока хорошие, грунтовые воды залегают глубоко, небольшой канал без противофильтрационных мероприятий или большой канал с противофильтрационными одеждами. В этом случае $\bar{Q}_ф < \bar{Q}_д$ и свободная фильтрация осуществляется при любой длительности работы канала; $\bar{Q}_ф$ — расход на фильтрацию из канала в условиях установившейся свободной фильтрации вычисляется по формуле (39); наибольший возможный в данных условиях подземный отток грунтовых вод при весьма длительной фильтрации $\bar{Q}_д$ определяется для различных гидрогеологических условий с учетом дренажа, испарения с поверхности грунтовых вод и т. д. Фильтрационные потери определяются в этом случае по формуле (328) для свободной фильтрации и зависят от физических свойств грунта и размеров канала.

Условия подземного оттока плохие, грунтовые воды залегают близко, каналы любых размеров. В этом случае $\bar{Q}_ф > \bar{Q}_д$ и $H_0 < H_0^1$, то есть наибольший подземный отток не обеспечивает отвода фильтрационных потерь, и они уже лимитируются условиями оттока, а не размерами канала. Условия подпертой фильтрации в рассматриваемом случае возникают сразу же после начала работы канала, то есть уровень грунтовых вод $H_0 < H_0^1$, где H_0^1 определяется по формуле (337). Фильтрация, минуя первую и вторую стадии, сразу протекает как подпертая, то есть осуществляется третья стадия — стадия сплошного потока грунтовых вод. Изменения фильтрационных потерь в условиях подпертой фильтрации были подробно рассмотрены для различных гидрогеологических условий выше. Приближенно можно считать, что потери в этих условиях уменьшаются во времени по закону $Q_t = A/\sqrt{t}$.

Условия подземного оттока плохие, исходный уровень грунтовых вод залегает глубоко, размеры канала невелики (или проведены противофильтрационные мероприятия). В этом случае $\bar{Q}_ф > \bar{Q}_д$, но $H_0 > H_0^1$. Тогда в начале работы канала осуществляется свободная фильтрация, причем потери определяются по формуле (328). После смыкания фронта фильтрационного по-

тока с капиллярной зоной наступает вторая стадия фильтрации — стадия капиллярно-грунтового потока; эта стадия продолжается в течение времени t_2, определяемого по формуле (339). После того как поднимающиеся под каналом грунтовые воды достигнут зоны канала, фильтрация из свободной перейдет в подпертую, и в пределе при длительной работе канала фильтрационные потери будут лимитироваться условиями подземного оттока, то есть величиной $\bar{Q}_д$. При $t<t_2$ потери могут быть определены по формуле (328) для условий свободной фильтрации, а при $t>t_2$ они будут изменяться по зависимостям, действительным для подпертой фильтрации, то есть $Q_t=Q_2\sqrt{t_2/t}$ (наименьшее значение $\bar{Q}_д$).

ГЛАВА IV

ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ *

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ КАНАЛОВ НА РЕЖИМ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ НАЛИЧИИ ПОДЗЕМНОГО ОТТОКА

Задача лабораторного эксперимента — исследование влияния работы оросительных каналов при наличии подземного оттока, что характерно для систем, расположенных на повышенных элементах рельефа, таких, как вторые террасы рек Средней Азии, в бассейнах Волги, Дона, а также для систем, имеющих искусственный дренаж.

В опытах исследовались: подъем грунтовых вод под каналом и в стороне от него; изменение во времени фильтрационных потерь; режим подземного оттока; влияние гидрогеологических условий (глубина залегания поверхности водоупора, начальное положение уровня грунтовых вод) на режим грунтовых вод, потери и дренажный сток; влияние размеров канала и глубины воды в нем на режим грунтовых вод и фильтрационные потери; фильтрационные потери при установившемся режиме; выбор наиболее благоприятных размеров канала и режима его работы.

Методика проведения опытов. Эксперименты проводились в горизонтальном лотке общей длиной 370 см, шириной 70 см и высотой 80 см. По торцевым стенкам лотка были устроены карманы шириной 37 см каждый, отделенные от центральной части латунной сеткой. Лоток был загружен мелким однородным песком (характеристика грунта приведена на стр. 207). Были проведены три серии опытов со слоем песка 70, 37 и 12 см, чем моделировалась различная глубина залегания поверхности водоупора. Канал был расположен посредине лотка. Ось его находилась на расстоянии 148 см от каждой из сеток. Канал имел размеры: ширину по дну b_0 от 2,5 до 15 см, коэффициент заложения откосов $m=1{,}5$, глубина воды изменялась в различных опытах в пределах $0{,}5<h_0<3{,}1$ см. Начальный уровень грунтовых вод изменялся в пределах $0<T_0<64$ см (рис. 42). При различных гидрогеологических условиях (глубина залегания поверхности водоупора, глубина залегания уровня грунтовых вод) подавалась вода в канал и наблюдался подъем уровня грунтовых вод как непосредственно под дном канала, так и в стороне от него (между каналом и отсеками). Одновременно замерялась вода, поступающая в грунт из канала (фильтрационные потери) и вытекающая из грунта в карманы. Уровни воды в течение одного опыта поддерживались постоянными как в канале, так и в отсеках. Обозначения, принятые для описания ла-

* Лабораторные исследования проводились в лаборатории кафедры сельскохозяйственных мелиораций Московского гидромелиоративного института М. И. Каплинским при участии Б. М. Живовой под руководством А. Н. Костякова и автора.

Подробно результаты исследований изложены в работе С. Ф. Аверьянова (1956).

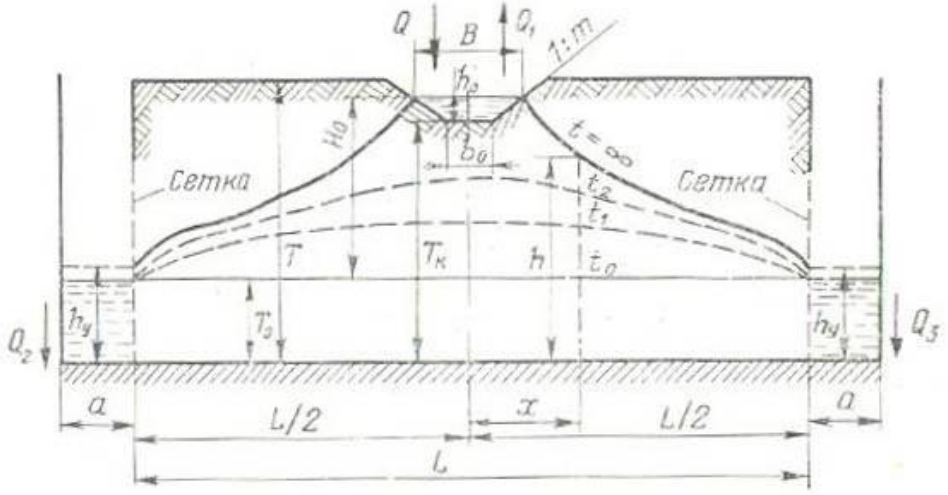


Рис. 42. Схема фильтрации из канала при наличии подземного оттока, принятая в лабораторных опытах.

бораторных опытов, следующие: k — коэффициент фильтрации грунта, см/с; δ — свободная пористость выше уровня грунтовых вод; b_0 — ширина канала по дну, см; m — заложение откосов, постоянное для всех опытов; h_0 — глубина воды в канале, см; $B=b_0+2mh_0$ — ширина канала по урезу воды, см; l — длина канала, равная ширине лотка; $a=37$ см — ширина кармана; $L=296$ см — расстояние между карманами — длина рабочей части лотка; $T_{ср}$ — средняя мощность потока грунтовых вод; h — глубина потока грунтовых вод (в произвольном месте); h_y — глубина воды в карманах к концу опыта ($h_y \geqslant T_0$); расход подачи в канал, см^3/с; Q_1 — расход слива из канала, см^3/с; Q_2 и Q_3 — расходы слива из левого и правого карманов, см^3/с; $Q_f=Q-Q_1$ — расход на фильтрацию из канала в момент времени t от начала опыта, см^3/с; $W_t=\int_0^t Q_t dt$ — объем воды, поступившей из канала в грунтовые воды за время опыта t, см^3.

Результаты наблюдений за фильтрацией из каналов при оттоке грунтовых вод приведены в таблице 28.

Из 55 опытов 18 были проведены при глубоком залегании водоупора ($T=70$ см), 22 опыта — при средней глубине водоупора ($T=37$ см) и расположении дна канала на $T_к=28{,}5$ см от дна лотка, 15 опытов — при близком водоупоре ($T_к=8{,}5$ см). Причем 4 опыта проведены при значительной капиллярной зоне ($T=37$ см) и 11 опытов — при незначительной капиллярной зоне ($T=12$ см).

Из 55 опытов девять были проведены в условиях только установившегося режима. Следовательно, для изучения неустановившейся фильтрации могут быть использованы результаты 46 опытов, тогда как формулы по определению фильтрации из каналов для стационарного режима могут быть проверены на всех 55 опытах.

Расчетные элементы и условия изменялись в опытах в значительных пределах. Так, глубина воды в канале колебалась от 0,5 до 3,1 см, ширина канала поверху — от 6,5 до 24 см и ширина по дну — от 2,5 до 15 см. Глубина залегания водоупора изменялась (считая от дна канала) от 8,5 до 65,2 см. Начальная глу-

28. Лабораторные данные по определению влияния фильтрации из канала на режим грунтовых вод (при наличии подземного оттока)

№ опыта	b_0, см	h_0, см	B, см	$T_к$, см	H_0+T_0, см	T_0, см	$h_у$, см	Превышение уровня воды в канале: начало H_0, см	Превышение уровня воды в канале: конец $T_0+H_0-h_у$, см	h ($x=\pm10$), см	Продолжительность, мин: всего опыта t	Продолжительность, мин: период установления $t_у$	Q_0, см²/с
Глубокое залегание водоупора ($T=70$ см, $T_к=64{,}4...65{,}2$ см)													
1	5,0	1,0	8,0	64,4	65,4	64,0	64,2	1,4	1,2	64,9	194	15	1,16
2	5,0	1,0	8,0	65,2	66,2	63,7	64,5	2,5	1,7	65,2	135	18	1,50
3	5,0	0,9	7,7	65,2	66,1	63,9	64,4	2,2	1,7	65,2	968	13	1,50
4	5,0	0,8	7,4	65,2	66,0	63,4	64,3	2,6	1,7	65,2	275	20	1,50
5	5,0	1,0	8,0	65,2	66,2	63,9	64,1	2,3	2,1	65,7	177	24	2,35
6	5,0	1,0	8,0	64,9	65,9	60,8	61,6	5,1	4,3	65,2	978	20	4,32
7	5,0	1,0	8,0	64,9	65,9	60,3	60,9	5,6	5,0	64,3	150	20	4,50
8	5,0	1,0	8,0	65,2	66,2	50,8	51,6	15,4	14,6	61,5	291	28	11,20
9	5,0	0,5	6,5	64,4	64,9	29,7	30,5	35,2	34,4	48,6	129	75	19,90
10	5,0	1,0	8,0	64,4	65,4	29,6	30,7	35,8	34,7	50,2	1281	41	23,60
11	5,0	1,0	8,0	65,2	66,2	29,8	30,8	36,4	35,4	50,1	314	62	24,20
12	5,0	2,0	11,0	64,4	66,4	29,9	30,7	36,5	35,7	48,8	980	60	28,20
13	2,5	1,5	7,0	64,4	65,9	10,0	11,2	55,9	54,7	37,6	1386	116	22,20
14	5,0	2,0	11,0	64,4	66,4	10,1	10,9	56,3	55,5	39,6	1123	108	25,90

Продолжение

№ опыта	b_0, см	h_0, см	B, см	$T_к$, см	H_0+T_0, см	T_0, см	$h_у$, см	Превышение уровня воды в канале: начало H_0, см	Превышение уровня воды в канале: конец $T_0+H_0-h_у$, см	h ($x=\pm 15$), см	Продолжительность, мин: всего опыта, t	Продолжительность, мин: период установления t_0	Q_0, см³/с
15	5,0	2,0	11,0	64,4	66,4	9,9	10,9	56,5	55,5	38,6	1317	140	23,60
16	15,0	1,0	18,0	64,4	65,4	9,9	11,6	55,5	53,8	43,7	2917	115	27,50
17	5,0	1,2	8,6	64,4	65,6	0	2,0	65,6	63,6	37,6	3713	208	26,00
18	5,0	1,0	8,0	64,4	65,4	0	2,0	65,4	63,4	35,8	2947	207	25,20
				Среднее залегание водоупора ($T=37$ см, $T_к=28{,}5$ см)									
19	5,0	1,0	8,0	28,5	29,5	28,0	28,1	1,5	1,4	28,9	59	16	0,84
20	5,0	2,0	11,0	28,5	30,5	28,0	28,2	2,5	2,3	29,8	50	16	1,58
21	5,0	3,0	14,0	28,5	31,5	28,0	28,3	3,5	3,2	30,5	65	16	2,45
22	5,0	0,5	6,5	28,5	29,0	26,5	26,7	2,5	2,3	28,0	109	16	1,60
23	5,0	1,0	8,0	28,5	29,5	26,6	26,8	2,9	2,7	28,7	203	18	1,90
24	5,0	2,0	11,0	28,5	30,5	26,3	26,8	4,2	3,7	29,6	55	17	2,50
25	5,0	3,0	14,0	28,5	31,5	26,3	26,8	5,2	4,7	30,4	55	20	3,35
26	5,0	0,5	6,5	28,5	29,0	23,4	23,7	5,6	5,3	27,6	73	17	3,30
27	5,0	1,2	8,6	28,5	29,7	23,4	23,8	6,3	5,9	28,1	65	22	4,02
28	5,0	2,2	11,6	28,5	30,7	23,6	24,1	7,1	6,6	29,2	36	20	4,90
29	5,0	3,0	14,0	28,5	31,5	23,5	23,9	8,0	7,6	29,9	45	20	5,56

