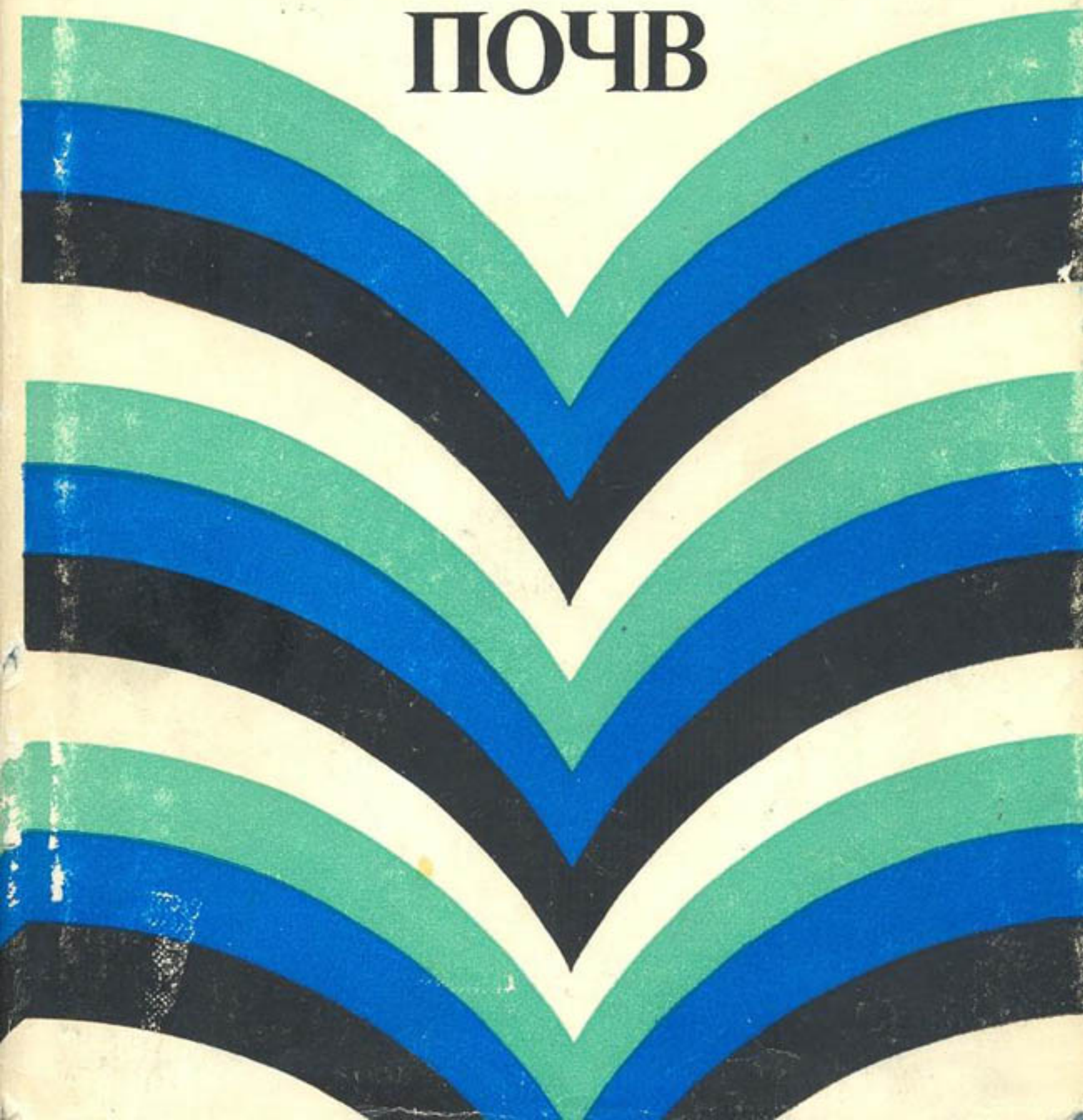


Н.Ф.БОНДАРЕНКО

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕЛИОРАЦИЙ ПОЧВ



Н. Ф. БОНДАРЕНКО

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕЛИОРАЦИЙ ПОЧВ



Ленинград
«КОЛОС»

Ленинградское отделение
1975

631.6

Б81

УДК 631.6 : 631.4

Рецензенты: член-корреспондент АН СССР, профессор Б. В. Дерягин; член-корреспондент ВАСХНИЛ, профессор Н. И. Дружинин.

Бондаренко Николай Филиппович

Б81 Физические основы мелиораций почв. Л., «Колос» (Ленингр. отд-ние), 1975.

258 с. с ил.

В книге излагаются основные сведения о взаимодействии почвы и воды, о механических и фильтрационных свойствах почв, которые необходимо учитывать при проектировании мелиоративных мероприятий. Подробно рассматриваются вопросы осушения переувлажненных почв. Значительное место в книге отводится описанию прогрессивных методов мелиорации, в частности электромелиорации засоленных почв. Книга рассчитана на научных работников и практиков, интересующихся вопросами мелиоративного почвоведения.

Б $\frac{40305-115}{035(01)-75}$ 57—75

631.6

© Издательство «Колос», 1975

Возделываемые человеком растения постоянно находятся во взаимодействии с внешней средой, являющейся необходимым условием существования всего живого.

Коренная задача научного земледелия состоит в том, чтобы изучить требования растений к условиям среды и разработать наиболее эффективные способы их удовлетворения.

Формирование урожая на сельскохозяйственном поле является результатом сложного взаимодействия всех факторов внешней среды с растением. Схема взаимодействия популяций растений с внешней средой изображена на рис. 1. Здесь через $u_1, \dots, u_n$ обозначены управляемые факторы, т. е. те параметры среды, которые находятся под воздействием человека (например, норма высева семян, сроки посева, дозы вносимых удобрений, нормы и сроки полива, виды обработки почвы и пр.).

Другую группу внешних воздействий $x_1, \dots, x_n$ составляют неуправляемые, но контролируемые (измеряемые) факторы. К третьей группе относятся такие воздействия, которые хотя и влияют на процесс формирования урожая U , но их измерение либо невозможно, либо связано с чрезвычайно большими затратами, на которые в данных условиях не идут.

Если в системе почва—растение—атмосфера ограничиться только почвой, то и тогда остается огромное количество неясных или совсем не изученных вопросов.

Почва является той физической средой, в которой произрастают растения. Она должна обеспечивать расте-

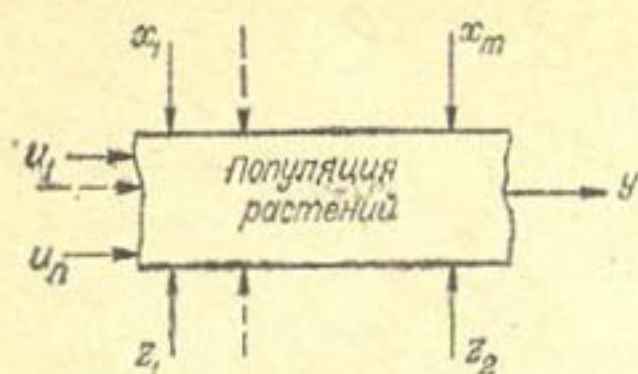


Рис. 1. Схема взаимодействия популяций растений с внешней средой

ния влагой и питательными веществами, а корни растений — кислородом; оптимальные условия формирования урожая требуют поддержания также соответствующего теплового режима почвы. Добиться прогрессирующего нарастания

плодородия почвы можно лишь одновременно воздействуя на все эти факторы.

К настоящему времени еще не накоплен материал, позволяющий говорить об оптимальных соотношениях всех факторов внешней среды (многофакторный эксперимент) для различных сельскохозяйственных растений на разных стадиях их развития: большинство данных относится к одному или двум факторам, влияющим на урожай, при прочих факторах, находящихся в избытке (принцип лимитирующего фактора) или «норме». На рис. 2 показана реакция растений при воздействии на один фактор жизни растений, а на рис. 3 — при воздействии на два фактора [30, 107].

Совместное действие факторов жизни растений проявляется не только в лучшем использовании растением каждого из них, но и косвенно — путем взаимодействия. Так, например, изменение температуры почвы влияет на растворяющую способность почвенного раствора, его реологические свойства, доступность для растений и т. п.; удобрения, снижая транспирационный коэффициент, уменьшают потребность растений в воде и могут ослабить вредное влияние засухи; изменение водного режима почвы повлечет изменения в тепловом, воздушном и питательном режимах и окажет влияние на технологические свойства почв.

Советский Союз располагает огромным земельным фондом — 2227,5 млн. га и по общей территории и по пло-

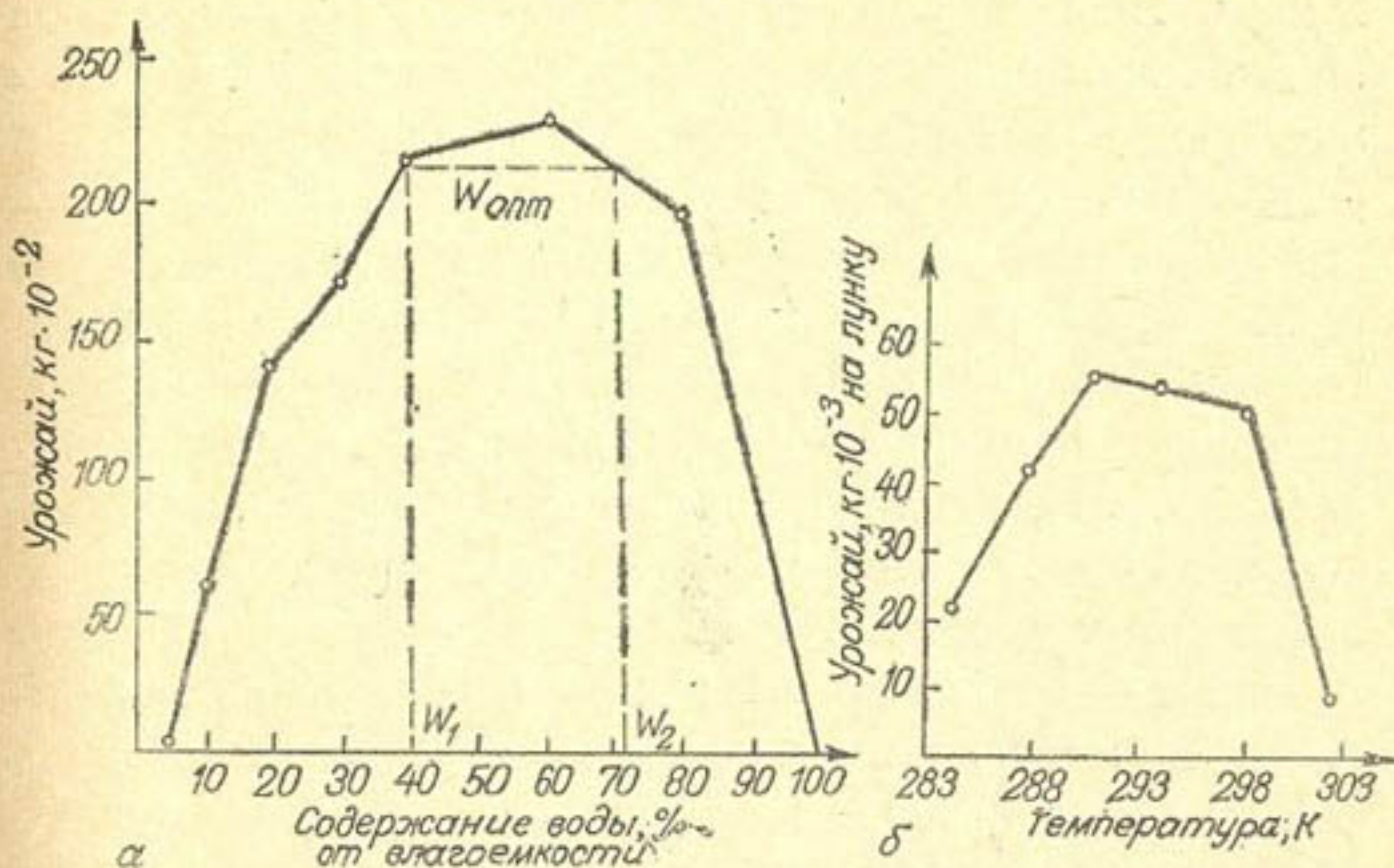


Рис. 2. Изменение величины урожая при воздействии на один фактор жизни растений:

а — опыт Гельригеля по влиянию влажности почвы на урожай ячменя [30];
б — зависимость роста клубней картофеля от температуры почвы (данные Джонса и др.) [107]

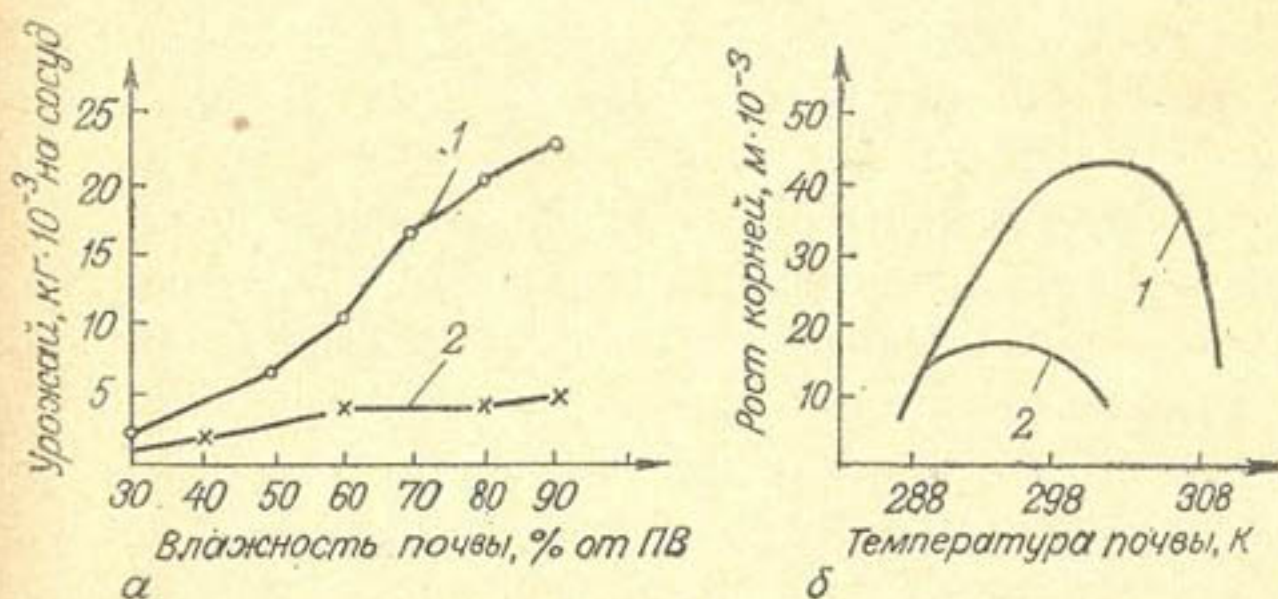


Рис. 3. Реакция сельскохозяйственных растений при воздействии на два фактора жизни растений:

а — урожай пшеницы в зависимости от влажности почвы и дозы удобрений [30]: 1 — с удобрением в одинарных дозах; 2 — без удобрений; б — рост корней растений в зависимости от содержания кислорода и температуры почвы [107]: 1 — нормальное содержание O_2 ; 2 — низкое содержание O_2

щади сельскохозяйственных угодий занимает первое место в мире. По почвенным и климатическим условиям наша страна находится в менее благоприятных условиях, чем многие другие страны. Свыше 58% территории страны расположены в холодных районах, около 15% — в пустынных, где при обилии тепла количество осадков крайне ограничено. Районы с плодородными почвами и относительно благоприятным климатом, где развито земледелие, составляют примерно 26% территории страны. У земледельцев, занятых сельскохозяйственным производством, находится 47% земельного фонда. Из сельскохозяйственных угодий в среднем по стране преобладают пастбища — 54%, сенокосы занимают 8%, пашни — 37%, сады и виноградники — около 1%. В ведении лесохозяйственных организаций находится около 43% земельного фонда, под городами и поселками — 0,4%, под промышленными, горнорудными и другими предприятиями не сельскохозяйственного назначения — 2,3%.

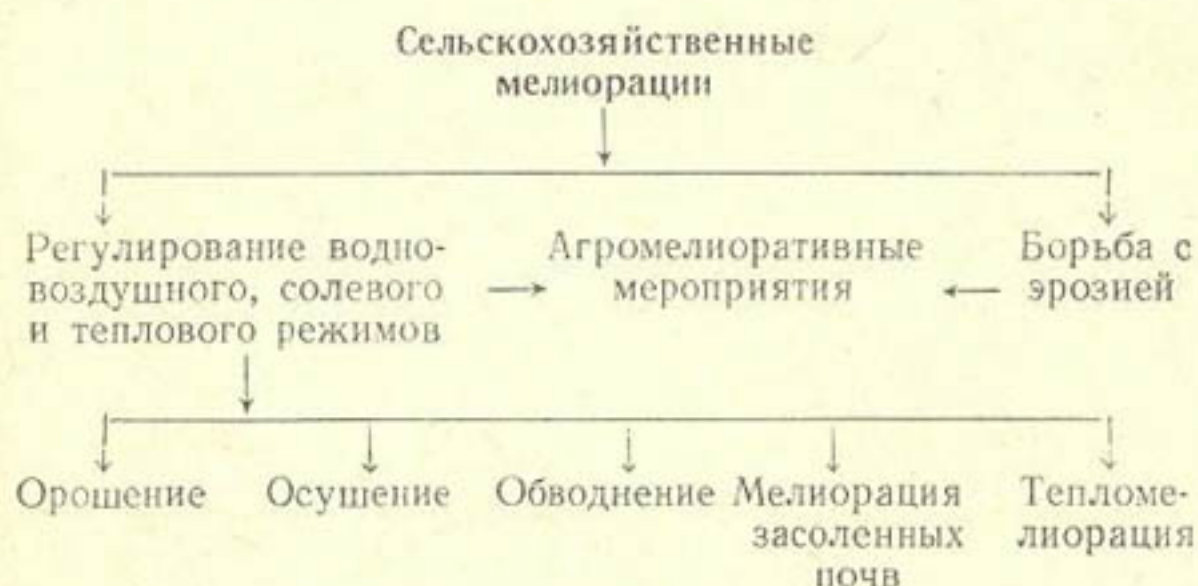
За годы Советской власти площадь пашни увеличилась более чем на 70 млн. га. В то же время только за 1963—1971 гг. для народнохозяйственных нужд изъято около 12 млн. га колхозных и совхозных земель, в том числе более 5 млн. га сельскохозяйственных угодий, из них около 1 млн. га пашни. Можно ожидать, что к 2000 г. из сельскохозяйственного использования будет изъято около 10 млн. га пашни, а на потенциально пригодных для освоения землях и значительной части существующих сельскохозяйственных угодий требуется проведение больших работ по мелиорации. Так, общая площадь территории, нуждающейся в системе мероприятий по предупреждению и защите почв от ветровой эрозии и по регулированию поверхностного стока, составляет примерно около 185 млн. га пашни и ориентировочно 85 млн. га сенокосов и пастбищ. Общая площадь избыточно увлажненных и болотных почв превышает 150 млн. га, в том числе потенциальных лугов и пастбищ — 25 млн. га, пашни — 17 млн. га.

Важным фактором повышения почвенного плодородия является гидромелиорация. На 1 ноября 1972 г. орошалось 11,8 млн. га и было осушено 9,5 млн. га сельскохозяйственных угодий. В период 1971—1985 гг. предполагается довести площадь орошаемых земель примерно до 21 млн. га и осушенных — до 27 млн. га.

Для получения повышенных урожаев зерновых предполагается довести дозы внесения удобрений под эти культуры в условиях достаточного увлажнения до 200—250 кг действующего вещества на 1 га; в степной зоне и в зоне сухих степей — до 80—140 кг на 1 га и почти до 400 кг на 1 га — при орошаемом земледелии (в 1971 г. — 51,4 кг). В результате средняя урожайность зерновых должна вырасти не менее чем в 2 раза и достигнуть 28—30 ц на гектар [78].

Мероприятия по коренному улучшению почв получили название сельскохозяйственных мелиораций.

В книге затронуты в большей или меньшей степени все виды сельскохозяйственных мелиораций, приведенные в следующей схеме:



Необходимость дальнейшего изучения физико-математических аспектов мелиоративного почвоведения обусловлена запросами специалистов, работающих над созданием и проверкой моделей влияния почвенных условий на

растения с целью решения проблемы получения высоких запрограммированных урожаев.

Эти исследования должны привести к созданию почвенного блока интегрированных имитационных моделей, обеспечивающих долгосрочный прогноз динамики влаги, минеральных и органических веществ в среде обитания растений.

На основе такого прогноза станет возможным принятие оптимальных хозяйственных решений на всех производственных уровнях: при проектировании долгосрочных мелиоративных мероприятий, при планировании агротехнических мероприятий на предстоящий вегетационный период и при оперативном управлении процессом формирования урожая в соответствии со складывающейся в конкретном году агрометеорологической обстановкой.

ФАЗОВЫЙ СОСТАВ ПОЧВЫ

1. ТВЕРДАЯ ФАЗА

Состав почвенных частиц. Твердая фаза почвы состоит из минеральных, органических и органо-минеральных частиц.

Минеральные частицы по происхождению разделяются на первичные и вторичные. Первичные минералы образовались в результате остывания магмы, а вторичные — в результате физического и химического выветривания горных пород. Среди первичных минералов наиболее распространены полевые шпаты, пироксен и амфибол, слюды и кварц.