30	5,0	1,0	8,0	28,5	29,5	9,9	10,4	19,6	19,1	25,3	90	36	11,10
31	5,0	1,0	8,0	28,5	29,5	9,8	10,3	19,7	19,2	24,7	240	—	10,20
32	15,0	1,0	18,0	28,5	29,5	10,0	10,5	19,5	19,0	26,7	58	40	12,40
33	5,0	2,0	11,0	28,5	30,5	9,7	10,4	20,8	20,1	26,4	60	40	11,30
34	5,0	3,0	14,0	28,5	31,5	9,8	10,3	21,7	21,2	27,7	390	30	12,50
35	15,5	3,0	24,0	28,5	31,5	10,0	10,5	21,5	21,0	28,7	55	25	13,60
36	5,0	0,5	6,5	28,5	29,0	0	0,1	29,0	28,9	23,9	95	48	13,00
37	5,0	1,0	8,0	28,5	29,5	0	0,3	29,5	29,2	25,0	373	52	13,50
38	5,0	1,2	8,6	28,5	29,7	0	0,6	29,7	29,1	25,4	76	54	13,80
39	5,0	2,0	11,0	28,5	30,5	0	0,5	30,5	30,0	26,1	75	40	14,60
40	15,0	3,0	24,0	28,5	31,5	23,4	23,9	8,1	7,6	30,3	1135	16	5,18
Мелкое залегание водоупора и значительная капиллярная зона ($T=37$ см, $T_к=8,5$ см)													
41	5,0	1,2	8,6	8,5	9,7	8,0	8,0	1,7	1,7	9,0	158	50	0,61
42	5,0	1,2	8,6	8,5	9,7	6,4	6,6	3,3	3,1	8,9	90	50	1,14
43	5,0	1,2	8,6	8,5	9,7	3,7	4,2	6,0	5,5	8,7	270	50	2,22
44	5,0	1,0	8,0	8,5	9,5	0	0,3	9,5	9,2	8,6	142	60	2,92
Мелкое залегание водоупора и незначительная капиллярная зона ($T=12$ см, $T_к=8,5$ см)													
45	5,0	2,0	11,0	8,5	10,5	—	8,0	—	2,5	9,8	—	—	0,81
46	5,0	2,0	11,0	8,5	10,5	—	8,0	—	2,5	9,7	—	—	0,76
47	5,0	2,1	11,3	8,5	10,6	—	6,8	—	3,8	9,8	—	—	1,01
48	5,0	3,1	14,3	8,5	11,6	—	6,7	—	4,9	10,6	—	—	1,38
49	5,0	1,0	8,0	8,5	9,5	6,5	6,6	3,0	2,9	9,0	65	30	0,72
50	5,0	1,1	8,3	8,5	9,6	—	6,6	—	3,0	8,8	—	—	0,73
51	15,0	2,0	21,0	8,5	10,5	—	6,7	—	3,8	9,8	—	—	1,03
52	15,0	3,0	24,0	8,5	11,5	—	6,7	—	4,8	10,6	—	—	1,28
53	2,5	2,0	8,5	8,5	10,5	—	6,6	—	3,9	9,9	—	—	1,03
54	5,0	1,2	8,6	8,5	9,7	3,4	3,7	6,3	6,0	8,6	79	34	1,43
55	5,0	1,2	8,6	8,5	9,7	0	0,2	9,7	9,5	8,6	169	40	2,04

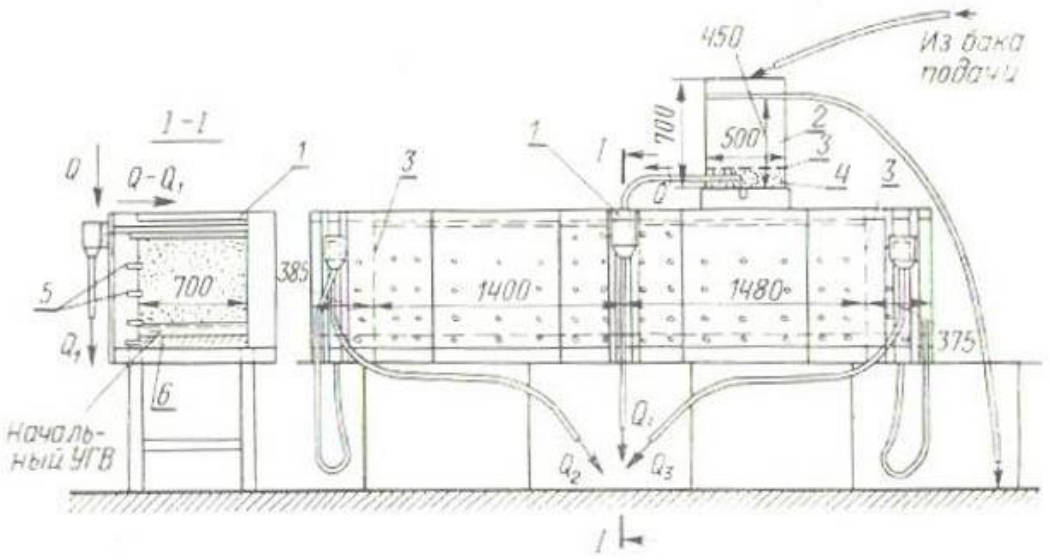


Рис. 43. Схема опытной установки:

1 — канал; *2* — песок; *3* — сетка; *4* — гравий; *5* — пьезометры (нижний ряд пьезометров расположен ниже поверхности водоупора); *6* — поверхность водоупора. (Размеры в мм.)

бина грунтовых вод, отсчитанная от уровня воды в канале, изменялась также в широких пределах (1,4...65,6 см). Указанные изменения граничных условий позволяют проверять количественные зависимости на опытном материале в широких пределах.

Схема опытной установки представлена на рисунке 43. Дно лотка покрыто слоем трамбованной глины, эта поверхность была принята за условный нуль. Уровни воды в канале и отсеках поддерживались на заданных отметках при помощи сливных бачков с раздельной стенкой. В канал подавался постоянный в течение одного опыта расход Q, часть которого поступала в грунт (фильтрационные потери), а часть Q_1 сливалась через бачок. Измеряя Q и Q_1 и зная их разность $Q_0=Q-Q_1$, определяли фильтрационные потери. Расходы Q_2 и Q_3, сливавшиеся в отсеки, измерялись периодически объемным способом. Вода в канал поступала из фильтрационного бака $50\times50\times70$ см^3, заполненного слоем песка (45 см) и слоем гравия (12 см). Устанавливая в баке постоянный напор при помощи сливного бачка, можно добиться постоянства расхода подачи Q. Кроме того, фильтруясь через песок, вода частично освобождалась от воздуха.

Параллельно с опытами в основном лотке определяли коэффициент фильтрации в вертикальном лотке размером $20\times25\times105$ см. Лоток этот имел 12 пьезометров. Прибор был загружен, как и основной лоток, послойно на 70 см тем же грунтом. Над поверхностью песка поддерживался постоянный напор, равный 2 см. Гидравлический уклон регулировался сливным бачком. Истечение из прибора происходило под уровень с уклоном $I<1$.

Характеристика грунта. Опыты проводили с люберецким песком. Анализ гранулометрического состава песка до и после опытов показал, что значительных перераспределений фракций не наблюдалось. Плотность песка при девятикратном определении для различных горизонтов примерно равна 1,51 г/см^3 с незначительными от-

клонениями. При плотности твердых частиц песка, равной 2.58 г/см³, полная порозность $m=0{,}415$. Подсчитанные по данным гранулометрического анализа физические характеристики получились следующими. Действующий диаметр, по Замарину, $d_з=0{,}158$ мм. Эффективный диаметр, по Козени, $d_е=0{,}119$ мм. Эффективный диаметр, по Газену, $d_{10}=0{,}09$ мм, $d_{60}=0{,}31$, $d_{60}/d_{10}=3{,}4$ (коэффициент однородности).

Вычисленные коэффициенты фильтрации при температуре 10 °С следующие: по формуле Замарина $k=0{,}014$ см/с; по формуле Газена $k=0{,}012$ см/с; по формуле Козени $k=0{,}018$ см/с.

Опытные коэффициенты фильтрации, приведенные к температуре 10 °С при определении его в вертикальном приборе, получились в пределах $0{,}014<k<0{,}031$. Среднее значение из 72 наблюдений $k=0{,}024$ см/с.

Фактический коэффициент водопроницаемости, определенный в опытном лотке по схеме Дюпюи с учетом водопроводимости капиллярной зоны, $k=0{,}024$ см/с, что и принято за расчетное значение.

Коэффициент водоотдачи, определенный в вертикальном приборе при свободном истечении в атмосферу, оказался равным $\delta=0{,}187$ (среднее значение из трех измерений с отклонениями от $\delta=0{,}16$ до $\delta=0{,}21$), что составляет 45,6% объема пор при высоте колонки 72 см.

Проведенные наблюдения над испарением с поверхности лотка показали его незначительность. Наибольшее суммарное испарение всей поверхности лотка было $Q=0{,}01$ см³/с, что составило менее 2% наименьшего расхода $Q_0=0{,}61$ см³/с (опыт 41).

Наблюдения за распределением влажности песка выше уровня грунтовых вод показали следующее: влажность при полном насыщении w_1 для всех измерений оказалась меньше полной порозности m, так $w_1\approx 0{,}35$ при $m=0{,}415$, где w_1, m выражены в долях от объема; влажность распределяется по высоте в основном в виде выпуклой кривой, напоминающей параболу; влажность, соответствующая наибольшей высоте капиллярного поднятия, во всех опытах приблизительно одинакова и равна $w_0\approx 0{,}035$ в долях от объема; наибольшая высота капиллярного поднятия изменяется в пределах $h_к=30...40$ см при среднем значении $h_к=33$ см.

При свободной фильтрации из канала и поступлении фильтрационного потока в сухой грунт коэффициент водопроницаемости с учетом защемленного воздуха по (4) для условий опыта оказывается равным

$$k_в=0{,}024\left(\frac{0{,}350-0{,}035}{0{,}415-0{,}035}\right)^{3{,}5}\approx 0{,}012 \text{ см/с}.$$

При учете водопроводимости капиллярной зоны рекомендуется к средней глубине потока прибавлять величину $\alpha h_к$, то есть $\bar{h}=h_{ср}+\alpha h_к$, где α — коэффициент приведения водопроводимости капиллярной зоны к водопроводимости зоны полного насыщения, который находят по рисунку 2 в зависимости от $y/h_к$ и w_0/w_1. Для условий опытов $w_0/w_1=0{,}035:0{,}35=0{,}1$.

Так как в условиях опыта роль капиллярной зоны велика, то необходимо учитывать расход, проводимый ею. Это сделано при проверке опытных данных добавлением к средней мощности потока величины $\alpha h_к$.

Суммарную водоотдачу $\bar{m}_y$ и текущую водоотдачу (свободную порозность) $m_y=\delta$, соответствующие различным уровням грунто-

вых вод y при $y<h_к$, вычисляли по формулам (14)...(16) и по таблице 1.

Краткое описание опытов. В таблице 28 отмечено, что опыты проводились серийно: первая серия — при мощности песка $T=70$ см и расположении дна канала над поверхностью водоупора $T_к=64{,}4...65{,}2$ см (18 опытов); вторая серия — при $T=37$ см и высоте расположения дна канала $T_к=28{,}5$ см (22 опыта); третья серия — при той же мощности грунта — $T=37$ см, но с заглубленным дном канала ($T_к=8{,}5$ см); четвертая серия — при $T=12$ см и при высоте расположения дна канала $T_к=8{,}5$ см.

Отличие третьей и четвертой серий опытов в мощности песка, который находится выше уровня грунтовых вод, что существенно для выяснения роли капиллярной каймы. Точность замеров расходов около 5%, точность замеров уровней 2 мм.

Остановимся кратко на качественной стороне проведенных опытов. Область между уровнем грунтовых вод и поверхностью земли ввиду действия поверхностных сил частично смочена капиллярной влагой, поднявшейся от грунтовых вод вверх. Из рассмотрения данных таблицы 28 и рисунка 42 видно, что в соответствии с предложенной характеристикой стадий фильтрации из каналов для условий опытов можно ожидать наличия всех трех стадий.

Действительно, из сравнения начального положения уровня грунтовых вод с отметкой дна канала видно, что в ряде опытов дно канала расположено выше уровня грунтовых вод более чем на высоту капиллярного поднятия. Таковы опыты № 13...18, в которых $T_к-T_0$ лежит в пределах 54,3...64,4 см, что значительно больше, чем высота капиллярного поднятия $h_к=33$ см. В этих опытах возможна первая стадия фильтрации — смачивание грунта.

Затем следуют опыты с таким начальным положением уровня грунтовых вод, что дно канала с самого начала опыта оказывается в зоне капиллярного поднятия. Строго говоря, сюда относятся все остальные опыты, так как для всех опытов $T_к-T_0<H$. Однако в ряде опытов дно канала лежит в непосредственной близости от начального уровня грунтовых вод — около 0,4...10 см (опыты № 1...7, 19...29, 41...44, 45...55), а в остальных — в пределах 10...35,4 см (№ 8...12, 30...39).

Можно ожидать, что в опытах, в которых дно канала лежит в непосредственной близости от грунтовых вод, сразу установится третья стадия фильтрации — стадия сплошного потока грунтовых вод. Так же вероятно, что в опытах, в которых дно канала находится в верхней части капиллярной зоны, вначале создается вторая стадия (капиллярно-грунтовый поток), а затем по мере подъема грунтовых вод наступает третья стадия.

Таким образом, все опыты можно разбить на три группы. Первая группа — опыты № 13...18, в которых вероятно наличие всех трех стадий фильтрации. Вторая группа — опыты № 8...12, 30...39, в которых вероятно наличие второй и третьей стадий. Третья группа, наиболее многочисленная,— опыты № 1...7, 19...29, 40...45, в которых сразу же вероятно наступление третьей стадии фильтрации — стадии сплошного потока грунтовых вод.

Проверка теоретических зависимостей для определения фильтрационных потерь в условиях свободной фильтрации. При анализе критериев перехода от свободной к подпертой фильтрации покажем возможность установления характера фильтрации для каждого опы-

та в отдельности, проверим количественные связи по определению фильтрационных потерь в условиях свободной фильтрации при установившемся режиме, приведенные выше.

Формулы по определению потерь в рассматриваемых условиях можно разбить на три группы: не учитывающие действия капиллярных сил; учитывающие действия капиллярных сил; учитывающие как действие капиллярных сил, так и водопроводимость капиллярной зоны.

Расчеты по указанным формулам и сравнение вычисленных потерь с наблюдавшимися в опытах при установившемся режиме показали следующее.

В опытах, в которых начальный уровень грунтовых вод $H_0=55{,}5...65{,}4$ м, наблюденные расходы и вычисленные по различным формулам [кроме формул (31)...(33)] имеют одинаковый порядок величин.

Такое же совпадение отмечается в опытах с начальным уровнем грунтовых вод $H_0=35{,}2...36{,}5$ м.

В остальных опытах (с высоким начальным уровнем грунтовых вод замеренные расходы значительно (в 2...3 раза) меньше вычисленных значений по тем же формулам.

Так как при этом остальные условия, кроме начального уровня грунтовых вод, не изменялись, то такой резкий скачок в потерях можно объяснить только влиянием исходной глубины залегания грунтовых вод. Отсюда делаем предварительный вывод, что опыты № 9...18 с начальным уровнем грунтовых вод больше $H_0=35$ см протекали в условиях более или менее свободной фильтрации. Остальные опыты (№ 8, 30...39, а тем более № 40...55) протекали в условиях подпертой фильтрации.

В опытах, протекавших в условиях более или менее свободной фильтрации (№ 9...18), были приняты следующие размеры каналов: $b_0=2{,}5...15$ см; $h_0=0{,}5...2$ см; $B=6{,}5...18$ см. Это позволило проверить теоретические формулы на опытном материале в довольно широких пределах.

При опытной проверке теоретических решений задач фильтрации со свободной поверхностью очень важно оценить влияние капиллярных сил, так как при моделировании размеров канала и элементов потока грунтовых вод поверхностные силы не моделируются. Так, если принять линейный масштаб модели 1 : 50, то опытным размерам канала будут соответствовать в натуре величины $b_0=1{,}25...7{,}5$ м, $h_0=0{.}25...1$ м, $B=3{,}25...9$ м, что характерно для малых и средних оросительных каналов. Однако при том же масштабе, опытной максимальной высоте капиллярного поднятия $h_к=33$ см будет в натуре соответствовать $h_к=16{,}5$ м, что превышает в 5...8 раз наблюдаемую величину $h_к=2...3$ м для типичных суглинистых грунтов. Следовательно, в условиях проведенных опытов капиллярные силы имели весьма существенное значение и роль их была большей, чем в натуре, даже для малых каналов.

Сравнивая расходы, вычисленные по теоретическим формулам, с замеренными, можем отметить прежде всего преувеличение расходов, подсчитанных по формулам Б. К. Ризенкампфа (31) и Н. Н. Веригина (33) с учетом высоты капиллярного поднятия.

Выше было указано на причины такого преувеличения: не учитывается влияние защемленного в грунте воздуха на водопроницаемость почв; включается в зону фильтрационного потока вся область неполного насыщения. Так как эти формулы увеличивают

расход в 5...7 раз, то из дальнейшего рассмотрения их исключаем.

Более близкие к опытным значениям результаты дают остальные формулы, которые, как это указано выше, целесообразно рассматривать по группам: формулы, не учитывающие капиллярные силы: А. Н. Костякова (24), Н. Н. Павловского (25), Б. К. Ризенкампфа (26) и В. В. Ведерникова (28); формула (34) А. Н. Костякова, учитывающая действие капиллярных сил; формулы, учитывающие водопроницаемость и приведенный расход капиллярной зоны,— видоизмененные формулы В. В. Ведерникова (35), Б. К. Ризенкампфа (36), А. Н. Костякова (37), Н. Н. Павловского — Н. Н. Веригина (38) и упрощенная формула (39).

Группа формул, не учитывающих действие капиллярных сил (24)...(28), дает преуменьшенные потери, причем вычисленные расходы иногда значительно отличаются от замеренных (до −42,7%). В порядке приближения к опытным данным формулы располагаются так: Б. К. Ризенкампфа ($\delta=23{,}2\%$), В. В. Ведерникова ($\delta=23{,}3\%$), Н. Н. Павловского ($\delta=26{,}5\%$), А. Н. Костякова ($\delta=33{,}6\%$). Следует отметить почти полное совпадение результатов вычислений по формулам Б. К. Ризенкампфа и В. В. Ведерникова.

Более приемлема формула из группы учитывающих действие капиллярных сил — формула А. Н. Костякова (34), которая дает преуменьшенные потери при отклонениях до $|\Delta|=36{,}7\%$ и $\delta=26{,}3\%$.

Из формул, в которые по предложению автора введены водопроницаемость и приведенная высота капиллярной зоны, лучший результат дала формула Павловского — Веригина (37) при наибольшем отклонении $|\Delta|=19{,}5\%$, $\delta=12{,}0\%$ и вероятной ошибке $r=8{,}1\%$, что близко к точности наблюдений. Приближенная формула (39) дает достаточно удовлетворительные результаты.

То обстоятельство, что формулы, совершенно не учитывающие капиллярных сил, дали хотя и преуменьшенные результаты подсчетов, но довольно близкие к наблюденным, необходимо обсудить. Это кажется непонятным, особенно при таких значительных капиллярных силах (высота капиллярного поднятия превышает глубину воды в 33 раза). По-видимому, эти формулы, с одной стороны, преуменьшают потери, не учитывая действия капиллярных сил, а с другой — преувеличивают их, не учитывая уменьшения водопроницаемости за счет защемленного воздуха, так как в них принимается вместо капиллярной водопроницаемости при полной влагоемкости $k_в$ коэффициент фильтрации.

Лучшее совпадение с результатами опытов дали вычисления по формуле (37):

$$\bar{Q}_ф = k_в l \lambda_1 (B + 2h_0),$$

которая является соединением формул Н. Н. Павловского (учет размеров канала) и Н. Н. Веригина (учет капиллярности), дополненных автором. Дополнения в формуле (37) весьма существенны. Вместо коэффициента фильтрации включен коэффициент капиллярной водопроницаемости.

Коэффициент увеличения расхода λ_1 находится по таблице 6 Н. Н. Веригина по отношению $\bar{h}_к/B$, где $\bar{h}_к$ принимается равным не полной высоте капиллярного поднятия, как это рекомендует Н. Н. Веригин, а величине $\bar{h}_к=0{,}3h_к$.

Достаточную для практики точность дает рекомендуемая приближенная зависимость (39):

$$Q_{\Phi} = k_{в}\left(1+0{,}5\frac{h_{в}}{B}\right)(B+2h_{0}).$$

Проверка теоретических зависимостей для определения фильтрационных потерь в условиях подпертой фильтрации. В опытах № 9...18 исследовалась свободная, а в остальных — подпертая фильтрация. Сравнение опытных фильтрационных потерь с вычисленными по формулам, приведенным выше для условий подпертой фильтрации, позволяет сделать следующие выводы.

Для подпертой фильтрации при глубоком залегании водоупора формула (40) дает хорошие результаты, почти совпадающие с данными наблюдений (см. опыты № 1...8 при $T=70$ см). Однако уже при среднем залегании поверхности водоупора ($T=37$ см) эта формула дает преувеличенные потери, которые достигают четырехкратного размера при близкой глубине залегания поверхности водоупора ($T=12$ см; опыты № 45...55).

Опытные данные показывают, что формула (40) применима при отношении $2T/L>0{,}2$, где T — средняя глубина залегания водоупора, $L/2$ — расстояние от канала до стока.

Так как подобные короткие потоки в практике мелиорации весьма редки, то применение формулы (40) ограничено, что объясняется принятой для теоретического расчета схемой ($T=\infty$).

Формула (60) дает хорошее совпадение теоретических и опытных значений во всех без исключения опытах при наибольшем отклонении 19,8%, среднеквадратичном отклонении $\delta=8{,}2\%$ и вероятной ошибке $r=5{,}5\%$. Полученные отклонения не превышают точности измерений.

На основе опытного материала можно сделать некоторые выводы о применимости рассмотренных формул для определения потерь в условиях подпертой фильтрации.

Из рассмотренных теоретических формул Дюпюи (50), Ведерникова — Нумерова (40), С. Ф. Аверьянова (60) наилучшие результаты дает формула (60). Формула Ведерникова — Нумерова (40) дает удовлетворительные результаты при глубоком залегании водоупора ($T/L>0{,}2$), в остальных случаях она преувеличивает потери, и для ряда случаев весьма значительно (до 400%).

Оценка стадий фильтрации по опытным данным. Выше была дана общая характеристика стадий фильтрации и их последовательной смены. По условиям опытов стадия смачивания грунта была весьма непродолжительной ввиду относительной близости начального расположения уровня грунтовых вод к дну канала и наличия капиллярного увлажнения в зоне канала. По окончании первой непродолжительной стадии наступает вторая — стадия капиллярно-грунтового потока. Для обеих стадий грунтовые воды не оказывают существенного подпирающего действия на фильтрационный поток, опускающийся из канала.

Подъем грунтовых вод зависит от пропускной способности горизонтального потока грунтовых вод, то есть от наибольшего дренажного оттока $Q_{д}$ при установившемся течении. Для некоторых условий (в том числе и в приведенных опытах) значение $Q_{д}$ может быть так велико, что условия подпертой фильтрации не

возникнут вообще, сколь бы долго фильтрация ни продолжалась. Поэтому в виде первого условия оценки характера фильтрации было предложено сравнение установившейся свободной фильтрации $\bar{Q}_ф$ и наибольшего дренажного оттока $Q_д$.

Если $\bar{Q}_д > \bar{Q}_ф$, то условия подпора не возникнут, и фильтрация не выйдет из периода свободной фильтрации. В этом случае наименьшее значение фильтрационных потерь будет определяться величиной $\bar{Q}_ф$. Если $\bar{Q}_д < \bar{Q}_ф$, то наибольший дренажный отток не может отвести поступающие фильтрационные воды, и неизбежно наступление условий подпертой фильтрации с наименьшим расходом $\bar{Q}_д$. Сравним теперь для условий опытов величины $\bar{Q}_д$, $\bar{Q}_ф$ и фактические расходы. Выше показано, что наилучшие результаты для определения фильтрационных потерь при свободной фильтрации дала видоизмененная формула Павловского — Веригина с учетом капиллярной водопроницаемости и водопроводимости капиллярной зоны (38).

Сравнение значений $\bar{Q}_ф$, $\bar{Q}_д$ и Q показывает, что для всех опытов со средним и мелким залеганием водоупора наибольший дренажный отток $\bar{Q}_д$ значительно меньше фильтрационного расхода в условиях свободной фильтрации $\bar{Q}_ф$. Действительно, в опытах со средним залеганием водоупора (опыты № 19...40) наибольший возможный дренажный отток составляет только от 0,05 при высоких грунтовых водах до 0,5 расхода при свободной фильтрации. В опытах с мелким залеганием водоупора наибольший возможный дренажный отток уменьшается еще больше, составляя 0,03...0,1 расхода при свободной фильтрации. Очевидно, что в этих опытах (№ 19...55) установившиеся потери из канала будет определять не свободная фильтрация, а дренажный отток. Сравнивая значения $\bar{Q}_д$ с фактически замеренными расходами, видим, что они хорошо согласуются.

В опытах с глубоким залеганием водоупора (№ 1...18) можно выделить несколько групп. Опыты № 1...7 при начальной глубине грунтовых вод $H_0 < 10$ см. Отношение $\bar{Q}_д/\bar{Q}_ф = 0{,}05...0{,}2$. В опыте № 8 при $H_0 = 15{,}4$ см $\bar{Q}_д/\bar{Q}_ф = 0{,}5$. В опытах № 9...18 при $H_0 \geqslant 35$ см наибольший возможный дренажный отток $\bar{Q}_д$ становится больше свободной фильтрации $\bar{Q}_ф$, превышая ее в отдельных опытах в 1,5 раза. Очевидно, что в опытах № 9...18 условия подпертой фильтрации осуществиться не могут, так как наибольший дренажный отток превышает количество поступающих в грунтовый поток фильтрационных вод $\bar{Q}_ф$ и грунтовые воды до дна канала не поднимутся. В этом случае фильтрация на протяжении всех опытов будет более или менее свободной и потери должны определяться, как при свободной фильтрации. Сравнение подсчитанных по формулам расходов при свободной фильтрации $\bar{Q}_ф$ с наблюденными (опыты № 9...18) показывает их хорошее совпадение (вероятная ошибка $r = 8{,}1\%$).

Приведенные материалы показывают, что для опытов первое условие оценки характера фильтрации, а именно сравнение величин $\bar{Q}_ф$ и $\bar{Q}_д$, подтвердилось. Все опыты можно по этому признаку разделить на две группы: протекающие (в установившийся период) в условиях свободной фильтрации ($\bar{Q}_ф < \bar{Q}_д$) и протекающие в условиях подпертой фильтрации ($\bar{Q}_д < \bar{Q}_ф$). Причем фильтрационные потери при свободной и подпертой фильтрациях могут отличаться в десятки и сотни раз. Таким образом, для практики весьма важно установить характер фильтрации.

Отметим, что до этого рассматривали предельные фильтрационные расходы при достижении установившегося движения. В опытах, протекающих в условиях свободной фильтрации (№ 9...18), подпертый режим с образованием сплошного потока грунтовых вод вообще не наступит, и между зоной канала и зоной грунтовых вод находится область капиллярно-грунтового движения воды. В остальных опытах условия подпора возможно осуществятся со временем. Исследование этого вопроса показывает, что при некоторых условиях подпор может возникнуть практически мгновенно, тогда как при других условиях длительное время происходит свободная фильтрация, и только после подъема грунтовых вод возникает подпор.

Выше приведен способ определения практически мгновенного подъема уровня грунтовых вод при свободной фильтрации из канала, изменяющейся по закону $Q=A+Bt^{-1/2}$. Это дает возможность найти критическую глубину стояния грунтовых вод H_0' и ответить на вопрос, возникнут ли сразу условия подпора при фильтрации из канала или некоторое время сохранятся условия свободной фильтрации. Критическую глубину стояния грунтовых вод H_0' предложено определять по формуле (337):

$$H_0' = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\bar{Q}_\Phi b}{\sqrt{kT_{ср}\delta}}$$

при [см. формулу (18)]

$$b \approx 0{,}6\sqrt{(1{,}4h_0+w_1h_к)/k_в},$$

где h_0 — глубина воды в канале; $h_к$ — максимальная высота капиллярного поднятия; w_1 — полная влагоемкость в долях объема почвы; $k_в$ — коэффициент капиллярной водопроницаемости при влажности w_1; k — коэффициент фильтрации грунта; δ — свободная пористость, соответствующая начальному положению уровня грунтовых вод; $T_{ср}=T_0+\alpha h_к$ — средняя мощность потока грунтовых вод с учетом капиллярной каймы; $\bar{Q}_\Phi$ — расход на фильтрацию из канала в условиях установившейся свободной фильтрации на единицу длины канала.

Если величина H_0', определенная по формуле (337), окажется меньше фактической глубины стояния грунтовых вод H_0, то мгновенный подпор не возникнет. Если $H_0'>H_0$, то условия подпора возникнут сразу же в начале движения.

Расчеты показывают, что в опытах № 1...7, 19...29, 32...35, 40...55 вычисленные значения H_0' оказались больше фактической начальной глубины стояния грунтовых вод H_0, тогда как в остальных опытах (№ 9...18, 30, 31, 36...39) начальная глубина залегания уровня грунтовых вод была меньше критической. При глубоком залегании поверхности водоупора в опытах с начальной глубиной залегания грунтовых вод менее 10 см (опыты № 1...7) условия подпора возникнут практически мгновенно. В опытах № 9...18 подпертый режим вообще не наступит.

Следовательно, при глубоком залегании водоупора можно различить три группы опытов.

Первая группа опытов, в которых условия подпора наступают сразу же в начале эксперимента и затем сохраняются. К этой группе относятся опыты № 1...7, для которых $\bar{Q}_\Phi>\bar{Q}_д$ и $H_0<H_0'$, то

есть фильтрационный расход при свободной фильтрации $\bar{Q}_ф$ больше возможного максимального дренажного оттока $\bar{Q}_д$ и фактическая глубина стояния грунтовых вод H_0 меньше той критической глубины H_0', которая гарантирует отсутствие мгновенного подпора в начале опыта. Для таких опытов можно считать, что с самого начала эксперимента возникают условия подпора и образования сплошного потока грунтовых вод.