Десять окислов: SiO_2 , Al_2O_3 , Fe_2O_3 , FeO , MgO , CaO , Na_2O , K_2O , H_2O и TiO_2 составляют почти 99% общей массы изверженных и осадочных пород.

Вторичные минералы в основном представлены каолинитом, монтмориллонитом и иллитом.

В каолинитовых минералах, образующихся в условиях кислой среды, частицы состоят из нескольких пакетов, структура которых показана на рис. 4.

Чередование положительно и отрицательно заряженных слоев обеспечивает прочную связь внутри пакета; пакеты соприкасаются друг с другом также разноименными зарядами, что обеспечивает, при соответствующих расстояниях между поверхностями, прочную связь и между пакетами.

Химический состав каолинитовых минералов примерно следующий: $\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$.

В монтмориллонитовых минералах, образующихся в условиях щелочной среды, частицы могут состоять из отдельных пакетов. Структура пакета монтмориллонита (рис. 5) в общем близка к рассмотренной выше. Связь внутри пакета прочная, как в каолините, и осуществляется разноименно заряженными слоями. Связь же между отдельными пакетами

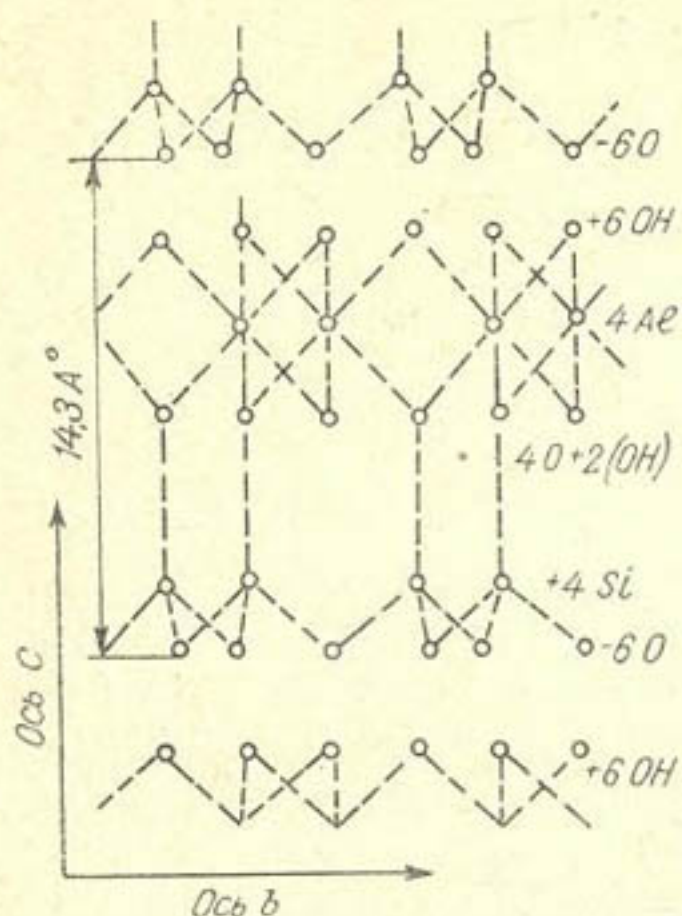


Рис. 4. Структура пакета каолинита

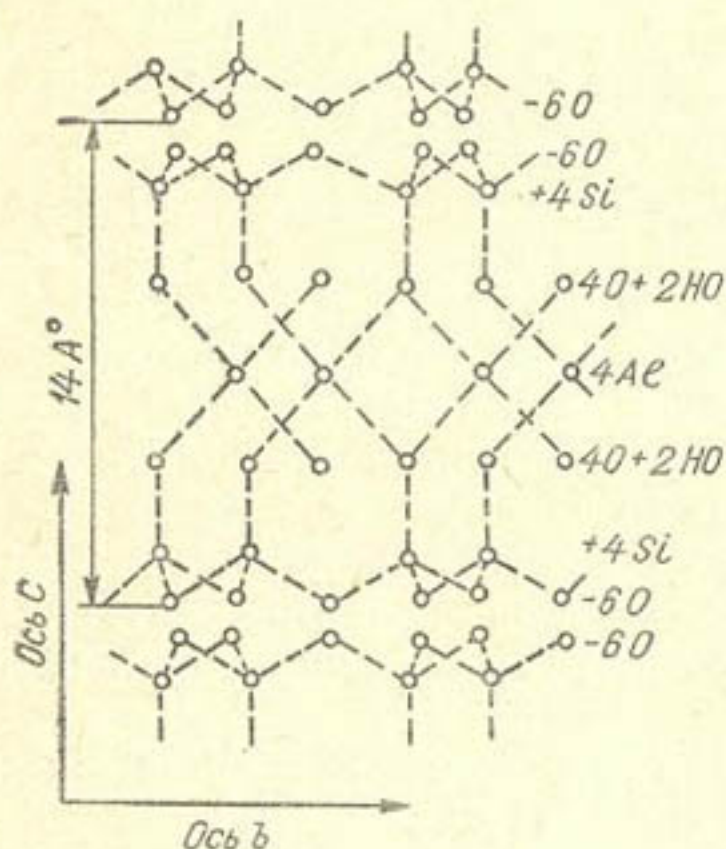


Рис. 5. Структура пакета монтмориллонита

осуществляется одноименно заряженными слоями, состоящими из атомов кислорода. Химический состав примерно следующий: $n(\text{Ca}, \text{Mg})\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{SiO}_2 \cdot x\text{H}_2\text{O}$.

И л л и т ы (гидро-слюды) по своим свойствам занимают промежуточное положение между каолинитом и монтмориллонитом. Как и минералы монтмориллонитовой группы, они образуются в щелочной среде. Строение решетки близко к строению решетки монтмориллонита, однако между пакетами расположены ионы калия, что придает решетке большую прочность и меньшую подвижность. Химический состав примерно следующий: $\text{K}_2\text{O} \cdot 3\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$.

О р г а н и ч е с к и е вещества (продукты взаимодействия минеральных веществ с остатками растительного, животного и микробного происхождения) представлены гумусовыми веществами (гуминовые кислоты, фульвокислоты, гумусовые угли), протеином, клетчаткой, смолами и другими сложными соединениями. Основные элементы органических веществ — углерод, водород, кислород, азот.

О р г а н о - м и н е р а л ь н ы е частицы образуются в результате взаимодействия неорганических и органических частиц.

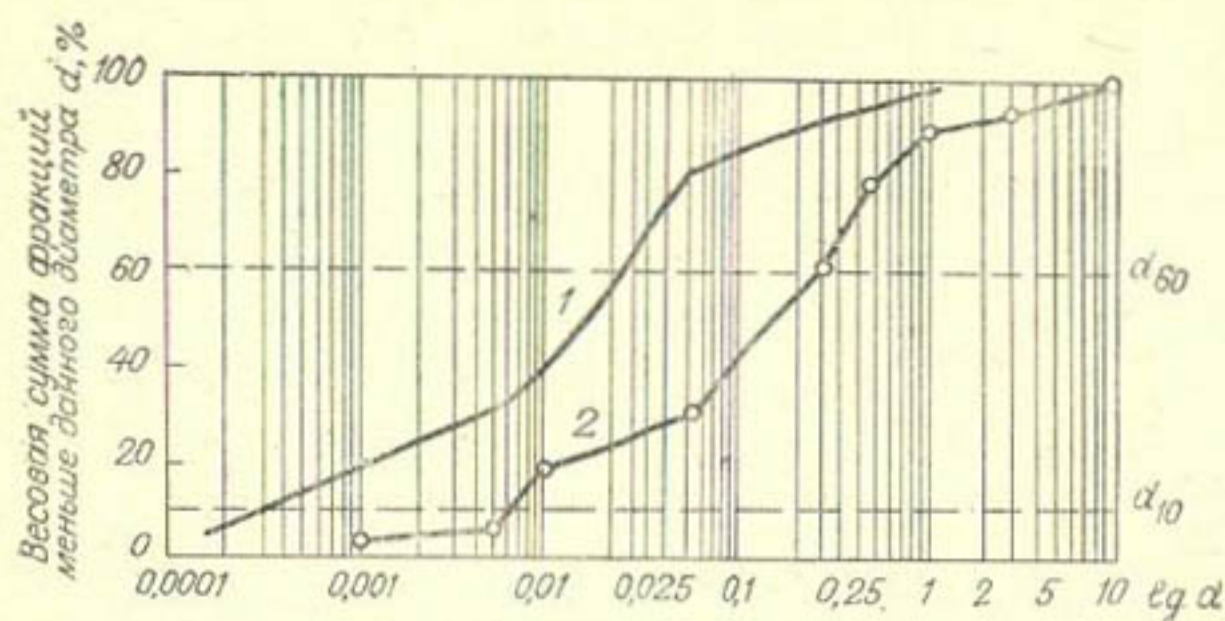


Рис. 6. Кривые механического и микроагрегатного состава лёссовидного суглинка [6]:

1 — механический состав; 2 — микроагрегатный состав

Физическая характеристика частиц. Размер частиц твердой фазы изменяется в широком диапазоне и может быть наглядно иллюстрирован кривой гранулометрического состава (кривая 1 на рис. 6). На рисунке также даны одна из классификаций первичных фракций и возможные методы определения гранулометрического состава [6].

Механический состав является одним из основных классификационных признаков почв. Прежде всего по кривой гранулометрического состава легко определить действующий (эффективный) диаметр частиц d_{10} (10% частиц по массе имеют размеры меньше, а 90% — больше этого диаметра), который позволяет приблизительно оценить фильтрационные свойства данной системы без специальных

испытаний. Так, например, для песков коэффициент фильтрации $K \approx 75,55d_{10}^2$. Кроме этого, по отношению «контролирующего» диаметра частиц d_{60} (определяется аналогично d_{10}) к эффективному диаметру d_{10} судят о степени неоднородности системы $\alpha = \frac{d_{60}}{d_{10}}$: чем выше коэффициент неоднородности, тем более неоднородной является твердая фаза почвы. И, наконец, по величине d_{10} может быть дана приблизительная оценка удельной поверхности системы (отношение поверхности частиц к их объему).

Известно, что удельная поверхность Ω (M^{-1}) системы из однородных частиц может быть выражена зависимостью

$$\Omega = \frac{b}{d},$$

где b — численный коэффициент, зависящий от формы частиц и характера их упаковки.

Если вместо d использовать d_{10} , то полученное значение тем ближе к действительной величине удельной поверхности, чем более однородна система.

Для неоднородных по размеру частиц систем в качестве эффективного диаметра частиц d_{eff} , как показывает анализ проницаемости таких систем, лучше использовать следующую зависимость:

$$d_{eff} = d_{10} \sqrt{\frac{\alpha}{2}},$$

где α — коэффициент неоднородности.