Ко второй группе принадлежит только опыт № 8. Для него хотя и наступают при длительной фильтрации условия подпора, то есть соблюдается неравенство $\bar{Q}_ф > \bar{Q}_д$, но в начале опыта наблюдается свободная фильтрация, так как фактическая начальная глубина залегания грунтовых вод H_0 больше критической глубины H_0', при которой возникает мгновенный подпор. Следовательно, в опыте № 8 сначала будет свободная фильтрация, а затем она перейдет в подпертую.

К третьей группе относятся опыты № 9...18. В этой группе оба условия указывают на свободную фильтрацию в течение всех опытов, то есть $\bar{Q}_ф < \bar{Q}_д$ и $H_0 > H_0'$.

Для серии опытов № 19...40 со средней глубиной залегания водоупора можно сказать, что хотя при установившемся режиме имеются условия подпора, так как для них соблюдается неравенство $\bar{Q}_ф > \bar{Q}_д$, но подпертый режим возникает не во всех опытах сразу же после их начала. Так, в опытах № 19...29, 32...35, 40 режим подпора возникает немедленно, так как $H_0 < H_0'$, тогда как в опытах № 30...31 и № 36...39 некоторое время будет существовать свободная фильтрация, что видно из неравенства $H_0 > H_0'$. Из этих результатов ясно, что главные факторы, вызывающие немедленный подпор,— близость грунтовых вод и величина фильтрационного расхода, поступающего из канала в бассейн грунтовых вод, что отражено в формуле (337).

Во всех опытах с мелким залеганием водоупора (№ 41...55) условия подпора возникают сразу же после начала опыта и сохраняются на протяжении всего эксперимента. Для этих опытов $\bar{Q}_ф > \bar{Q}_д$ и $H_0 < H_0'$.

На рисунке 44 представлены в качестве примера эквипотенциали и поверхности грунтовых вод, построенные М. И. Каплинским и П. Белицким согласно показаниям пьезометров для двух характерных опытов: № 8 и 17.

При неустановившемся режиме в обоих опытах наблюдалась свободная фильтрация (пунктирные линии на рисунке 44, соответствующие промежуточным положениям уровня грунтовых вод). При установившемся режиме в опыте № 8 фильтрация носила подпертый характер, то есть уровень грунтовых вод сомкнулся с уровнем воды в канале и образовался сплошной поток грунтовых вод. В опыте № 17 поверхность грунтовых вод под каналом для стационарного режима расположена значительно ниже уровня воды в канале и его дна. В этом случае между каналом и потоком грунтовых вод имеется зона с давлением, меньшим атмосферного, то есть происходит свободная фильтрация.

Для проверки этого явления в зоне канала были дополнительно заложены три вертикальных пьезометра, результаты наблюдений по которым в опытах № 13 и 17 показаны на рисунках 45 и 46. Некоторые пьезометры, заложенные непосредственно под каналом, оказались сухими, что еще раз доказывает наличие зоны с давлением $p < p_a$.

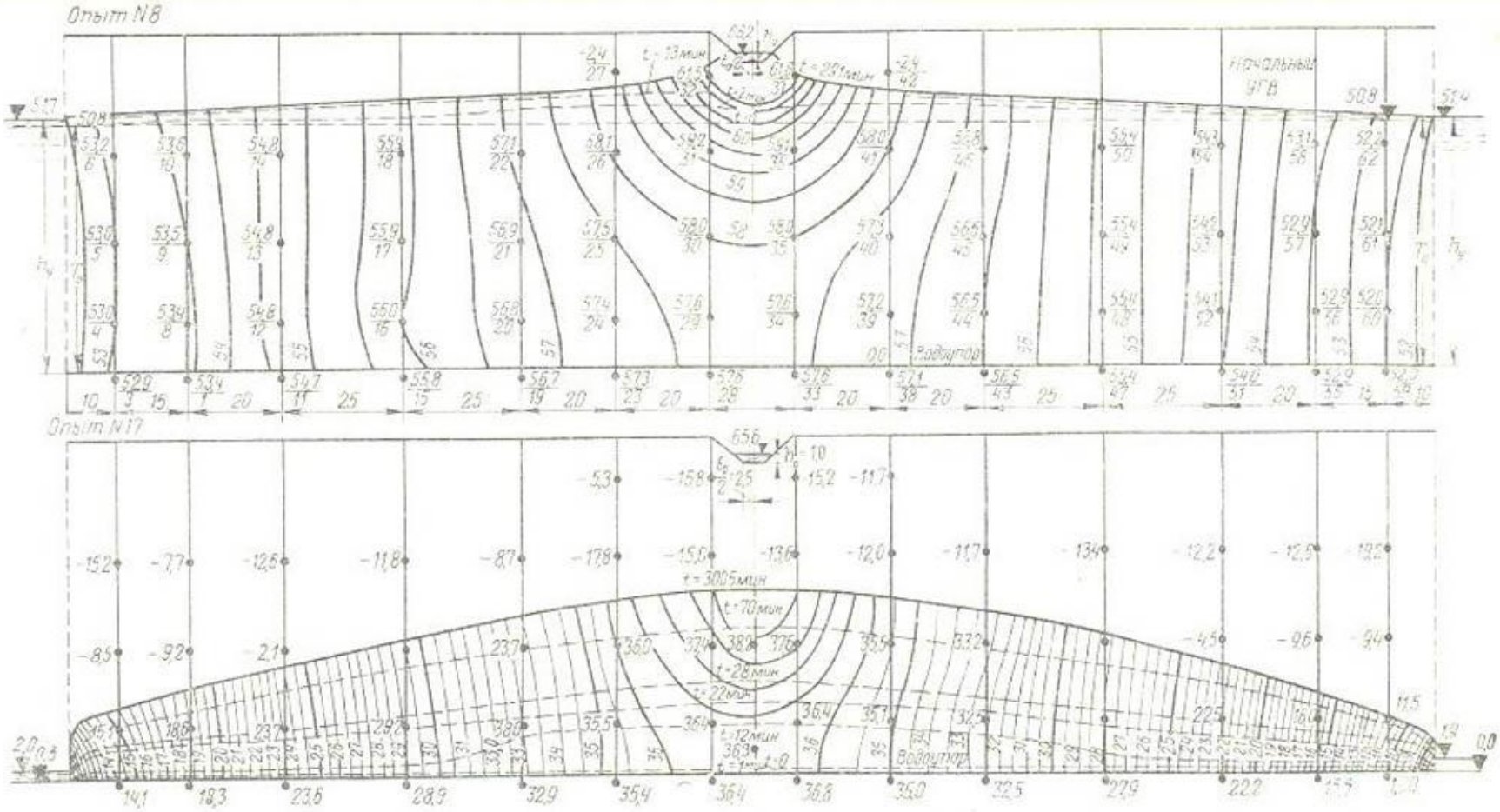


Рис. 44. Поверхности грунтовых вод и эквипотенциали (линии равных напоров) для опытов № 8 и 17. Опыт № 8 при установившемся движении иллюстрирует подпертую, а опыт № 17 — свободную фильтрацию. На верхнем чертеже (опыт № 8) в числителе даны показания пьезометров (напоры), а в знаменателе — их номера; на нижнем (опыт № 17) номера пьезометров не повторяются. Показания пьезометров и все отметки указаны в сантиметрах. Поверхности грунтовых вод нанесены по условию $p=p_a$ (пунктиры — для промежуточных положений, сплошные линии — для установившегося движения).

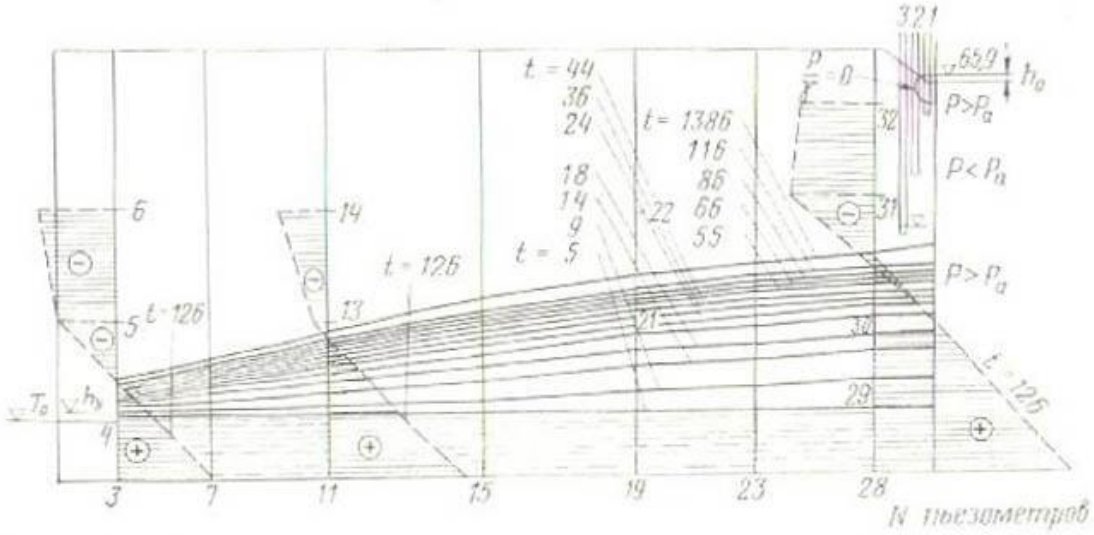


Рис. 45. Подъем поверхности грунтовых вод в опыте № 13; депрессионные кривые построены по показаниям нижних пьезометров. Вертикальные пьезометры 1, 2, 3 показывают наличие зоны неполного насыщения между каналом и грунтовыми водами с давлением $p<p_a$ для установившегося движения. Время от начала опытов в минутах, размеры в сантиметрах.

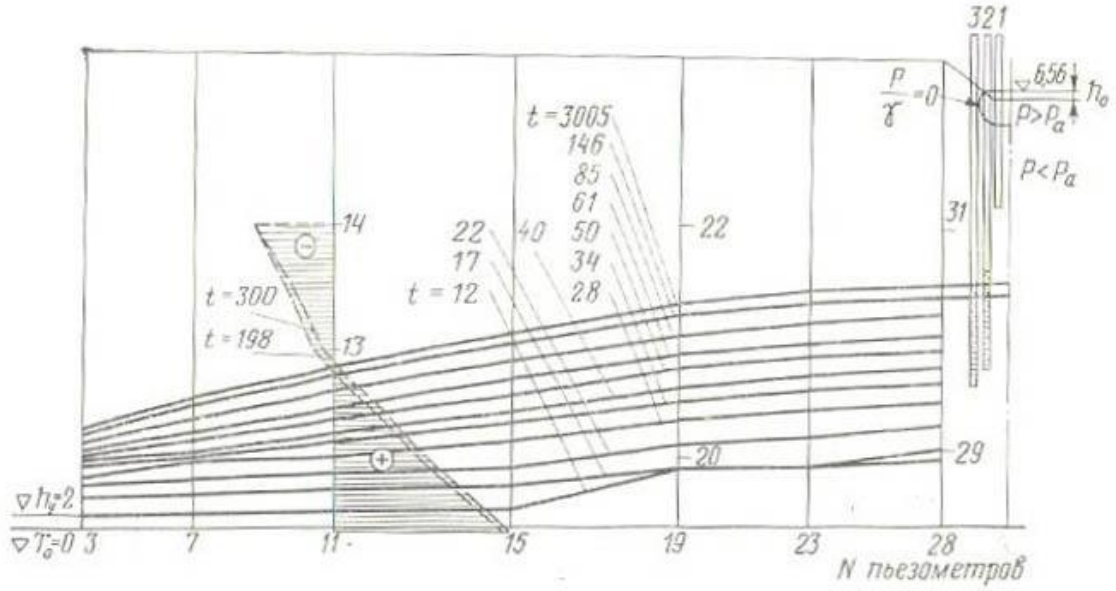


Рис. 46. Подъем поверхности грунтовых вод в опыте № 17.

Динамика уровня грунтовых вод и расходов проиллюстрирована на рисунке 47.

Проверка теоретических зависимостей при неустановившейся подпертой фильтрации. Примем, что для опытов, проводившихся в условиях подпора, действительна схема, изображенная на рисунке 31, *а*. Эта схема соответствует быстрому возрастанию напора в створе канала, наличию дренажа и отсутствию питания потока по пути его движения. Для этого случая фильтрационный расход из

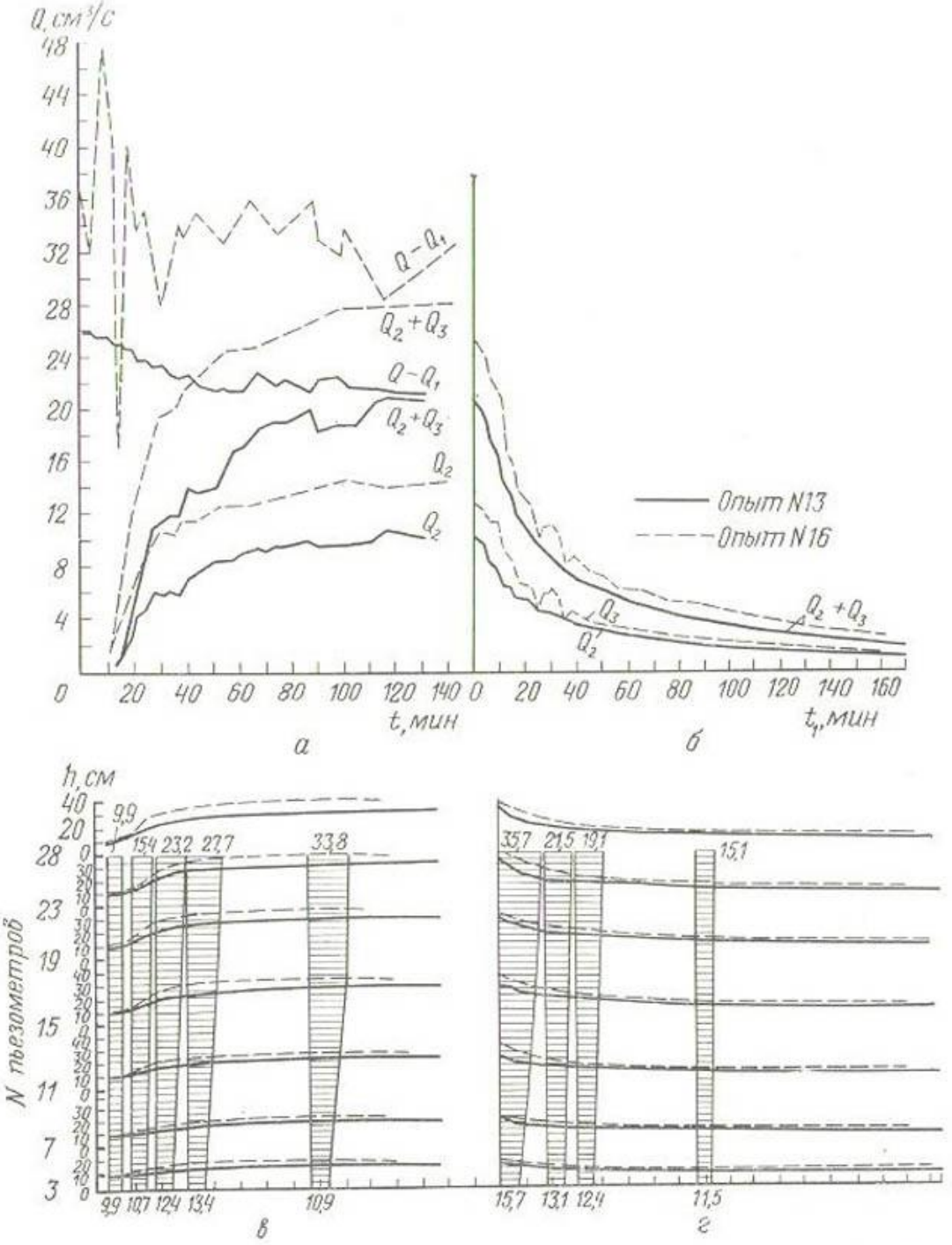


Рис. 47. Изменения расходов в период подъема уровня грунтовых вод (*а*) и его спада после прекращения питания (*б*) в опытах № 1 и 16, а также изменения с течением времени показаний донных пьезометров и уровня грунтовых вод в период его подъема (*в*) и спада (*г*); t — время от начала подъема, мин; t_1 — то же, от начала спада (прекращения подачи воды в канал).