В статистическом методе определения удельной поверхности используется увеличенная в n раз микрофотография произвольного сечения пористого материала. На эту фотографию много раз случайно бросается иголка длины l и подсчитывается число h случаев попадания конца иголки внутрь поры и число c случаев пересечения иголкой контура поры.

Удельная поверхность в этом случае определяется по формуле:

$$\Omega = \frac{4mc}{lh} n,$$

где m — пористость.

О других методах определения Ω будет сказано в следующих разделах книги.

Пористость m определяется как отношение объема пустот V к общему объему пористой среды V_0 :

$$m = \frac{V}{V_0}.$$

Коэффициент пористости ε представляет собой отношение объема пустот V к объему твердого материала V_s ($V + V_s = V_0$):

$$\varepsilon = \frac{V}{V_s}.$$

Коэффициент пористости и пористость связаны между собой следующим выражением:

$$\varepsilon = \frac{m}{1 - m}.$$

Плотность ρ определяется как масса вещества M , отнесенная к ее объему V_0 :

$$\rho = \frac{M}{V_0}.$$

Методы определения различных объемных и весовых характеристик почв можно найти в специальной литературе [6, 60].

2. ВОДА

Вода — единственное вещество на земном шаре, встречающееся в естественных условиях в огромных количествах во всех трех агрегатных состояниях — твердом, жидком и газообразном.

Покрывая около $3/4$ поверхности нашей планеты, вода является колыбелью жизни на земле и составляет более 50% массы любого живого существа. Действуя как мощный геологический фактор, она преобразует литосферу [41].

Несмотря на то, что вода является объектом изучения с самых древних времен, многие детали структуры воды не расшифрованы до сих пор. В печати появились сообщения о загадках воды, которым трудно найти объяснение на современном уровне наших знаний. Имеются в виду сообщения о способности талой воды ускорять многие биологические процессы, о влиянии магнитной обработки на физико-химические свойства воды, что обещает большой экономический эффект и в ряде случаев находит промышленное применение.

Бурное развитие биологии показало важную роль, которую играет вода в биологических процессах. Вода является одновременно и средой, и непосредственным участником биохимических реакций. Все это, а также практические потребности, связанные с поисками экономичных методов опреснения больших количеств морской воды, определили тот огромный интерес, который наблюдается в последнее время к исследованиям воды и водных растворов.

Водородная связь и физические свойства жидкостей.
Притяжение между двумя молекулами. Для объяснения свойств реальных газов и жидкостей ван дер Ваальсом было введено понятие о силах притяжения, действующих между двумя нейтральными атомами.

Три составляющих Вандерваальсова притяжения между атомами и молекулами (взаимодействие дипольных моментов, поляризующее действие диполя одной молекулы на другую и квантовомеханический эффект) можно представить в виде:

$$F = - \frac{1}{r^6} \left[\alpha \mu^2 + \frac{\mu^4}{kT} + \frac{3}{4} \alpha^2 h\nu \right],$$

где F — энергия притяжения;
 r — расстояние между молекулами;
 α — поляризуемость молекулы с дипольным моментом μ ;
 k — постоянная Больцмана;
 T — абсолютная температура;
 h — постоянная Планка;
 $h\nu$ — характеристическая энергия, соответствующая основной дисперсионной частоте ν .

Из этого уравнения следует, что энергия притяжения возрастает с увеличением относительной молекулярной массы, так как при этом увеличивается поляризуемость молекул α .

Точки кипения и замерзания. Как правило, точки кипения и замерзания различных веществ повышаются с увеличением относительной молекулярной массы, так как прежде чем вещество начнет испаряться или перейдет в твердую фазу, тепловое движение должно преодолеть Вандерваальсово притяжение.

В сравнении с другими соединениями водорода, обладающими аналогичной молекулярной структурой (H_2S , H_2Se , H_2Te), H_2O имеет аномальные точки кипения и

замерзания (рис. 7). Первые три соединения ведут себя «нормально» в отношении тепловых свойств, а именно: самое тяжелое из них — H_2Te имеет самую высокую точку кипения (269 К) и замерзания (222 К), а самое легкое — H_2S кипит и замерзает при более низких температурах (212 К и 191 К соответственно). Согласно наблюдающейся закономерности — понижение точек кипения и замерзания с уменьшением относительной молекулярной массы — вода должна была бы замерзать примерно при 183 К и кипеть при 203 К. Вместо этого точки замерзания и кипения воды находятся при 273 К и 373 К соответственно [41].

Этот факт доказывает, что между молекулами воды действуют более сильные связи, чем Вандерваальсовы силы притяжения.

Действительно, такие связи между молекулами воды существуют — это так называемые водородные связи (Н-связи).

Понятие о водородной связи. Связь между двумя молекулами, получившая название водородной, была описана в 1920 г. Латемером и Родебушем [101]. «Вода... обнаруживает почти одинаковые тенденции как к отдаче, так и к присоединению водорода... Свободная электронная пара одной молекулы воды в состоянии притягивать водород, удерживаемый парой электронов другой молекулы, так что обе молекулы воды оказываются связанными вместе... Возможно, что жидкая вода состоит из больших агрегатов моле-

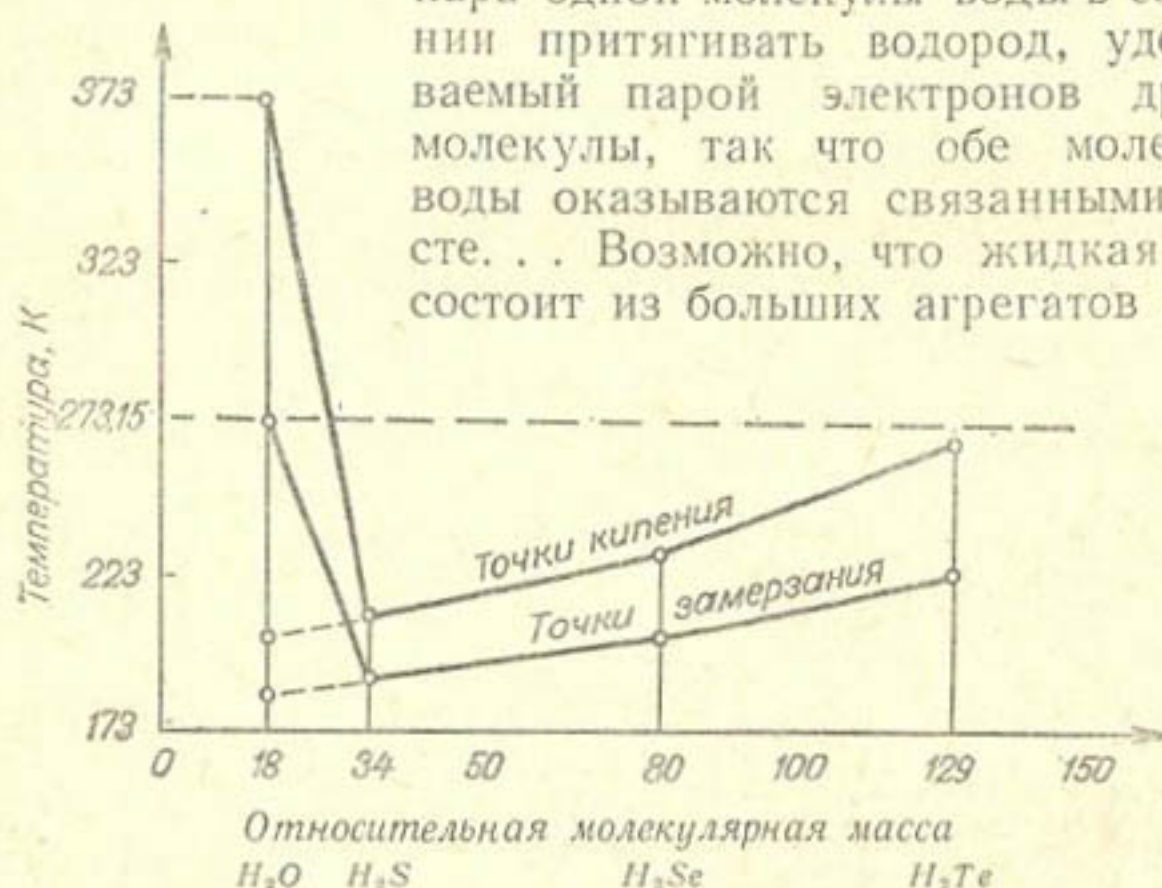


Рис. 7. Аномалия точек кипения и замерзания воды в сравнении с другими соединениями водорода, обладающими аналогичной молекулярной структурой [41]

кул, которые под воздействием теплового движения непрерывно разрушаются и возникают вновь».

Такое объяснение равносильно утверждению, что ядро водорода, удерживаемое между двумя октетами, образует слабую «связь».

Электростатическая модель, предложенная Паулингом [97], предполагает, что *H*-связь обусловлена ионными силами: протон водорода (катион) притягивает и удерживает два электроотрицательных иона. Исходя из этих представлений, прочность *H*-связи должна увеличиваться с ростом электроотрицательности связываемых ионов (фтор → кислород → азот → хлор). Вместе с тем, как показывают опыты, корреляция между энергией *H*-связи и дипольным моментом связываемых молекул отсутствует.

Этот, как и некоторые другие недостатки, не объяснимые с позиций простых электростатических представлений, находят объяснение в рамках донорно-акцепторной модели *H*-связи, предложенной Н. Д. Соколовым [119].

Энергию *H*-связи можно оценить из следующих соображений. Чтобы диссоциировать один моль димера на два моля мономера, требуется 59 кДж. Отсюда следует, что для разрыва одной водородной связи требуется энергия примерно 29,5 МДж/кмоль. Измеренные значения энергии одной *H*-связи для различных соединений колеблются в пределах от 8 до 40 кДж (для сравнения отметим, что энергия химической связи составляет сотни килоджоулей, а энергия Вандерваальсова взаимодействия — обычно несколько десятых килоджоуля).

Влияние H-связи на физико-химические свойства жидкостей. Выше отмечалось влияние *H*-связи на точки кипения и замерзания воды. Водородная связь объясняет и другие тепловые особенности воды — ее большую удельную теплоемкость и необычно высокую скрытую теплоту плавления и испарения.

Общий характер влияния *H*-связи на некоторые физико-химические свойства жидкостей показан в табл. 1 [101].

Структурные модели воды. Среди большого количества моделей строения воды можно выделить два принципиально отличающихся друг от друга класса: однородные и неоднородные в смысле ближнего упорядочения. Особенно четко различие проступает при описании водных растворов неэлектролитов. Оказалось, что только неоднородные модели, к числу которых принадлежит и так на-

Т а б л и ц а 1

Влияние H -связи на некоторые физико-химические свойства жидкостей [101]

Свойство	Характеристика соединений с межмолекулярной H -связью по сравнению с соединениями без H -связи
Молярный объем	Меньше
Плотность	Больше
Молекулярная поляризация	»
Тепловое расширение	Немного больше
Теплопроводность	Больше
Скорость звука	»
Вязкость	Много больше
Поверхностное натяжение	Больше
Самодиффузия	Меньше
Растворяющая способность	Много больше

зываемая двухструктурная модель, правильно объясняют взаимную растворимость неполярных газов в воде. Согласно двухструктурной модели каждая структурная компонента обладает своим набором свойств и занимает определенный объем в пространстве.

Аномальные особенности жидкой воды объясняются тем, что одна из структур близка по свойствам и характеру упаковки молекул к свойствам льда I (льдоподобная структура), а другая имеет более плотную упаковку. Неоднородность воды (в смысле ближнего окружения) означает, что каждая молекула часть времени может находиться в одном окружении (например, льдоподобном), а часть времени — в другом окружении, соответствующем более плотной структуре.

Одной из наиболее замечательных особенностей твердой фазы воды (льда I) является существование трехмерной сетки водородных связей. Соединенные в жесткий каркас водородными связями молекулы воды образуют единый молекулярный комплекс — полимерную молекулу. Каркас льда I содержит полости достаточного размера, чтобы вместить другие молекулы воды. Эти особенности сохраняются в известной степени и в жидком состоянии. Идея о заполнении пустот в льдоподобном квазикаркасе жидкой воды лежит в основе молекулярно-кинетической интерпретации, предложенной О. Я. Самойловым [114].

Процесс плавления льда связан с нарушением целостности каркаса вследствие усиления теплового движения молекул в жидком состоянии. У воды различают два типа нарушений: 1) деформации каркаса, которые не требуют нарушения его целостности как полимерной молекулы (например, изгибание водородных мостиков); 2) химическая реакция диссоциации полимерной молекулы: $(\text{H}_2\text{O})_N$ (полимер) $\rightleftharpoons (\text{H}_2\text{O})_{N-1}$ (полимер) + H_2O (мономер). В результате второго процесса мономерная молекула полностью освобождается от водородных связей с окружением (гидрофобизация). Существование гидрофобных, в указанном здесь смысле, полостных молекул постулировалось О. Я. Самойловым.

Согласно интерпретации, предложенной Ю. В. Гуриковым [39], гидрофобные молекулы не являются единственной компонентой населения пустот в квазикаркасе воды. Процесс изгибания водородных связей увеличивает возможности молекул заполнять свободное междузельное пространство. С точки зрения решеточной модели «расплавленный каркас» льда можно рассматривать как квазикаркас, пустоты которого заполнены молекулами, сохранившими водородные связи (хотя может быть и ослабленные) со своими первоначальными соседями из каркаса. Такие полостные молекулы удобно называть гидрофильными. Поскольку гидрофобные и гидрофильные полостные молекулы по-разному взаимодействуют с каркасом, следует различать и две разновидности квазикаркасов: 1) упорядоченный каркас, образующий обрамление гидрофобных молекул; 2) разупорядоченный каркас, заключающий в себе гидрофильные полостные молекулы. Приведенные соображения приводят к обобщенной двухструктурной модели, согласно которой в жидкой воде часть узлов каркаса сохраняет льдоподобную упорядоченную структуру, в пустотах которой располагаются гидрофобные молекулы; другая часть узлов соответствует «расплавленному» квазикаркасу.

С формальной точки зрения обобщенная двухструктурная модель может быть отнесена к классу моделей четырех состояний. В рамках этой модели удастся объяснить широкую совокупность экспериментальных результатов и более глубоко проникнуть в природу межмолекулярных взаимодействий в воде. Количественное описание этой модели методами статистической механики можно найти в работах В. М. Вдовенко, Ю. В. Гурикова, Е. К. Легина [23, 24, 39].

Структура растворов. Особенности строения жидкой воды откладывают своеобразный отпечаток и на свойства водных растворов. При образовании раствора растворимые частицы внедряются в зародыши обеих структур, однако в зависимости от своей природы они предпочтительно располагаются в зародышах одной из структур. Показано [24], что ионы предпочтительнее внедряются в области разупорядоченной структуры, где уже порвана или ослаблена значительная часть водородных связей. Этот процесс сдвигает структурное равновесие в сторону накопления разупорядоченной структуры («разрушение» структуры воды). Многие неэлектролиты сдвигают структурное равновесие в сторону льдоподобной структуры («стабилизация» структуры воды). При добавках третьего компонента (неэлектролита) возможны два случая: 1) если добавка стабилизирует структуру воды, то имеет место «структурное высаливание» ионов; 2) если добавка разрушает структуру воды, то имеет место «структурное всаливание» ионов.

В частности, исходя из этих представлений, удастся объяснить обоюдное «всаливание» N_2 и H_2 .

Развитая в работах В. М. Вдовенко, Ю. В. Гурикова и Е. К. Легина теория растворения в двухструктурном растворителе может служить основой для регулирования пищевого режима растений.

3. ГАЗООБРАЗНАЯ ФАЗА

Атмосферный воздух. При хорошем газообмене состав атмосферного воздуха в той или иной мере отражается на составе почвенного воздуха.

Составные части атмосферного воздуха в процентах приведены в табл. 2.

Плотность воздуха при температуре 273,15 К и давлении 101 325 Н/м² равна: $\rho_0 = 1,293$ кг/м³.

Почвенный воздух. Атмосферный воздух, проникая в почву, играет важную роль в почвообразовательных и биологических процессах, которые в свою очередь влияют на состав почвенного воздуха.

Почвенный воздух отличается от атмосферного прежде всего меньшим содержанием кислорода и большей концентрацией углекислого газа. Основные изменения в составе почвенного воздуха происходят в процессе дыхания корней и жизнедеятельности почвенных микроорганизмов.

Т а б л и ц а 2

Составные части воздуха

Процент	Азот	Кислород	Аргон	Углекислота	Водород	Неон	Гелий	Криптон	Ксенон
По объему	78,03	20,99	0,94	0,03	0,01	0,0012	0,0004	0,0000005	0,000000006
По массе	75,5	23,2	1,3	0,05		0,0008	0,00006	0,0000014	0,000000003

О скорости и направлении этих процессов можно судить, в частности, по величине и тенденции изменения рН и окислительно-восстановительного потенциала среды, а также коэффициента диффузии газа и его концентрации.

Разработанные в настоящее время физические методы исследования и приборы позволяют фиксировать и прогнозировать изменения газового состава в почвенном и приземном воздухе, что дает возможность анализировать взаимодействие растений с окружающей средой. В частности, появилась возможность оценки интенсивности фотосинтеза и продуктивности растительного покрова по данным углекислотного газообмена растений [33].

Опыты [33] показывают, что в дневные часы, соответствующие активному фотосинтезу посевов, поток углекислоты из почвы уменьшается; наибольшей величины он достигает в вечерние часы. Полагают, что основной вклад в продуцирование и выделение углекислоты из почвы вносит тонкий микробиологически активный слой, находящийся на глубине 0,1—0,25 м.

Важной задачей мелиоративной практики является обеспечение благоприятного для жизни растений содержания кислорода и углекислого газа в почвенном растворе и приземном воздухе. Это достигается главным образом при активном обмене хорошо обработанной в оптимальном водном режиме окультуренной почвой с атмосферой.

ЯВЛЕНИЯ НА МЕЖФАЗНЫХ ГРАНИЦАХ РАЗДЕЛА

1. АДсорбция ГАЗОВ НА ПОВЕРХНОСТИ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

Адсорбция, или поверхностная сорбция, в широком смысле означает всякое изменение концентрации вещества у поверхности раздела двух фаз, а в более узком и употребительном смысле — накопление (концентрирование) одного из веществ у этой поверхности.

Вещество, на поверхности которого происходит накопление другого вещества, называют адсорбентом, а поглощаемое вещество — адсорбтивом, или адсорбатом.

Величина адсорбции Γ зависит от температуры T и давления P . Физическая сущность теории адсорбции Ленгмюра заключается в следующем [68, 113]. Поверхность всякого адсорбента дискретна: на ней имеются адсорбционные центры, число которых определяется числом частиц (молекул, атомов, ионов) с некомпенсированными межмолекулярными (межатомными, межионными) силами, за счет которых и происходит притяжение (адсорбирование) частиц адсорбтива.

Так как валентные силы не распространяются дальше чем на диаметр одной молекулы, то из этого положения следует вывод о мономолекулярном адсорбционном слое (в следующих разделах будут рассмотрены и полимолекулярные слои).

Уравнение изотермы адсорбции Ленгмюра имеет вид:

$$\Gamma = \Gamma_{\infty} \frac{c}{A + c}, \quad T = \text{const},$$

где Γ_{∞} — предельная величина адсорбции (насыщение) на единицу поверхности адсорбента;

c — равновесная концентрация адсорбтива;

A — константа.

На рис. 8 показана изотерма адсорбции по Ленгмюру, из которой становится ясен физический смысл константы A .

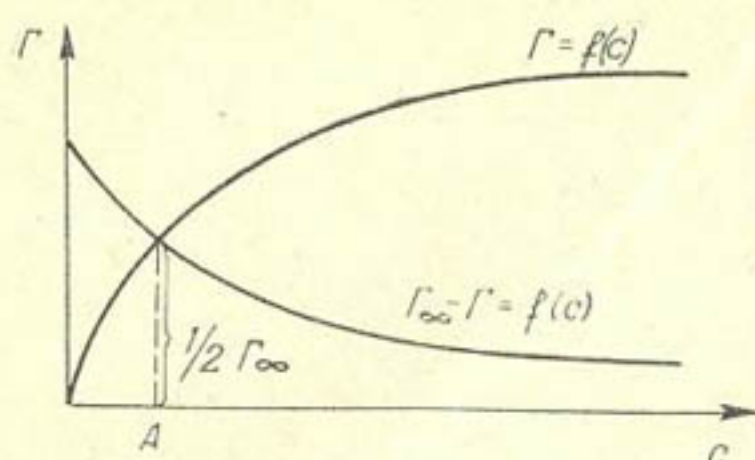


Рис. 8. Изотерма адсорбции (по Ленгмюру)

Имея значение Γ для двух концентраций c (для этого нужно знать удельную поверхность адсорбента), можно найти константы Γ_{∞} и A и, наоборот, знание Γ_{∞} и размеров молекулы дает возможность определить удельную поверхность дисперсной системы.

На этом свойстве основаны методы определения удельной поверхности почвы по кривым адсорбции газов, водяных паров, воздуха и др. [107].

Известно, что уравнение адсорбции Ленгмюра, как и все выводы из него, относятся к гладким поверхностям. Наличие капилляров и щелей (неровной поверхности) в адсорбентах ведет к замедлению адсорбционного равновесия и кажущемуся неподчинению адсорбции уравнению Ленгмюра. Скорость адсорбции увеличивается при повышении температуры. Эти обстоятельства следует иметь в виду при определении удельной поверхности сорбционными методами.