канала определяется согласно формуле (268), а дренажный сток — согласно формуле (269).

Из таблицы 24 и рисунка 32 для коэффициентов ψ_0 и ψ_1 видим, что фильтрационный и дренажный расходы достигают своих предельных значений с точностью 10% при относительном времени $\beta_0=0{,}3$ и с точностью 1% при $\beta_0=0{,}55$.

Таким образом, для рассматриваемой схемы время продолжительности нестационарного движения должно практически быть равным $\approx (0{,}3...0{,}55)\,\tau$, где τ — время стабилизации. Вычисляя для опытов, проходивших в условиях подпертой фильтрации, время стабилизации τ и зная продолжительность неустановившегося движения (по сравнению расходов на фильтрацию из канала и дренажного стока), получаем значения $\beta_0=t/\tau$ и сравниваем их с теоретическими значениями $\beta_0=0{,}3...0{,}55$.

Для опытов, проходивших на всем их протяжении в условиях свободной фильтрации, можем приближенно принять схему, изображенную на рисунке 31, *ж*, соответствующую сосредоточенному питанию постоянным расходом в створе канала при наличии дренажного стока.

Из таблицы 25 видим, что продолжительность неустановившегося периода для этой схемы определяется относительным временем $\beta_0=0{,}85...1{,}7$ (по напорам) и $\beta_0=1...2$ (по расходам).

Для опытов со свободной фильтрацией (№ 9...18) можно принять другую, рассмотренную выше (рис. 31, *з*) теоретическую схему, соответствующую инфильтрационному питанию грунтовых вод. Некоторое основание для этого — наблюдения, которые показали, что фильтрационные воды из канала поступают в грунтовый поток при свободной фильтрации на значительной ширине потока, гораздо большей, чем ширина канала, и равной примерно $^1/_3$ длины потока. Кроме того, в последней трети потока вблизи поступления его в стоки он пополняется водой из капиллярной каймы, то есть поток грунтовых вод пополняется инфильтрационными водами почти на $^2/_3$ его длины. Таким образом, свободная фильтрация из канала в условиях опыта по существу занимает промежуточное положение между инфильтрационным потоком и сосредоточенным питанием. Для инфильтрационного потока продолжительность неустановившегося периода определяется в соответствии с данными таблицы 22 и рисунка 34 относительным временем $\beta_0=0{,}95...1{,}9$ (по напорам) и $\beta_0=0{,}85...1{,}8$ (по расходам). Сравнивая время достижения напорами и расходами значений, близких (90...99%) к предельным величинам, соответствующим установившемуся движению, видим, что как для сосредоточенного, так и для инфильтрационного питания относительное время установления $\beta_0=0{,}90...1{,}9$. Подсчитывая для опытов со свободной фильтрацией время стабилизации и определяя фактически наблюдавшееся в опытах время, за которое поток приходил к установившемуся режиму, можно определить опытные значения β_0 и сравнить их с приведенными выше.

Для опытов, в которых вначале проходила свободная фильтрация, а затем создавались условия подпора, также подсчитаны опытные значения β_0. В этих расчетах средняя глубина $h_{ср}$ определялась осреднением как в пространстве, так и во времени, то есть принималось:

$$h_{ср}=\frac{1}{2}\left(\frac{T_0+h_y}{2}+\frac{T_0+h_x}{2}\right)=0{,}5T_0+\frac{h_x+h_y}{4},$$

где h_y — уровень воды в карманах к моменту установившегося движения (он несколько выше значения T_0 ввиду потерь в бачках, которые зависят от расходов); h_x — уровень грунтовых вод вблизи канала на расстоянии $x=\pm 10$ см от его оси при установившемся движении; T_0 — начальный уровень грунтовых вод.

Все дальнейшие вычисления сделаны при осредненной мощности грунтового потока. Расстояние от среднего положения уровня грунтовых вод $h_{ср}$ до поверхности грунта рассчитывали по формуле $y=T-h_{ср}$, зная $y/h_к$, где $h_к=33$ см — высота капиллярного поднятия. Определили коэффициент приведения капиллярной каймы α. Полную осредненную расчетную глубину грунтовых вод определяли как $\bar{h}_{ср}=h_{ср}+\alpha h_к$. Затем нашли коэффициент дополнительного сопротивления β. Зная расстояние осредненного уровня грунтовых вод от поверхности грунта y, по отношению $y/h_к$ рассчитали свободную пористость δ. Для опытов, проходивших в условиях подпертой фильтрации, время стабилизации определяли по формуле $\tau_\beta=\delta L^2/k\bar{h}\beta$ при $L=148$ см, $k=0{,}024$ см/с и найденных значениях δ, $\bar{h}$ и β. Для опытов, протекавших в условиях свободной фильтрации, коэффициент β не вводился.

Рассматривая результаты вычислений, можно отметить следующее.

Порядок вычисленных величин времени стабилизации сравним с опытными значениями продолжительности неустановившегося периода, хотя для различных опытов отношение t/τ изменяется в широких пределах (0,14...2,05).

Опыты № 1...7 можно исключить из рассмотрения ввиду того, что время стабилизации для них очень мало и точность этих наблюдений не может быть большой. В этих опытах существенную роль играли другие причины, вызывавшие неустановившийся режим, например капиллярное насыщение и установление уровня воды в канале. В остальных опытах, проходивших в условиях подпертой фильтрации, среднее значение относительного времени $\beta_0=0{,}42$ с отклонениями от 0,14 до 0,71. Для опытов, проходивших все время в условиях свободной фильтрации, среднее значение $\beta_0=0{,}71$ с отклонениями от 0,4 до 0,92.

Сравнивая полученные средние значения продолжительности неустановившегося периода с теоретическими значениями для подпертой фильтрации ($\beta_0=0{,}3...0{,}55$) и для свободной фильтрации ($\beta_0=0{,}9...1{,}9$), видим, что они для подпертой фильтрации совпадают удовлетворительно, а для свободной фильтрации опытные значения меньше теоретических.

Таким образом, теоретические решения для неустановившейся фильтрации удовлетворительно подтверждаются опытами.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗ КАНАЛОВ НА РЕЖИМ ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ОТСУТСТВИИ ПОДЗЕМНОГО ОТТОКА

Задачи и методика опытов по исследованию формирования фильтрации из каналов при отсутствии подземного оттока были аналогичны описанным выше. Был использован тот же лоток. Опыты заключались в том, что при различных гидрогеологических условиях подавалась вода в канал и наблюдалось во времени изме-

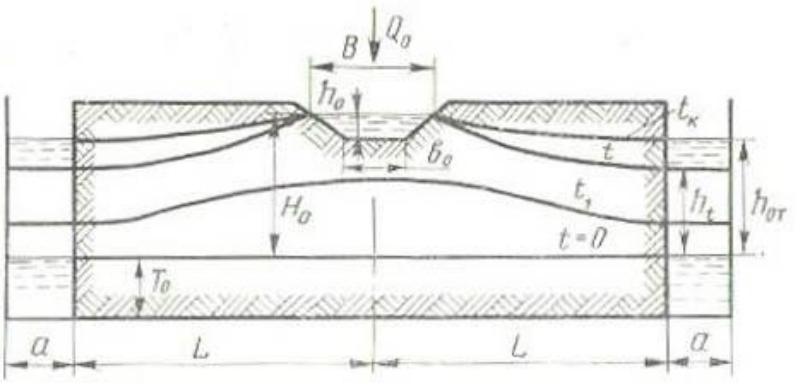


Рис. 48. Схема фильтрации из канала при отсутствии оттока, принятая в лабораторных опытах.

нение уровня грунтовых вод в стороне от канала и уменьшение фильтрационного расхода. Замеры напоров и расходов позволили в дальнейшем проверить некоторые количественные связи. Схема опытов представлена на рисунке 48, причем $h_{от}$ — подъем уровня воды в отсеке в конце опыта, а остальные обозначения даны выше.

Соответствие принятой характеристики фильтрации из каналов результатам опытов. Результаты опытов приведены в таблице 29.

Основная группа опытов была проведена при слое грунта $T=37$ см и отметке дна канала 28,5 см (9 опытов), один опыт проведен при $T=70$ см и отметке дна канала 64,4 см и четыре опыта — при $T=37$ см и глубине поверхности водоупора 8,5 см от дна канала. Таким образом, были испытаны два варианта слоя грунта и три варианта расположения дна канала. Начальная глубина грунтовых вод в начальный период изменялась от 65,9 см при глубоком расположении поверхности водоупора до 1,2 см при среднем залегании водоупора, считая от уровня воды в канале. Опыты заканчивались при достижении $H_0-h\approx 0{,}2...2$ см, то есть при подъеме грунтовых вод в отсеках на значительную величину. В таблице показаны также наибольшие (начальные) и наименьшие (конечные) расходы. Продолжительность каждого опыта колебалась в пределах от 3 до 30 ч. Температурные условия были более или менее постоянны ($7{,}2\,°C<t<9{,}8\,°C$).

Эксперименты дают возможность охарактеризовать все три стадии фильтрации (табл. 29). С этой точки зрения опыты можно сгруппировать следующим образом.

Опыт № 1. Глубокое начальное положение грунтовых вод. Начальная влажность в области канала меньше 5%. Канал расположен выше зоны капиллярного поднятия. Вероятны все три стадии фильтрации.

Опыты № 9, 10. Среднее начальное положение грунтовых вод. Дно канала расположено в начале опыта в зоне капиллярного увлажнения. Начальная влажность в области канала $w=15...25\%$. Вероятны вторая и третья стадии фильтрации.

Опыты № 2, 3, 4, 5, 11, 12, и опыты № 6, 7, 8, 13 и 14 (в меньшей степени). Высокое начальное положение грунтовых вод. Дно канала расположено в начале опыта весьма близко к уровню грунтовых вод. Влажность в начале опыта в области канала

29. Лабораторные данные по определению влияния фильтрации из канала на режим грунтовых вод (при отсутствии подземного оттока)

№ опыта	Продолжительность опыта t, мин	Глубина воды в канале h_0, см: в начальный период	Глубина воды в канале h_0, см: установившаяся	Ширина по урезу воды B, см	B/h_0	Отметки, см: установившегося уровня воды в канале H_0+T_0	Отметки, см: начального уровня грунтовых вод: левый отсек	Отметки, см: начального уровня грунтовых вод: правый отсек	Отметки, см: конечного уровня грунтовых вод: левый отсек	Отметки, см: конечного уровня грунтовых вод: правый отсек	Превышение уровня воды в канале над уровнем воды в отсеках H_0-h, см: начало опыта	Превышение уровня воды в канале над уровнем воды в отсеках H_0-h, см: конец опыта	Q_0, см³/с по опыту	Температура t, °С
Глубокое залегание водоупора ($T=70$ см, $T_к=64{,}4$ см)														
1	1797	0,4...1,0	1,5	9,5	6,33	65,9	0	0	63,1	65,1	65,90	1,80	27,4...0,90	9,8
Среднее залегание водоупора ($T=37{,}0$ см, $H_0+T_0\approx 30$ см, $T_к=28{,}5$ см)														
2	203	1,0...1,2	1,0	8,0	8,00	29,5	28,3	28,3	29,2	29,2	1,20	0,30	5,8...0,80	9,0
3	402	2,3...2,1	2,0	11,0	5,50	30,5	28,1	28,0	30,3	30,3	2,45	0,20	16,2...0,40	8,0
4	434	2,6...3,0	3,0	14,0	4,67	31,5	28,2	28,2	31,2	31,2	3,30	0,30	18,0...1,45	8,5
5	465	2,0...1,0	1,1	8,3	7,55	29,6	26,5	26,5	29,5	29,3	3,10	0,20	14,9...0,30	8,5
6	490	1,0...1,7	1,0	8,0	8,00	29,5	23,6	23,7	29,3	29,2	5,85	0,25	15,3...0,20	9,1
7	475	0,5...2,0	2,0	11,0	5,50	30,5	23,5	23,6	30,3	30,1	6,95	0,30	6,2...0,50	9,1
8	560	2,6...3,0	3,0	14,0	4,67	31,5	23,5	23,8	31,4	31,3	7,75	0,15	18,8...0,43	8,9
9	435	1,6...1,1	1,0	8,0	8,00	29,5	9,7	9,6	28,6	28,3	19,85	1,05	9,6...1,94	9,1
10	544	1,5...1,1	1,2	8,6	7,17	29,7	0	0	29,0	28,8	29,70	0,80	21,1...0,40	8,0
Близкое залегание водоупора ($T=37$ см, $H_0+T_0\approx 10$ см, $T_к=8{,}5$ см)														
11	505	1,7...1,8	1,2	8,6	7,17	9,7	7,9	7,8	9,2	9,0	1,85	0,60	1,7...0,70	7,2
12	469	2,2...1,2	1,2	8,6	7,17	9,7	6,4	6,1	9,1	8,8	3,45	0,75	1,6...0,10	8,0
13	377	1,2...1,5	1,3	8,9	6,85	9,8	4,0	3,9	8,2	8,4	5,85	1,50	6,3...0,60	8,5
14	405	1,1...1,5	1,3	8,9	6,85	9,8	0,4	0,2	7,8	7,6	9,50	2,10	7,6...0,90	9,5

$w=32...34\%$ (при полной влагоемкости $w_1=35\%$). Вероятно наличие только третьей стадии фильтрации — стадии сплошного потока.

Таким образом, следует ожидать качественного отличия в фильтрации в различных группах опытов.

Выясним по материалам наблюдений, с какого момента времени в движении начинает участвовать весь поток грунтовых вод. Выше было предложено, что этот момент соответствует времени смыкания опускающихся фильтрационных вод с капиллярной влагой грунтовых вод. Необходимо проверить существование капиллярного сброса. Для этой цели составим таблицу показаний первого замера давления по донным пьезометрам, находящимся на различном расстоянии x от оси канала (табл. 30). Данные таблицы 30 позволяют сделать следующие выводы.

Опыт № 1, проводившийся при глубоком начальном уровне грунтовых вод (64,4 см от дна канала), резко отличается от других по времени начала подъема грунтовых вод. Для опыта № 1 центральные и крайние пьезометры показывают повышение давления через 6...12 мин после начала опыта. Судя по пьезометрам № 19, 11, наиболее вероятное время, соответствующее началу увеличения давления на дне потока под каналом, $t\approx 9$ мин (для пьезометров № 28 и b измерения при $t=9$ мин не производились).

Для остальных опытов, в которых канал находился в зоне капиллярного насыщения, независимо от начальной глубины стояния грунтовых вод давление передается практически немедленно ($t<1$ мин), и так же скоро приходит в движение весь грунтовый поток. Если приближенно подсчитать время, необходимое для опускания фильтрационного потока от дна канала до капиллярной зоны для опыта № 1, то получим:

$$t=\frac{\delta l}{k}=\frac{0{,}315\cdot 31{,}4}{0{,}024}=410\ \text{с}\approx 7\ \text{мин}.$$

Здесь свободная порозность (выше зоны капиллярной влаги) $\delta=w_1-w_0=0{,}350-0{,}035=0{,}315$. Расстояние от дна канала до капиллярной зоны, но не до уровня грунтовых вод, принято $l=H_0-h_0-h_к=64{,}4-33{,}0=31{,}4$ см.

Это время приблизительно соответствует наблюденному (9 мин). Однако приведенный расчет еще не является доказательством того, что грунтовые воды приходят в движение сразу после нарушения равновесия капиллярной зоны. Такое экспериментальное доказательство — сравнение результатов опытов № 1 и 10. В опыте № 10 поток грунтовых вод по всей своей длине пришел в движение меньше чем за 1 мин, то есть практически мгновенно, как только в канал была подана вода. Но дно канала в этом опыте находилось в 28,5 см от уровня грунтовых вод, то есть в зоне капиллярной каймы. Отсюда следует предположение, что грунтовые воды приходят в движение, как только будет нарушено равновесие их капиллярной зоны. Это положение рассмотрено подробнее, так как оно имеет большое практическое значение.

Сказанное означает, что при высоких грунтовых водах любая подача воды (в канал, на поверхность поля и т. д.) в зоне капиллярного поднятия приводит в движение бассейн грунтовых вод, то есть происходит подъем уровня грунтовых вод. Таким образом, яв-

30. Начальные (после пуска воды в канал) показания пьезометров в различных опытах

№ пьезометра	Расстояние пьезометра от оси канала x, см	Отметка центра пьезометра z, см	№ 1 (64,4)		№ 10 (28,5)		№ 9 (18,9)		№ 14 (8,2)		№ 13 (5,6)		№ 7 (5,9)		№ 6 (4,8)	
			t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh
b	0	+4,7	6	0	1	2,6	3	6,0	—	—	1	2,8	1	2,4	1	3,3
			12	0,5	3	7,3										
28	10	−0,9	6	0	1	2,8	3	6,4	—	—	—	—	1	2,1	1	1,9
			12	0,7												
19	50	−1,5	6	0	1	2,2	3	6,5	1	0,8	1	0,4	1	2,1	1	3,0
			9	0,6												
11	100,5	−2,4	6	0	1	1,3	3	3,2	1	0,5	1	0	1	1,2	1	1,9
			9	0,2												
3	138	−2,0	9	0	1	1,3	3	1,6	1	0,2	1	0,1	1	0,6	1	0,5
			12	1,3												

Продолжение

№ пьезометра	Расстояние пьезометра от оси канала x, см	Отметка центра пьезометра z, см	№ 8 (4,6)		№ 12 (2,3)		№ 5 (2,6)		№ 11 (0,6)		№ 3 (0,5)		№ 4 (0,3)		№ 2 (0,2)	
			t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh	t	Δh
b	0	+4,7	1	3,7	1	2,7	1	2,2	1	0,9	1	0,6	1	0,9	1	0,1
28	10	−0,9	1	3,4	1	1,8	1	2,4	1	0,8	1	0,6	1	0,8	1	0,2
19	50	−1,5	1	3,4	—	—	1	2,2	—	—	1	0,8	1	0,8	1	0,1
11	100,5	−2,4	1	0,8	1	0,5	1	0,9	1	0,1	1	0,4	1	0,4	1	0,2
3	138	−2,0	1	0,8	1	0,1	1	0,4	1	0	1	0,3	1	0,1	1	0

Примечания. t — время наблюдений от начала опыта, мин; Δh — увеличение напора по отношению к начальному (до пуска воды в канал), см; H_0—h — начальная глубина стояния грунтовых вод от дна канала; значения H_0—h указаны в скобках рядом с номером опыта.

ление капиллярного сброса можно считать экспериментально подтвержденным для условий плоского движения грунтовых вод.

Важный вывод из данных таблицы 30 — подтверждение факта быстрой передачи давления вдоль потока грунтовых вод. Действительно, пьезометры показывают рост давления почти одновременно по всей длине потока; правда, центральные пьезометры показывают больший рост давления, а крайние — меньший, но важно то, что практически мгновенно приходит в движение весь бассейн грунтовых вод.

Следующее предположение, которое надо экспериментально проверить,— наличие зоны неполного насыщения с давлением, меньшим атмосферного, между дном канала и уровнем грунтовых вод для первой и второй стадии фильтрации. Для иллюстрации этого положения приведем показания пьезометров.

При рассмотрении данных нужно учитывать особенности работы водяных пьезометров.

Был проведен ряд вспомогательных испытаний для определения вакуума, выдерживаемого водяным пьезометром. Оказалось, что при быстром опускании поверхности грунтовых вод пьезометр выдерживает вакуум до 20 см, а при весьма медленном — до 10 см. Это естественно, так как при быстром опускании влажность грунта больше, чем при медленном понижении.

Напор, выраженный в сантиметрах, необходимый для проталкивания пузырька воздуха через отверстие радиусом R, можно подсчитать по формуле $h=2\alpha/\gamma g R$. При $\alpha=0{,}075$ Н/см, $g=981$ см/с^2, $\gamma=1$ г/см^3 и $h=10$ см имеем:

$$10=\frac{2\cdot 75}{1\cdot R\cdot 981},$$

$R\approx 0{,}015$ см$=0{,}15$ мм и соответствующий диаметр отверстия, через которое проникает воздух, $d\approx 0{,}3$ мм.

Величина $d=0{,}3$ мм имеет тот же порядок, что и отверстие сетки. Кроме того, из гранулометрического состава песка видно, что фракция $0{,}5<d<0{,}25$ мм составляет около 50% частиц. Если принять при неправильном и достаточно рыхлом сложении частиц диаметр наибольшего отверстия по площади примыкания сетки равным половине диаметра частиц, то снова придем к величине $d\approx 0{,}25$ мм.

Таким образом, при отрицательном напоре до 10 см вакуум можно надежно измерять водяными пьезометрами. При отрицательном напоре 10...20 см показания пьезометров менее надежны, а при отрицательных напорах больше 20 см неверны. Посмотрим, как распределяются давления от поверхности водоупора до дна канала по центральному створу пьезометров в течение некоторых опытов.

По опытным данным построен рисунок 49, на котором показано распределение напоров по высоте в течение каждого опыта. В начальный период опытов всегда между дном канала и уровнем грунтовых вод имеется зона давления меньше атмосферного, которая сохраняется в течение некоторого времени и ликвидируется только при сопряжении сплошного потока грунтовых вод с потоком в области канала. Зона отрицательного давления ликвидируется в разное время для разных опытов и зависит от скорости подъема уровня грунтовых вод. Таким образом, экспериментально подтверждается, что при неустановившейся фильтрации из канала после окончания периода смачивания, то есть после того, как опу-

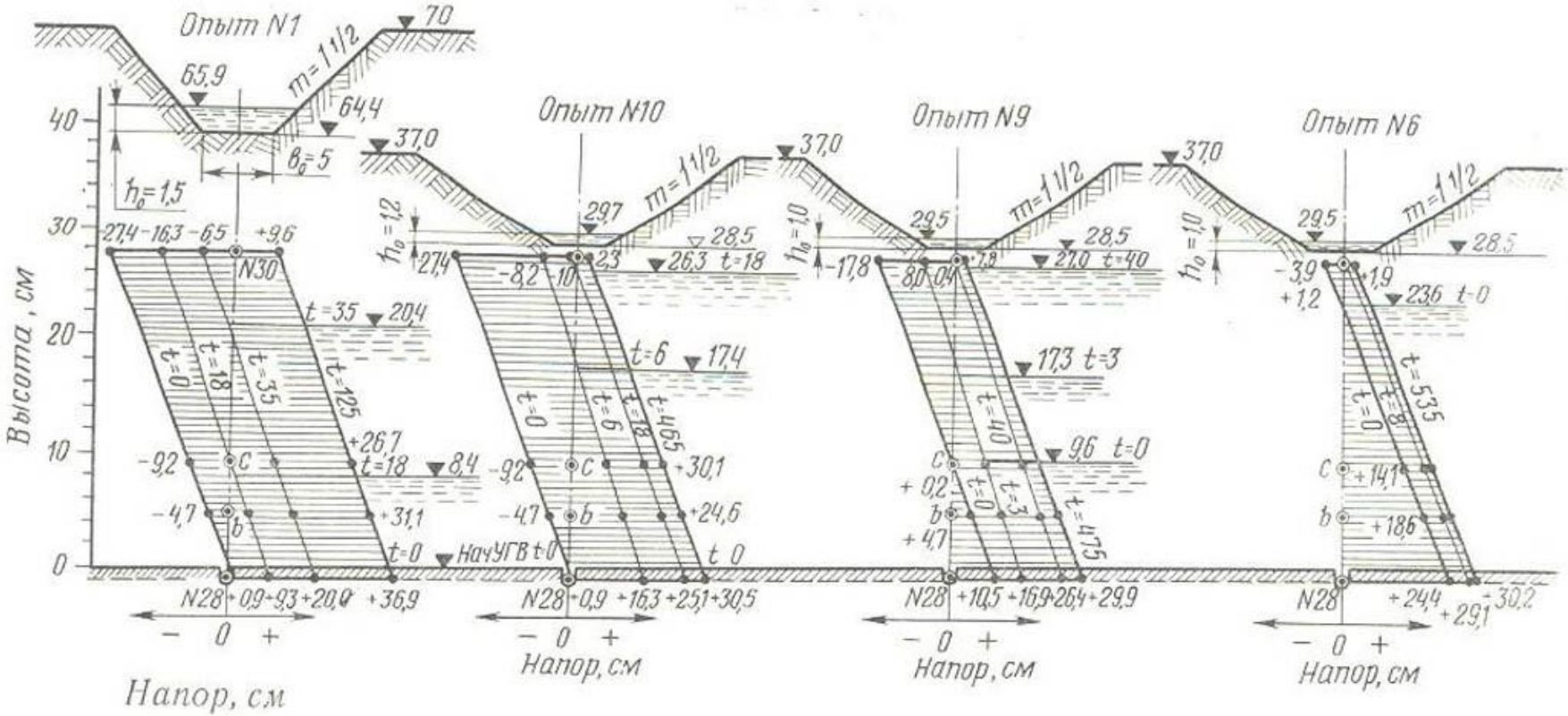


Рис. 49. Распределение напора по глубине под каналом при фильтрации в неустановившемся режиме. Эпюры напоров показаны в различные моменты времени t (мин) от начала опыта. Для пьезометров № 28 и 30 выписаны все показания, а для пьезометров b и c — крайние, соответствующие начальному ($t=0$) и конечному положению. С правой стороны каждой эпюры показано положение уровня грунтовых вод ($p=p_a$) в различные сроки. Все размеры даны в сантиметрах. Отметки приведены к поверхности водоупора.

скающийся фильтрационный поток дойдет до капиллярной каймы грунтовых вод, довольно продолжительное время существует между областью канала и уровнем грунтовых вод зона отрицательного давления с неполным насыщением грунта водой.

Фильтрация в этом случае из-за наличия зоны отрицательного давления и неполного насыщения грунта водой будет отличаться от обычного движения грунтовых вод при полном насыщении. Поэтому при фильтрации из канала выделение стадии капиллярно-грунтового потока оправдано.

Обратимся теперь к рисунку 50, на котором видно изменение фильтрационных расходов и показаний характерных пьезометров для двух опытов. Опытные точки напоров легли на плавные кривые, тогда как точки расходов разбросаны.

В опытах № 1 (рис. 50, *а*), № 2 (рис. 50, *б*) и № 10 (рис. 50, *в*) видим резкое различие в ходе фильтрации. Для глубоких грунтовых вод (опыт № 1) характерно более плавное уменьшение расходов, тогда как для близких грунтовых вод (опыт № 2) — более резкое. При близких грунтовых водах значительно резче возрастают напоры в начальный период.