Заметим, что адсорбция газов из раствора подчиняется тем же закономерностям, однако ее скорость существенно лимитируется скоростью диффузии растворенных молекул (с влиянием адсорбированного газа из раствора на процесс фильтрации мы встретимся в главе IV).

Связывание адсорбированных молекул газа (как и жидкостей) сопровождается выделением тепла — теплоты адсорбции. Количество тепла, которое выделяется при адсорбции 1 моля газа или растворенного вещества одним граммом чистого адсорбента, носит название интегральной теплоты адсорбции ($Q_{ад}$); под дифференциальной теплотой адсорбции ($q_{ад}$) понимают количество тепла, выделяемое при поглощении 1 моля адсорбтива при переходе от меньшего равновесного давления (концентрации) к большему, т. е.

$$q_{ад} = \left(\frac{dQ_{ад}}{d\Gamma} \right)_T.$$

По экспериментальной изотерме адсорбции можно вычислить теплоту адсорбции; например по уравнению

Клаузиуса—Клапейрона:

$$q_{\text{ад}} = RT^2 \frac{d \ln P}{dT},$$

где R — газовая постоянная.

Обычно теплоту адсорбции определяют экспериментально калориметрическими методами [6].

При изменении парциального давления, температуры, концентрации и состава примесей соотношение между адсорбированным, растворенным и почвенным газом изменяется, что приводит к изменению интенсивности массообмена в системе почва—растение—приземный воздух.

2. ЗАРЯД НА ПОВЕРХНОСТИ ЧАСТИЦ. ДВОЙНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ СЛОЙ

Заряд на поверхности частиц. Одной из причин, обуславливающих появление заряда на поверхности раздела фаз, является обычная электролитическая диссоциация поверхностных молекул твердого тела. В результате диссоциации ионы одного знака в фиксированном положении остаются непосредственно связанными с поверхностью этого тела, т. е. в составе его кристаллической решетки (потенциалообразующие ионы), а ионы противоположного знака (противоионы) поступают в прилегающий слой жидкой фазы.

Второй причиной появления заряда на поверхности является преимущественная адсорбция ионов одной природы из раствора.

В каждом из указанных двух случаев дисперсная частица становится электрически заряженной (положительно или отрицательно). В частности, глинистые частицы обычно заряжены отрицательно.

Двойной электрический слой. Поскольку дисперсная система в целом электронейтральна, то в дисперсионной среде должен присутствовать электрический заряд противоположного знака.

Как результат теплового движения, стремящегося распределить ионы равномерно во всем объеме, и противоположного действия заряженной поверхности, стремящейся приблизить противоионы и отдалить одноименно заряженные ионы, вблизи поверхностей возникают ионные диффузные атмосферы.

На рис. 9 показана схема двойного слоя по Штерну. Здесь учтено, что центры ионов первого слоя (как противоионов, так и появившихся в результате специфической адсорбции ионов из раствора) находятся не непосредственно у поверхности, а отстоят от нее на расстоянии δ (штерновский слой).

Полное падение потенциала ψ_0 складывается из падения потенциала ψ_δ в диффузной части двойного слоя и разности потенциалов $\psi_0 - \psi_\delta$ — в штерновском слое.

При наложении внешнего электрического поля скольжение твердой и жидкой фазы друг относительно друга происходит не непосредственно у твердой поверхности, а по некоторой поверхности $K-K$ (рис. 9), удаленной от твердой фазы на расстояние A ($A \geq 2\delta$, см. также следующий подраздел).

Таким образом, при электрокинетических измерениях, сопровождающихся относительным перемещением фаз, мы определяем не всю величину разности потенциалов ψ_0 между твердой фазой и жидкостью, а разность потенциалов ζ между частью жидкости, не вовлеченной в движение и связанной с твердой фазой, и всем остальным раствором.

При постоянной интенсивности внешнего поля с ростом концентрации ионов уменьшается толщина диффузного слоя, что влечет за собой уменьшение величины ζ — потенциала (рис. 9, кривая 2), в то время как величина полного потенциала ψ_0 обычно меняется мало.

Дальнейшее увеличение концентрации ионов может привести частицу в изоэлектрическое состояние, когда ζ -потенциал становится равным нулю. Разряжающая способность противоионов возрастает с валентностью.

Некоторые многовалентные ионы (например, Al^{3+} и Th^{4+}), обладающие большим адсорбционным потенциалом, могут изменить знак ζ -потенциала.

Как будет показано в следующих разделах, по величине ζ -потенциала су-

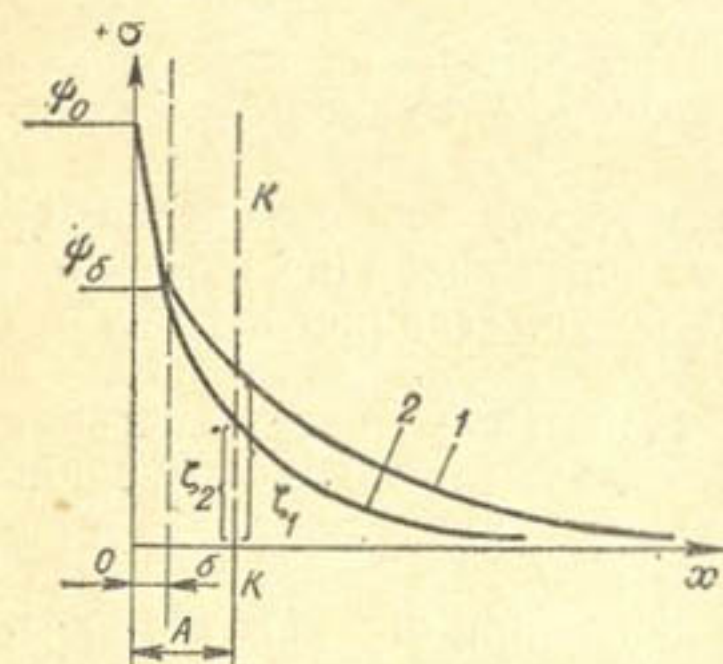


Рис. 9. Схема двойного электрического слоя (по Штерну):

1 — при концентрации c_1 ; 2 — при концентрации c_2 ($c_2 > c_1$); x — расстояние от поверхности

дят об устойчивости почвенных агрегатов. Для почв его величина колеблется от единицы до нескольких десятков милливольт (методы определения ζ -потенциала приведены в специальной литературе [38]).

Только в наиболее простых случаях двойной электрический слой состоит из ионов какой-либо одной соли. Обычно в дисперсионной среде находятся ионы двух солей или более. В этом случае перераспределение ионов в слое Штерна и диффузном слое носит характер обмена: при поглощении одних ионов в раствор переходит эквивалентное количество других. Для количественной характеристики обмена ионов предложено много уравнений; одно из них — для двух одновалентных ионов — приведено ниже [68]:

$$\frac{x_1}{x_2} = f \frac{c_1}{c_2},$$

где x_1 и x_2 — количество ионов первого и второго рода в двойном слое;

c_1 и c_2 — концентрации ионов в почвенном растворе;
 f — коэффициент, показывающий преимущественное положение иона первого рода.

Как видно из уравнения, ионный обмен зависит только от отношения концентраций $\frac{c_1}{c_2}$ (при прочих равных условиях, в том числе одинаковом заряде поверхности).

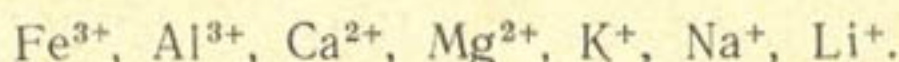
При рассмотрении обмена ионов различной валентности в уравнение вместо концентраций предпочтительнее ввести величины активности.

Полагают, что коэффициент f обусловлен различием свободных энергий μ_1 и μ_2 (приведенных к стандартным условиям) между двумя видами ионов на адсорбенте:

$$f = \exp \left[\frac{\mu_1 - \mu_2}{kT} \right],$$

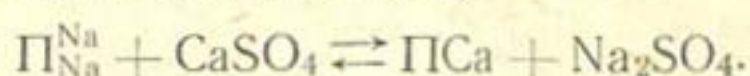
где k — постоянная Больцмана.

По мере уменьшения свободных энергий ионы располагаются в ряд:

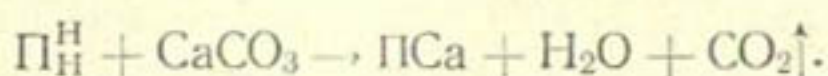


На способности двойного электрического слоя к обменным реакциям основаны хорошо известные методы мелиорации почв: гипсование солонцов и известкование кислых почв. В первом случае реакция может быть схе-

матически изображена следующей формулой (замещение ионов натрия на ионы кальция):



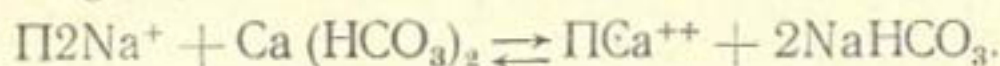
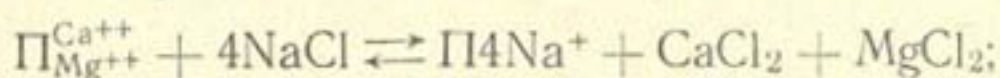
Во втором случае (замещение ионов водорода на ионы кальция):



Здесь P_{Na}^{Na} , P_H^H , PCa схематически изображают, что в двойном слое почвы (поглощающем комплексе) находятся соответственно ионы натрия, водорода и кальция.

Помимо ζ -потенциала, важной характеристикой двойного электрического слоя, определяемой также экспериментально, является его дифференциальная $\frac{\partial \sigma}{\partial \psi_0}$ или интегральная $\frac{\sigma}{\psi_0}$ емкости (см. обозначения на рис. 9).

В мелниоративной практике емкостью поглощения называют сумму поглощенных ионов, рассчитанных на 0,1 кг почвы. Емкость поглощения определяют замещением всех поглощенных ионов, например ионом натрия, с последующим вытеснением в раствор иона натрия бикарбонатом кальция и определением иона натрия:



Для почв емкость поглощения составляет 10—50 м-экв. на 0,1 кг почвы.

На принципе вытеснения из двойного слоя ионов одной природы ионами другой природы основаны также методы определения количества обменных ионов [6].

Так как количество адсорбированных ионов определяется удельной поверхностью почв, а наибольшую удельную поверхность имеют частицы коллоидных фракций, то именно эти фракции (как минеральные, так и органические коллоиды) называют поглощающим комплексом почвы. В связи с рассмотренной выше возможностью замещать в двойном слое ионы одной природы ионами другой поглощающий комплекс носит также название обменного комплекса.

Катионы в почвенном растворе являются самым ближайшим источником питательных элементов для растений. Регулируя емкость поглощения и состав поглощающего

комплекса (приемами агротехники, применением удобрений и т. п.), можно обеспечить коренное улучшение почв, в особенности благоприятный пищевой режим.

3. МОДИФИКАЦИЯ ВОДЫ ВБЛИЗИ ТВЕРДЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Полимолекулярная адсорбция. Как мы видели, по теории Ленгмюра на поверхности адсорбента образуется мономолекулярный слой адсорбента, который при полном адсорбционном насыщении «экранирует» все некомпенсированные центры и тем самым исключает возможность образования следующих слоев адсорбата.

Вместе с тем установлено [42, 44], что при адсорбции полярных жидкостей (из паров и жидкой фазы) возникает полимолекулярный слой (сольватный слой) толщиной в несколько десятков и даже сотен ангстрем.

Выделяемое при этом тепло ¹ (теплота смачивания $Q_{ад}$) обычно измеряют калориметрическим методом: для песчаных почв $Q_{ад}$ составляет доли килоджоуля на килограмм вещества, для черноземов — 12—28 кДж, а для торфянистых почв — около 40 кДж/кг.

Изменение ориентации молекул воды и ее плотности [111] по сравнению с объемной водой (находящейся за пределами действия поверхностных сил) свидетельствует о том, что водородные связи между молекулами воды в сольватном слое должны быть разорваны или существенно искажены. Из этого факта априори можно сделать следующий вывод: все свойства объемной воды, определяемые существованием межмолекулярных водородных связей (высокая растворяющая способность, аномально высокая температура замерзания, высокие удельная теплоемкость и электропроводность и др.), будут утрачены для сольватного слоя. Короче говоря, сольватный слой будет демонстрировать свойства, которыми бы обладала вода (точнее, вещество с химической формулой H_2O) без межмолекулярных водородных связей.

Опыты показывают, что многие свойства сольватного слоя отличаются от свойств объемной жидкости.

Б. В. Дерягин показал [42], что тонкие слои воды между стеклянными поверхностями обладают модулем сдвига. Существование модуля сдвига, измеримого даже

¹ Данные о теплоте смачивания используют при проектировании дренажа [6].

при частотах 10^5 Гц, в таких слоях можно объяснить тем, что структура этих слоев отлична от структуры воды в объеме и близка к структуре твердого тела.

В дальнейшем исследовании граничной вязкости методом сдувания Б. В. Дерягин с сотрудниками установили, что для неполярных жидкостей вязкость сохраняется постоянной, равной ее объемному значению, по всей толщине слоя. Для полярных же жидкостей были обнаружены резкие изменения подвижности вблизи поверхности твердого тела.

Измерения сдвиговой упругости жидкостей и их сольватных слоев резонансным методом [7] дали особенно веские доказательства того, что слои полярных жидкостей на поверхности твердого тела под влиянием последнего приобретают особые свойства, отличные от объемных: для неполярных жидкостей (вазелиновое и касторовое масла, бензол, четыреххлористый углерод) модуль сдвига постоянен на любых расстояниях от поверхности кварцевой подложки; для полярных же жидкостей (вода, спирты и др.) модуль сдвига резко возрастает при приближении к поверхности на расстоянии порядка $5 \cdot 10^{-8}$ — $1 \cdot 10^{-7}$ м. Полученные данные находятся в качественном согласии с работой [42].

Трехслойная модель воды вблизи поверхности твердых частиц. До сих пор предполагалось, что между жидкостью в сольватном слое и объемной жидкостью имеется более или менее резкая граница.

Выполненные в последнее время исследования механокалорического и термоосмотического эффектов [46, 47], по-видимому, говорят о том, что между жидкостью в сольватном слое и объемом существует переходная зона — «подплавленный» слой с повышенной подвижностью по сравнению с объемной жидкостью.

Сущность этих работ заключается в следующем. Отличие энтальпии в граничных слоях жидкости от значения в объеме должно приводить к термоосмосу — движению жидкости через капилляр при наличии осевого градиента температуры, и механокалорическому (тепловому) эффекту — возникновению перепада температуры при наличии осевого перепада давления. В работе [47] было показано, что термоосмотическое движение происходит в сторону более низкой температуры, что соответствует случаю, когда вблизи твердых поверхностей энтальпия жидкости выше, чем в объеме.

Вместе с тем, как показано выше, вблизи твердых поверхностей энтальпия воды ниже, чем в объеме.

Для объяснения знака наблюдаемого эффекта можно сделать следующие предположения.

1. Сольватные слои с пониженным теплосодержанием в наблюдаемом движении не участвовали.

2. Между объемной жидкостью и сольватным слоем имеется переходный слой, обладающий повышенной по сравнению с объемной удельной энтальпией¹ и подвижностью.

При исследовании механикакалорического эффекта [46] при относительно невысоких перепадах давления было обнаружено понижение температуры с той стороны пористой перегородки, с которой в нее втекает полярная жидкость. С обратной стороны пористой перегородки в этом случае наблюдалось повышение температуры. Такой эффект, как и термоосмотический, можно объяснить предположениями, сделанными выше.

Таким образом, у поверхности твердого тела можно различить три слоя воды, отличающихся по своим свойствам.

1. Сольватный слой (границная фаза).
2. «Подплавленный» слой.
3. Объемная жидкость.

Анализ обширных экспериментальных и теоретических исследований многочисленных авторов привел также и Дрост-Хансена (см. работу [15]) к заключению о трехслойной модели структуры воды близ поверхности раздела вода—твердое тело.

Эта модель состоит из упорядоченного слоя воды близ твердого тела (сольватный слой); на достаточно большом

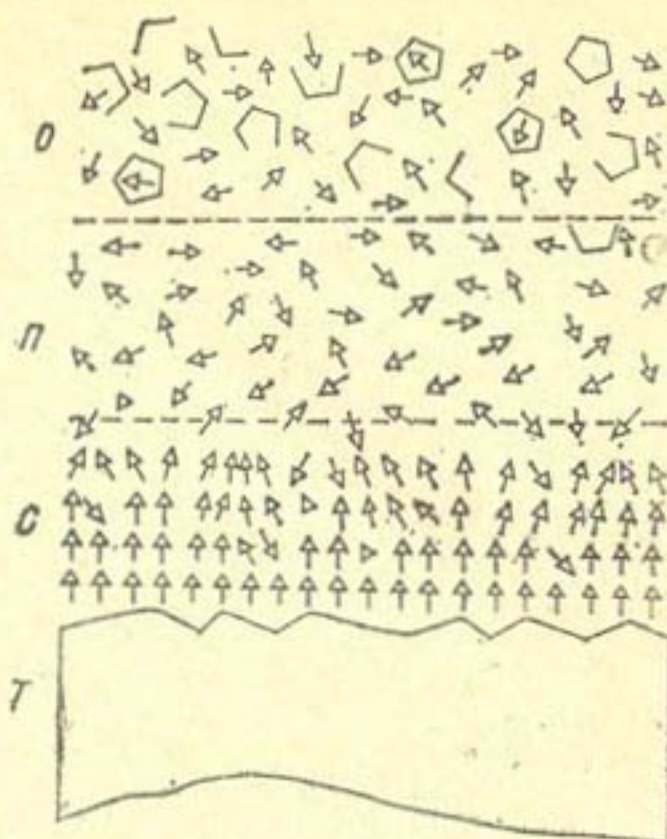


Рис. 10. Трехслойная модель воды у поверхности твердого тела:

Т — твердое тело; С — сольватный слой; П — «подплавленный слой»; О — объемная жидкость

¹ Этот вывод аналогичен результатам, полученным в работе [103].

расстоянии от поверхности существует структура объемной воды. Между объемной жидкостью и сольватным слоем находится область усиленного беспорядка — «подплавленный» слой (рис. 10).

В рамках трехслойной модели под «прочносвязанной» водой следует понимать влагу адсорбированных полимолекулярных слоев.

В рамках рассматриваемой модели нет места «рыхлосвязанной» воде. «Рыхлосвязанную» воду можно было бы отождествить с «подплавленным» слоем. Однако приписываемые «рыхлосвязанной» воде свойства (повышенная вязкость, пониженная способность к растворению электролитов и др.) противоречат предполагаемым свойствам «подплавленного» слоя — повышенной по сравнению с объемом подвижности и др.

Совместное движение в капиллярах объемной жидкости и граничных слоев, отличающихся по своим свойствам, рассмотрено в работе [15]. Здесь показано, что от соотношения между размерами слоев и величинами действующих градиентов давления зависит характер нелинейных фильтрационных эффектов.

МАКРОСТРУКТУРА ПОЧВЫ

1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЧВЕННЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим силы, действующие между отдельными частицами, поскольку из совокупности их взаимодействия статистически возникают суммарные механические свойства дисперсной системы.

Для равновесия этой системы во внешнем поле необходимо, чтобы абсолютная температура T и химический потенциал молекул данного вещества μ были величинами постоянными. Между тем близость граничных поверхностей меняет химический потенциал μ в тонких слоях жидкости, разделяющей частицы, и он становится неравным значению химического потенциала в объеме жидкости μ_0 . Если $\mu_0 < \mu$, то частицы будут сближаться; при $\mu_0 > \mu$ частицы будут раздвигаться.

В последнем случае система частиц способна создавать давление набухания, в основе которого лежит обнаруженное впервые Б. В. Дерягиным расклинивающее действие тонких слоев.

Расклинивающее давление в общем случае может быть как положительным, так и отрицательным и зависит от сил различной природы, имеющих неодинаковые законы изменения при увеличении расстояния между частицами.

Первая составляющая расклинивающего давления определяется силами молекулярного дальнего действия, строгая теория которых для макроскопических тел разработана Е. М. Лифшицем и экспериментально проверена Б. В. Дерягиным и И. И. Абрикосовой.

Для взаимодействия в вакууме и малых расстояний, когда можно пренебречь эффектом электромагнитного запаздывания, энергия молекулярного притяжения U_m двух конденсированных фаз, отнесенная к единице площади, может быть вычислена по формулам [56]:

для двух сфер одинакового радиуса r

$$U_m = - \frac{Ar}{12h}, \quad (1)$$

где A — постоянная Гамакера;

h — кратчайшее расстояние между поверхностями частиц (при $r \gg h$);

для сферы и плоскости

$$U_m = - \frac{Ar}{6h}, \quad (2)$$

для двух бесконечных плоскопараллельных пластин толщиной δ

$$U_m = - \frac{A}{12\pi h^2}, \quad \delta \gg h, \quad (3)$$

$$U_m = - \frac{A\delta}{2\pi h^4}, \quad \delta \ll h. \quad (4)$$

Дифференцируя выражения (1)—(4) по расстоянию h , получим формулы для сил притяжения.

Формулы (1)—(4) можно применять и для анализа взаимодействия тел в дисперсионной среде, однако постоянная A молекулярных сил притяжения Гамакера в этом случае заменяется ее эффективным значением A^* из приближенного выражения:

$$A^* = (A_{1=1}^{1/2} - A_{2=2}^{1/2})^2,$$

где $A_{1=1}$ и $A_{2=2}$ — постоянные для взаимодействия частиц $1 = 1$ фазы и частиц $2 = 2$ среды в вакууме.