Экспериментальная проверка некоторых теоретических зависимостей. В подавляющем большинстве опытов (№ 2...14) наблюда-

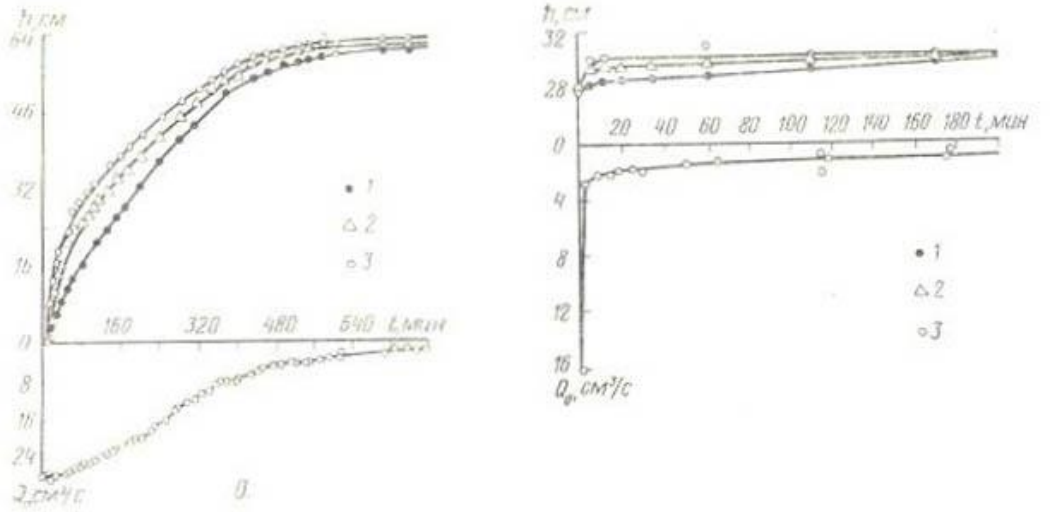
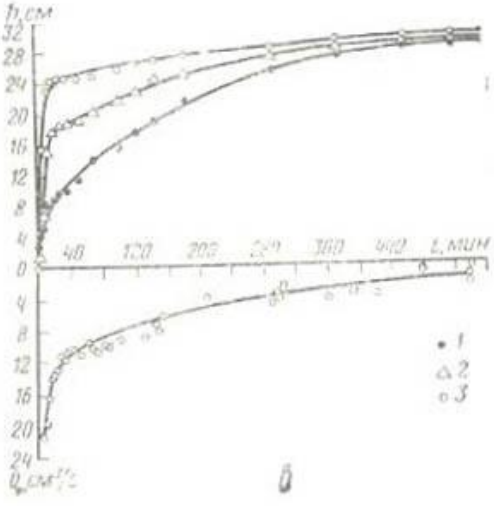


Рис. 50. Изменения фильтрационного расхода Q_0 и напоров h в опыте № 1 при глубоких грунтовых водах (*а*), в опыте № 2 при близких грунтовых водах (*б*) и в опыте № 10 при средних грунтовых водах:

1 — пьезометр № 3; *2* — пьезометр № 15; *3* — пьезометр № 28. Координаты пьезометров: № 3 $x=138$ см, $z=2$ см; № 15 $x=15{,}5$ см, $z=-1{,}9$ см; № 28 $x=10$ см, $z=-0{,}9$ см, где x — расстояние от оси канала, z — отметка относительно поверхности водоупора. Показания пьезометров характеризуют подъем грунтовых вод под каналом (№ 28), в средней части потока (№ 15) и в его конце (№ 3).



лись вторая и третья стадии фильтрации из канала. С одной стороны, можно принять, что для второй стадии фильтрации действительны те же количественные связи, что и для третьей стадии, то есть с самого начала каждого опыта можно пользоваться рассмотренными выше зависимостями для неустановившегося движения грунтовых вод при отсутствии подземного оттока и конечной длине потока. С другой стороны, режим уровня грунтовых вод под дном канала существенно зависит от изменения поступающего из канала фильтрационного расхода. Опыты (см. рис. 49) показали, что в начале каждого из них между потоком грунтовых вод и дном канала существовала зона отрицательного давления. Таким образом, допущение о мгновенном возрастании напора в сечении канала от величины T_0 (начальная глубина грунтовых вод) до величины H_0+T_0 (уровень воды в канале) не соответствует действительности. Однако принимаем такое допущение, так как установившийся режим плоского капиллярно-грунтового потока пока не может быть описан достаточно точно.

В качестве расчетной принимаем схему, соответствующую мгновенному возрастанию напора в сечении канала от значения T_0 до величины H_0+T_0. Приведем основные зависимости для данной схемы. Уровень грунтовых вод в конце потока в соответствии с формулой (204) равен $h_t=H_0(1-\varphi)$, где h_t — превышение уровня грунтовых вод в сечении $x=L$ в момент времени t от начала фильтрации над начальным; H_0 — превышение уровня воды в канале над существующим уровнем грунтовых вод при $t=0$; значение $(1-\varphi)$ берется из таблицы 21 по относительному времени β_0.

Расход на фильтрацию определяется по формуле (208): $Q_t=Q_0\psi$, где Q_t — расход на фильтрацию в момент времени t после начала опыта; Q_0 — расход при установившейся фильтрации для начального положения грунтовых вод, то есть при уровнях H_0+T_0 в сечении $x=0$ и T_0 в сечении $x=L$. Коэффициент ψ берется из таблицы 21 при известном относительном времени β_0.

Формулы (204) и (208) выведены из условия мгновенного подъема уровня грунтовых вод в сечении $x=0$, считая это сечение вертикальным, тогда как при фильтрации из каналов поток поступает по периметру канала, расширяется и из вертикального становится почти горизонтальным. Это обстоятельство было учтено для условий установившегося режима введением коэффициента β в формулу расхода $Q_0=2H_0L\bar{h}\beta/L$, где β определяется по формуле (61) в зависимости от $B/\bar{h}_{ср}$, $a/\bar{h}_{ср}$, $\bar{h}_{ср}/L$. Здесь a — средняя глубина воды, $\bar{h}_{ср}$ — средняя мощность грунтового потока с учетом водопроводимости капиллярной каймы, $\bar{h}_{ср}=h_{ср}+\alpha h_к$.

Таким образом, при определении расхода фильтрации для неустановившегося режима по формуле (208) указанные дополнительные потери в начале и в конце потока учитываются в расходе установившегося режима Q_0.

Дополнительные потери на расширение, поворот и сужение потока замедляют движение, поэтому при фильтрации из каналов время стабилизации равно $\tau_\beta=\delta L^2/kT_{ср}\beta$.

Так как расстояние от среднего положения уровня грунтовых вод до поверхности земли y в условиях опытов меняется и становится меньше максимальной высоты капиллярного поднятия $h_к$, то свободная порозность δ зависит от $y/h_к$.

Расчетная схема, для которой введены формулы (204) и (208), предполагала сплошной поток грунтовых вод длиной L, тогда как

в опытах имелись карманы с водой, каждый длиной 37 см. Устройство карманов было вызвано необходимостью изучения других схем неустановившегося режима и, в частности, наличием оттока грунтовых вод и их потока под каналом.

Очевидно, что наличие карманов изменяет схему движения, так как принятие $(\partial h/\partial x)_{x=L}=0$ уже неточно ввиду поступления расхода воды в карман. Учтем приближенно наличие карманов введением средней приведенной длины потока, равной

$$L_{\text{р}}=\left[L+\left(L+\frac{a}{\delta}\right)\right]\frac{1}{2}=L+\frac{a}{2\delta},\quad \text{или}\quad L_{\text{р}}=148+\frac{37}{2\delta},\qquad (340)$$

где $L=148$ см; $a=37$ см; δ — свободная порозность. При оценке принятого допущения (340) учтено, что карманы, как бы удлиняя поток, не увеличивают сопротивлений на передвижение фильтрационных вод.

Среднюю мощность потока грунтовых вод принимаем с учетом приведенной высоты капиллярной каймы, то есть $\bar{h}_{\text{ср}}=h_{\text{ср}}+\alpha h_{\text{к}}$.

Сравнение теоретических и опытных данных позволяет сделать следующие выводы.

Несмотря на сложные условия неустановившейся фильтрации, при наличии неполной капиллярной зоны опытные данные в основном подтвердили правильность теоретических формул.

Вероятные ошибки средних теоретических значений для уровней $r=23{,}6\%$, для расходов $r=32{,}9\%$, что для неустановившегося режима можно признать удовлетворительным.

Отдельные опыты дают значительные отклонения уровней (опыты № 13 и 14) и расходов (опыты № 5...10 для $t=100$ мин). Однако ряд опытов дает удовлетворительное совпадение теории и наблюдений как для расходов, так и для уровней (опыты № 11, 12, 3 и 4).

Теоретические значения уровней h_t-T_0, в общем, меньше наблюденных, то есть подъем грунтовых вод фактически происходит быстрее, чем по теоретическим расчетам.

Теоретические расходы в общем больше наблюденных. Причем падение расхода во времени носит в опытах несколько иной характер, чем в теории. В опытах расходы довольно быстро падают до величины, примерно равной Q_0, а затем уменьшаются весьма медленно. По теоретическим решениям расход уменьшается более равномерно.

Объяснения расхождения теоретических и опытных значений следует искать в следующих обстоятельствах: наличие карманов значительно отражается на режиме потока и введение средней расчетной длины является условным; наличие зоны отрицательного давления под дном канала (вторая стадия) вносит значительные изменения в поток; капиллярное насыщение при быстром подъеме грунтовых вод могло отставать от подъема грунтовых вод, то есть на поверхности грунтовых вод могло быть не осуществлено равенство $p=p_{\text{а}}$; изменения свободной порозности и капиллярной водопроницаемости недостаточно выяснены как теоретически, так и экспериментально.

Экспериментальная проверка теоретических связей для неустановившейся (подпертой) фильтрации при наличии водоемов. Воспользовавшись приведенными выше зависимостями (325)...(327) и рисунками 38...41, определим теоретические фильтрационные расхо-

31. Сравнение теоретических расходов и уровней с экспериментальными значениями для неустановившейся подпертой фильтрации при наличии водоемов

№ опыта	Опытные значения: t, мин	Опытные значения: напора, см H_0	Опытные значения: напора, см H_0-h_t,	Опытные значения: расхода, см³/с	Теоретические значения: $\bar{h}_{ср}$, см	σ	β	τ_β, мин	$\beta_0=t/\tau_\beta$	α	ψ_t	$1-\varphi_t$	расхода, см³/с: Q_0	расхода, см³/с: Q_t	напора, см H_t-h_t	Отклонения теоретических величин от опытных: расходов, %	Отклонения теоретических величин от опытных: напоров, %
Среднее залегание водоупора ($T=37$ см, $H_0+T_0\approx 30$ см)																	
2	100	1,10	0,70	0,80	35,2	0,047	0,79	25,7	3,90	5,30	0,54	0,515	0,69	0,37	0,57	−53,8	−18,6
	200	1,10	0,40	0,75	35,2	0,046	0,79	25,2	7,90	5,40	0,27	0,260	0,69	0,19	0,29	−74,7	−27,5
3	100	2,50	1,30	1,20	35,2	0,046	0,82	24,3	4,10	5,40	0,52	0,500	1,64	0,85	1,25	−20,8	−3,8
	200	2,50	0,70	1,00	35,3	0,045	0,82	23,7	8,40	5,60	0,25	0,240	1,64	0,39	0,60	−61,0	−14,3
	300	2,50	0,30	0,80	35,3	0,044	0,82	23,2	12,90	5,70	0,12	0,130	1,64	0,21	0,33	−73,8	+10,0
4	100	3,30	1,80	2,00	35,4	0,043	0,85	21,7	4,60	5,80	0,49	0,480	2,24	1,10	1,60	−45,0	−11,4
	200	3,30	1,00	1,67	35,5	0,042	0,84	21,5	9,30	5,90	0,23	0,240	2,25	0,52	0,80	−68,9	−20,0
	300	3,30	0,70	1,50	35,5	0,041	0,85	20,7	14,50	6,10	0,11	0,100	2,26	0,25	0,33	−83,3	−52,9
5	100	3,00	1,60	1,00	34,6	0,053	0,80	29,1	3,40	4,70	0,53	0,500	1,87	0,99	1,50	−1,0	−6,3
	200	3,00	1,00	0,85	34,7	0,052	0,80	28,5	7,00	4,90	0,27	0,250	1,88	0,51	0,75	−40,0	−25,0
	300	3,00	0,70	0,75	34,7	0,052	0,80	28,5	10,50	4,90	0,15	0,130	1,88	0,28	0,39	−62,7	−44,3
6	100	5,90	2,90	1,90	33,7	0,065	0,80	36,7	2,70	3,80	0,53	0,520	3,60	1,90	3,07	0	+5,9
	200	5,90	1,40	1,40	33,9	0,062	0,80	34,2	5,80	4,00	0,29	0,270	3,62	1,05	1,59	−25,0	+13,6
	300	5,90	0,90	0,90	33,9	0,062	0,80	34,2	8,80	4,00	0,13	0,130	3,62	0,47	0,77	−47,8	−14,4
7	100	7,00	3,30	2,15	33,9	0,062	0,81	33,8	3,00	4,00	0,53	0,500	4,37	2,31	3,50	+7,4	+6,1
	200	7,00	1,70	1,25	34,1	0,060	0,81	33,0	6,10	4,20	0,29	0,270	4,40	1,28	1,89	+2,4	+11,2
	300	7,00	0,90	0,85	34,2	0,059	0,81	33,3	9,30	4,20	0,14	0,150	4,41	0,62	1,05	−27,0	+16,7

8	100	7,90	3,60	2,30	34,1	0,059	0,85	30,9	3,20	4,20	0,56	0,510	5,20	2,91	4,03	+26,5	+11,9
	200	7,90	1,90	1,90	34,4	0,057	0,85	29,7	6,70	4,40	0,26	0,230	5,24	1,36	1,82	−28,5	−4,2
	300	7,90	1,20	1,50	34,5	0,056	0,85	29,0	10,30	4,50	0,13	0,120	5,26	0,68	0,95	−54,7	−20,8
9	100	19,80	9,70	6,30	27,6	0,127	0,83	84,2	1,19	2,00	0,70	0,650	10,20	7,13	12,90	+13,2	+53,0
	200	19,80	5,40	3,50	28,4	0,119	0,83	76,7	2,60	2,10	0,38	0,330	10,50	3,99	6,50	+14,0	+20,3
	300	19,80	2,90	1,70	28,7	0,116	0,83	74,0	4,10	2,20	0,23	0,210	10,60	2,43	4,16	+43,0	+43,4
10	100	29,70	13,60	7,80	22,5	0,180	0,85	143,0	0,70	1,40	0,81	0,740	12,90	10,49	22,00	+33,3	+61,8
	200	29,70	8,00	5,20	23,8	0,166	0,86	124,0	1,61	1,50	0,50	0,450	13,70	6,85	13,40	+31,7	+67,4
	300	29,70	4,40	3,70	24,6	0,157	0,85	113,0	2,70	1,60	0,28	0,250	14,20	3,97	7,40	+7,3	+68,2

Мелкое залегание водоупора ($T=37$ см, $H_0+T_0\approx 10$ см)

11	100	1,80	1,40	0,70	18,6	0,221	0,89	203,0	0,49	1,13	0,90	0,790	0,68	0,61	1,42	−12,9	+1,4
	200	1,80	1,00	0,50	18,7	0,216	0,89	198,0	1,01	1,16	0,63	0,560	0,68	0,43	1,13	−14,0	+13,0
	300	1,80	0,80	0,35	18,7	0,216	0,89	198,0	1,52	1,16	0,44	0,380	0,68	0,30	0,68	−14,3	−15,0
12	100	3,30	1,90	1,02	17,8	0,230	0,91	217,0	0,46	1,09	0,92	0,810	1,21	1,11	2,67	+8,8	+40,5
	200	3,30	1,40	0,85	17,9	0,230	0,90	217,0	0,92	1,09	0,66	0,590	1,20	0,79	1,95	−7,1	+39,3
	300	3,30	1,00	0,60	17,9	0,225	0,90	212,0	1,42	1,11	0,47	0,400	1,20	0,56	1,32	−6,7	+32,0
13	100	6,80	3,10	1,75	15,8	0,265	0,90	284,0	0,35	0,94	1,03	0,860	2,19	2,25	5,84	+28,6	+88,3
	200	6,80	2,30	1,10	16,0	0,259	0,91	271,0	0,74	0,96	0,73	0,630	2,25	1,64	4,28	+49,1	+86,0
	300	6,80	1,60	0,70	16,2	0,259	0,91	267,0	1,12	0,96	0,54	0,470	2,27	1,23	3,19	+75,7	+99,4
14	100	9,40	4,30	2,67	14,2	0,315	0,90	375,0	0,27	0,79	1,08	0,900	2,73	2,95	8,46	+10,5	+96,6
	200	9,40	3,50	1,85	14,4	0,305	0,91	355,0	0,56	0,82	0,82	0,700	2,79	2,29	6,58	+23,8	+88,0
	300	9,40	2,60	1,20	14,7	0,295	0,91	336,0	0,89	0,85	0,62	0,540	2,85	1,77	5,08	+47,5	+95,3

Примечание. Среднее квадратическое отклонение во всех опытах для уровней $\sigma=46{,}8\%$; вероятная ошибка $r=0{,}6745\ \sigma=31{,}6\%$. Среднее квадратическое отклонение во всех опытах для расходов $\sigma=41{,}4\%$; вероятная ошибка $r=0{,}6745\ \sigma=28\%$. В опытах № 3...9, 11, 12 для уровней $\sigma=24{,}5\%$ и $r=16{,}5\%$ и для расходов $\sigma=39{,}2\%$ и $r=26{,}5\%$.

ды и уровни воды в карманах лотка и сравним их с наблюденными в опытах (табл. 31).

В основном теоретические зависимости правильно отражают динамику процесса, но точность расчета желательно иметь большей. Следует отметить, что, несмотря на совершенно различные подходы в теоретических решениях, для безотточной схемы (путем введения условной приведенной длины потока $L_p = L + a/2\delta$) и для схемы с наличием водоемов результаты расчетов дают величины одного порядка, а для ряда опытов практически совпадающие. Обращают на себя внимание большие отклонения теоретических расчетов от наблюденных величин в опытах № 2, 10, 13 и 14. Опыт № 2 имеет весьма малый напор $H_0 = 1{,}1$ см и расход $Q \approx 0{,}8$ м^3/с, поэтому точность их замеров не могла быть большой. Опыты № 10, 13 и 14 проходили при сравнительно глубоких уровнях грунтовых вод, причем значение свободной порозности принято с расчетом, соответствующим статическому уровню грунтовых вод для среднего их уровня $h_{ср}$ (осреднение было проведено для всего опыта и во времени и в пространстве). Начальная влажность грунта в этих опытах была несколько бо́льшей, чем влажность, соответствующая статическому ее распределению. Перерывов между опытами (1...2 сут) недостаточно для полной водоотдачи при горизонтальном стекании. Это обстоятельство можно было бы учесть в опытах № 10, 13, 14, принимая за расчетное значение δ меньшие величины (так как влага не успела стечь), что значительно приблизило бы теоретические результаты к опытным данным. Однако его не учитывали, чтобы не появлялась неопределенность при сравнении теоретических и опытных данных.

Учитывая всю сложность нестационарного движения грунтовых вод в условиях свободной фильтрации и недостаточную изученность вопросов динамики капиллярного насыщения, можно утверждать, что теоретические решения для безотточной схемы при наличии водоемов в основном соответствуют опытным данным. Тем не менее необходимо подчеркнуть значение дальнейшего теоретического и экспериментального изучения неустановившегося движения грунтоых вод с образованием свободной поверхности. Причем особое внимание следует обратить на передвижение влаги в зоне неполного насыщения и на условие на свободной поверхности грунтовых вод в связи с поверхностными (капиллярными) явлениями, на динамику свободной порозности при нестационарных процессах и на другие вопросы, пока еще недостаточно изученные.

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

Аверьянов С. Ф. Динамика уровня грунтовых вод.— Доклады ВАСХНИЛ, 1939, вып. 8.

Аверьянов С. Ф. Расчет осушительного действия ловчих каналов.— Доклады ВАСХНИЛ, 1947, вып. 10.

Аверьянов С. Ф. Расчет осушительного действия глубоких дренажей.— Научные записки МГМИ. М., 1948, т. 15.

Аверьянов С. Ф. Зависимость водопроницаемости почвогрунтов от содержания в них воздуха.— Доклады АН СССР, 1949, т. 69, № 2.

Аверьянов С. Ф. Приближенная оценка роли фильтрации в зоне капиллярной каймы.— Доклады АН СССР, 1949 а, т. 69, № 3.

Аверьянов С. Ф. Расчет линейной системы артезианских колодцев.— Инженерный сборник института механики АН СССР. М., 1949 б, т. 5, вып. 2.

Аверьянов С. Ф. Вопросы установления величины фильтрационных потерь в системе оросительных каналов (свободная фильтрация).— Гидротехника и мелиорация, 1950, № 9.

Аверьянов С. Ф. Вопросы установления величины фильтрационных потерь в системе оросительных каналов (подпертая фильтрация).— Гидротехника и мелиорация, 1950 а, № 10.

Аверьянов С. Ф. О водопроницаемости почвогрунтов при неполном их насыщении.— Инженерный сборник Института механики АН СССР, 1950 б, т. 7.

Аверьянов С. Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод.— В сб.: Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. М., 1956, т. 1.

Алексеев Г. А. Динамика инфильтрации дождевой воды в почву.— Труды ГГИ, 1948, № 6.

Аравин В. И., Нумеров С. Н. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде.— М.: Гостехиздат, 1953.

Аравин В. И., Нумеров С. Н. Фильтрационные расчеты гидротехнических сооружений.— Л.—М.: Госстройиздат, 1955.

Будаговский А. И. Впитывание воды в почву.— М.: Изд-во АН СССР, 1955.

Ведерников В. В. Фильтрация из каналов. М.—Л.: Госстройиздат, 1934.

Ведерников В. В. Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа.— М.—Л.: Госстройиздат, 1939.

Ведерников В. В. Учет влияния капиллярности грунта на фильтрацию из каналов.— Доклады АН СССР, 1940, т. 28, № 5.

Ведерников В. В. Итоги исследований по физической картине свободной фильтрации.— Доклады АН СССР, 1947, т. 55, № 3.
Ведерников В. В. Фильтрация при наличии дренирующего или водоносного слоя.— Доклады АН СССР, 1949, т. 69, № 5.
Веригин Н. Н. О фильтрации из канала в сухой грунт.— Доклады АН СССР, 1951, т. 79, № 4.
Веригин Н. Н. Движение грунтовых вод вблизи водохранилищ.— Гидротехническое строительство, 1952, № 4.
Веригин Н. Н. Движение влаги в почве.— Доклады АН СССР, 1953, т. 89, № 2.
Веригин Н. Н. Промачивание почвы при орошении посредством дождевания.— Доклады АН СССР, 1953, т. 89, № 4.
Виноградов Ю. П., Куфарев П. П. О некоторых частных решениях задачи фильтрации.— Доклады АН СССР, 1945, т. 57, № 4.
Галин Л. А. Некоторые задачи неустановившегося движения грунтовых вод.— Прикладная математика и механика, 1951, т. 15, № 6.
Гиринский Н. К. Руководство по расчету притоков воды в горизонтальные дренажи военно-инженерных сооружений.— М.—Л.: Госгеолиздат, 1944.
Гиринский Н. К. Некоторые вопросы динамики подземных вод.— В сб.: Гидрология и инженерная геология. М.—Л., 1947, № 9.
Долгов С. И. О доступности для растений почвенной влаги.— Доклады АН СССР, 1947, т. 55, № 5.
Жуковский Н. Е. Видоизменение метода Кирхгофа для определения движения жидкости в двух измерениях при постоянной скорости, данной на известной линии тока.— В кн.: Полное собрание сочинений. М.—Л.: ОНТИ, 1935...1937, т. 3.
Жуковский Н. Е. О влиянии давления на насыщенные водой пески.— В кн.: Полное собрание сочинений. М.—Л.: ОНТИ, 1935...1937, т. 7.
Замарин Е. А. Потери воды из водохранилища на фильтрацию.— Научные записки МГМИ, 1939, т. 7, вып. 8.
Ивицкий А. И. Исследование вопросов осушения болот.— Труды ВНИИ болотного хозяйства, Минск, 1938, т. 1.
Калинин Н. К. О неустановившейся фильтрации в случае дрены в водопроницаемом слое конечной глубины.— Прикладная математика и механика, 1948, т. 12, № 2.
Каменский Г. Н. Основы динамики подземных вод.— М.: Госгеолиздат, 1943, изд. 2.
Каменский Г. Н. Гидродинамические принципы изучения режима грунтовых вод. Вопросы гидрогеологии и инженерной геологии.— Труды ВНИИ гидрогеологии и инженерной геологии. М.: Госгеолиздат, 1953.
Каранфилов Т. С. Расчет фильтрации воды из канала в грунт методом гидравлических аналогий.— Гидротехническое строительство, 1953, № 1.
Качинский Н. А. Влияние формы и величины заливаемых площадок на водопроницаемость почв.— Почвоведение, 1936, № 1.
Ковда В. А. Происхождение и режим засоленных почв.— М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1946...1947, т. 1, 2.
Козлов В. С. Расчет дренажных сооружений.— М.: Госстройиздат, 1940.

Костяков А. Н. К вопросу определения расстояния между дренами.— Научные записки МГМВХ, 1935, вып. 1.
Костяков А. Н. Растекание грунтовых вод под орошаемыми массивами.—Научные записки МГМИ, 1948, т. 14.
Костяков А. Н. Основы мелиораций.— М.: Сельхозгиз, 1960.
Кочина Н. Н. Некоторые вопросы пространственного растекания грунтовых вод.— Прикладная математика и механика, 1953, т. 17, № 3.
Крылов М. М. К методике изучения водного баланса орошаемых районов. Ташкент. Изд. научно-технической и социально-экономической литературы УзССР, 1939.
Лебедев А. Ф. Почвенные и грунтовые воды.— М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1936.
Лейбензон Л. С. Руководство по нефтепромысловой механике.— М.—Л.: Госгеонефтеиздат, 1934, ч. II.
Лукьянов В. С. Технические расчеты на гидравлических приборах Лукьянова.— М.—Л.: Трансжелдориздат, 1937.
Лыков А. В. Теория теплопроводности.— М.: Гостехтеориздат, 1952.
Марков Е. С. Динамика водоотдачи при неустановившемся движении грунтовых вод.— Доклады ВАСХНИЛ, 1947, № 4.
Мятиев А. Н. Действие колодца в напорном бассейне подземных вод.— Известия Туркменского филиала АН СССР, 1946, № 3 и 4.
Мятиев А. Н. Напорный комплекс подземных вод и колодцы.— Известия АН СССР, ОТН, 1949, № 9.
Нельсон-Скорняков Ф. Б. Фильтрация в однородной среде.— М.: Советская наука, 1947.
Нумеров С. Н. О фильтрации из каналов деривационных ГЭС и ирригационных систем.— Известия ВНИИГ. Л., 1947, т. 34.
Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения.— В кн.: Собрание сочинений. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1955...1956, т. 2.
Пикалов Ф. И. Способы борьбы с потерями воды на фильтрацию из оросительных каналов.— М.: Сельхозгиз, 1952.
Полубаринова-Кочина П. Я. О перемещении языка грунтовых вод при фильтрации из канала.— Доклады АН СССР, 1952, т. 87, № 6.
Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод.— М.: Гостехтеориздат, 1952 а.
Ризенкампф Б. К. Гидравлика грунтовых вод.— Ученые записки Саратовского ГУ, сер. ФМИ, 1940, вып. 2.
Скабалланович И. А. Расчетные формулы для определения потерь воды в каналах.— Материалы для проектирования ирригационных каналов. Л., Гипроводхоз, 1936.
Созыкин Н. Ф. О динамике впитывания воды в почву.—В сб.: Максимальный сток с малых бассейнов. М.: Трансжелдориздат, 1940.
Соколов Ю. Д. О расчете фильтрации из канала трапецеидального сечения.— Доклады АН СССР, 1951, т. 79, № 5.
Соколов Ю. Д. К теории плоской неустановившейся фильтрации грунтовых вод.— Украинский математический журнал. Киев, 1954, т. 6, № 2.
Фенин Н. К. Искусственная кольматация каналов при выполнении их способом гидромеханизации.— Гидротехника и мелиорация, 1953, № 6.

Форхгеймер Ф. Гидравлика./Под ред. А. А. Черкасова.— М.—Л.: ГОНТИ, 1935.
Христианович С. А., Михлин С. Г., Девисон Б. Б. Некоторые новые вопросы механики сплошной среды./Под ред. Н. Е. Кочина.—М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1938.
Чарный И. А. О методах линеаризации нелинейных уравнений типа уравнений теплопроводности.— Известия АН СССР, ОТН, 1951, № 6.
Черкасов А. А. Мелиорация и сельскохозяйственное водоснабжение.— М.: Сельхозгиз, 1950.
Шипенко П. И. Динамика уровня грунтовых вод в районе водохранилищ и каналов.— Гидротехника и мелиорация, 1950, № 8.
Эркин Г. Д. Осушение заболоченных аллювиальных почв.— В кн.: Осушение заболоченных земель. М.—Л.: ВАСХНИЛ, 1937.

Dacher R. Uber die versicherund aus kanalen.— Die Wasserwirtschaft, 1933, N 9.
Versluys I. Satellietpunten op kpommen gegeven door de vergelijkingen.— Internat. Mitteilungen f. Bodenkunde, 1917, Bd. 7.
Werner P. Wilh. On non—artesian groundwater flow.— Geofis. pura e appl., 1953, N 25, maggio—agosto.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Глава I. **Характеристика стадий фильтрации из каналов и некоторые вопросы передвижения почвенной влаги** 5

Характеристика стадий фильтрации из каналов 5

Некоторые вопросы передвижения почвенной влаги при неполном насыщении 8

Глава II. **Фильтрационные потери и подземный отток при установившемся режиме** 19

Фильтрационные потери при свободной фильтрации 19

Фильтрационные потери при подпертой фильтрации и отсутствии испарения с поверхности грунтовых вод 24

Фильтрационные потери, расходуемые на испарение с поверхности грунтовых вод . . . 44

Фильтрационные потери и подземный отток при действии дренажа и испарении с поверхности грунтовых вод 63

Глава III. **Динамика подземного оттока** 69

Краткая характеристика основных методов исследования неустановившегося движения грунтовых вод 70

Исходные соотношения и некоторые общие свойства неустановившихся движений грунтовых вод 78

Потоки грунтовых вод большой длины (бесточные бассейны) 86

Потоки грунтовых вод ограниченной длины без дренажа 123

Потоки грунтовых вод ограниченной длины при наличии дренажа 149

Количественная характеристика стадий фильтрации из каналов 194

Глава IV. **Лабораторные исследования** 201

Определение влияния фильтрации из каналов на режим грунтовых вод при наличии подземного оттока 201

Определение влияния фильтрации из каналов на режим грунтовых вод при отсутствии подземного оттока 219

Указатель литературы 233