Вторая составляющая расклинивающего давления связана с наличием вблизи заряженных поверхностей ионных диффузных атмосфер.

Теория взаимодействия заряженных частиц в растворе электролита впервые была разработана Б. В. Дерягиным [44]. В случае равенства потенциалов сближаемых поверхностей по величине и знаку между частицами всегда действуют силы отталкивания.

Приближенные значения энергии ионно-электростатического взаимодействия U_i в условиях слабого перекрытия двойных слоев можно найти из следующих выражений [56]:

для плоскопараллельных пластин

$$U_i = \frac{64n\kappa T}{\kappa} \exp(-\kappa h) \left(\frac{\exp\left(\frac{ze\psi_0}{\kappa T}\right) - 1}{\exp\left(\frac{ze\psi_0}{\kappa T}\right) + 1} \right)^2, \quad (5)$$

где n — концентрация противоионов;
 κT — энергия теплового движения;
 κ — параметр Дебая;
 h — расстояние между частицами;
 z — валентность противоионов;
 e — заряд электрона;
 ψ_0 — потенциал поверхности частиц;
для двух сферических частиц радиуса r

$$u_i = \frac{\varepsilon r \psi_0^2}{2} \ln(1 + e^{-\kappa h}), \quad \kappa r \gg 1, \quad (6)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость дисперсионной среды;

$$u_i = \frac{\varepsilon r \psi_0^2}{h + 2r} \exp(-\kappa h), \quad \kappa r \ll 1. \quad (7)$$

Формулы для сил притяжения можно получить дифференцированием формул (5)—(7) по расстоянию h .

В случае одинакового по знаку, но разного по величине потенциала на достаточно близких расстояниях между частицами, а также при разноименных потенциалах поверхности возникают силы притяжения ионно-электростатической природы.

Под влиянием внешних полей или конвективного движения жидкости двойной электрический слой может деформироваться, при этом возникает электрическое поле, радиус действия которого часто на несколько порядков выше, чем радиус действия недеформированного слоя в тех же условиях.

Теория неравновесных поверхностных сил диффузионно-электрической природы развита в работах С. С. Духина и Б. В. Дерягина [51].

У многих коллоидов, гуминовых зольей, у различных бактерий обнаружен жесткий (постоянный) электрический момент большой величины (тысячи и миллионы дебаев) [52].

Сила притяжения между частицами, вызванная наличием жесткого дипольного момента, прямо пропорцио-

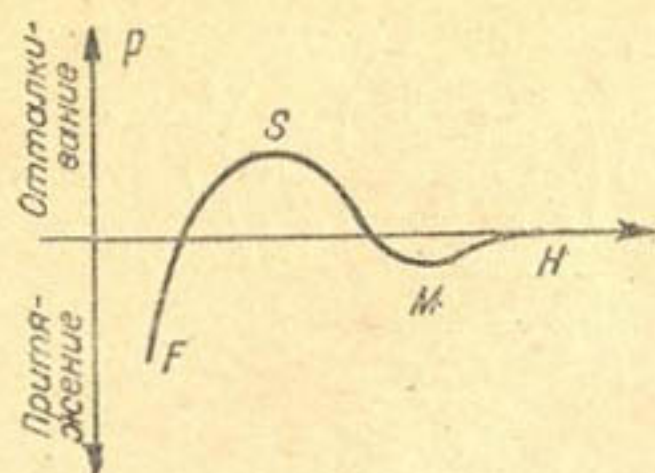


Рис. 11. Кривая взаимодействия двух дисперсных частиц:

P — сила взаимодействия; H — расстояние между частицами; F — первичный минимум; S — барьер отталкивания; M — вторичный минимум

нальна квадрату дипольного момента и обратно пропорциональна четвертой степени расстояния между центрами частиц.

Еще одна составляющая расклинивающего давления связана с особым агрегатным состоянием жидкостей вблизи граничных поверхностей. На очень близких расстояниях между частицами начинают действовать силы отталкивания F_0 , обусловленные Солюзовским взаимодействием между электронными оболочками. Следует, кроме того, указать на возможность «склеивания» частиц за счет пластических свойств разделяющих их слоев.

Суммарная кривая взаимодействия между двумя частицами может иметь вид, показанный на рис. 11. Примеры расчета и построения потенциальных кривых взаимодействия частиц можно найти в работе [52]. Характерной особенностью приведенной кривой (рис. 11) является наличие минимума M на относительно далеком расстоянии. Такое состояние системы может привести к взаимной фиксации частиц уже на далеких расстояниях, причем длительность нахождения частиц в дальней яме определяется высотой барьера отталкивания и глубиной минимума (дальняя агрегация).

После преодоления барьера отталкивания S происходит быстрая коагуляция (слипание) частиц в области первичного глубокого минимума F (ближняя агрегация). Теория устойчивости и коагуляции лиофобных коллоидов развита в работах Дерягина, Ландау, Фервея и Овербека. В теории учитываются силы молекулярного притяжения и ионно-электростатического отталкивания.

Для сильно заряженных золь получено выражение:

$$nz^6 = \text{const}, \quad (8)$$

где n — критическая концентрация электролита для ближней агрегации;

z — валентность противоионов.

Уравнение (8) объясняет решающее влияние электролитов на процессы устойчивости и коагуляции лиофобных дисперсных систем.

Значение ζ -потенциала, при котором начинается явная коагуляция, получило название критического потенциала.

Интересно отметить, что коагулирующая способность органических ионов может в десятки раз превосходить таковую для неорганических ионов (например, коагулирующая способность морфинхлорида в 120 раз выше, чем у хлорида калия по отношению к гидрозоль As_2S_3).

Особенность многовалентных ионов Fe^{3+} , Al^{3+} , Th^{4+} , а также ионов H^+ и OH^- заключается в том, что при добавлении их к золю во все возрастающих концентрациях сначала, по достижении порога коагуляции, они, как и все ионы, вызывают коагуляцию золя (дают первую зону коагуляции). При дальнейшем увеличении концентрации коагуляция отсутствует (зона устойчивости). И, далее, вновь наступает коагуляция золя (вторая зона коагуляции). Это явление получило наименование «неправильных рядов» и связано с перезарядкой коллоидных частиц, вызываемой многовалентными ионами, о чем упоминалось в разделе 2 главы II.

При одновременном действии нескольких электролитов возможны три случая [113].

1. Явление аддитивности, когда коагулирующее действие электролитов в смеси складывается арифметически по правилу простого смешения, т. е. соответственно коагулирующей способности каждого электролита и его количественной доле в смеси (например, смесей $NaCl$ и KCl — для отрицательных золь).

2. Явление антагонизма ионов, когда коагулирующее действие каждого из электролитов в смеси становится меньше, чем его действие в отдельности (например, коагулирующая способность иона Mg^{2+} в 2—3 раза снижается при действии на золь As_2S_3 в смеси $LiCl$ и $MgCl_2$).

3. Явление сенсibilизации — явление обратное антагонизму, когда коагулирующее действие каждого из ионов в смеси в присутствии другого повышается (например, смесь $LiCl$ и $CaCl_2$ в их действии на гидрозоль HgS).

Одновременно с понижением барьера отталкивания повышение концентрации электролита (также вследствие сжатия диффузного ионного слоя) приводит к увеличению глубины вторичного минимума M , что определяет воз-

растание вероятности фиксации частиц на дальних расстояниях. И. Ф. Ефремовым и О. Г. Усъяровым [52] было показано, что для процессов фиксации микрообъемов на далеком расстоянии и при сохранении между ними ионно-электростатического барьера отталкивания соблюдается следующее условие:

$$nz^{2,5 \div 3,5} = \text{const}, \quad (9)$$

которое является аналогом уравнения (8), выражающего критерий устойчивости для двух сфер, а также для двух плоских бесконечных пластин при произвольном постоянном потенциале поверхности в симметричном электролите.

Следовательно, по значению показателя степени m в выражении $nz^m = \text{const}$ можно судить о характере структурообразования: в случае дальней агрегации $m = 2,5 \div 3,5$; в случае ближней агрегации $m \approx 6$.

При концентрации электролита меньше критической в дисперсной системе устанавливается равновесие (Дерягин, Мартынов, Муллер): одиночные частицы $\rightleftharpoons$ парные агрегаты $\rightleftharpoons$ более сложные агрегаты из частиц, находящиеся во вторичном минимуме. Последовательное увеличение концентрации электролита приводит к исчезновению барьера отталкивания и слипанию частиц.

Вопрос о взаимодействии частиц различной величины приобретает особое значение для почв, представляющих собой полидисперсную систему.

Как показано И. Ф. Ефремовым [52], при определенных соотношениях счетных концентраций крупных и мелких частиц ($n_1 : n_2$) и их размеров ($r_1 : r_2$) возможна стабилизация полидисперсной системы вследствие фиксации на далеком расстоянии мелких частиц вокруг крупных.

2. АГРЕГАТНЫЙ СОСТАВ. ВОДОПРОЧНОСТЬ

Агрегатный состав. Коагуляция и слипание почвенных частиц приводят к возникновению микроагрегатов — образований, состоящих из первичных частиц. Обычно размер микроагрегатов не превышает $0,25 \cdot 10^{-3}$ м. Под влиянием механических воздействий, увлажнения и высыхания, промораживания и оттаивания, развития корневой системы, деятельности мелких животных, живущих в почве, последняя может распадаться на более крупные образования, состоящие из микроагрегатов, — макроагрегаты размером $(0,25 \div 7) \cdot 10^{-3}$ м и комки размером более

$7 \cdot 10^{-3}$ м. Модель трехступенчатого сложения почвенных агрегатов (по Б. Н. Мичурину) показана на рис. 12.

Структурность почвы является одной из важных характеристик, определяющих благоприятные водно-воздушный и тепловой режимы почвы, а также ее противозерозионные свойства.

Агрегатный состав графически изображается в виде кривой, аналогичной кривой гранулометрического состава первичных частиц (кривая 2 на рис. 6). Для построения кривой с помощью ситового анализа из почвы в воздушно-сухом состоянии выделяют фракции $<0,25$; $0,25$; $0,5$; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 7 и >7 (10^{-3} м). О структурном составе почвы судят по коэффициенту структурности K , который определяется отношением количества C макроагрегатов с размерами от $0,25 \cdot 10^{-3}$ до $7 \cdot 10^{-3}$ м (в %) к содержанию остальной части почвы B (с размерами $<0,25 \cdot 10^{-3}$ и $>7 \cdot 10^{-3}$ м):

$$K = \frac{C}{B}.$$

Водопрочность. Другой важной характеристикой структурной почвы является водопрочность агрегатов A :

$$A = \frac{C_{\text{вп}}}{C},$$

где C — процентное содержание структурных образований в почве с размерами от $1 \cdot 10^{-3}$ до $0,25 \times 10^{-3}$ м, полученных при сухом рассеве образца;

$C_{\text{вп}}$ — процентное содержание в том же образце тех же размеров, но не разрушенных при действии на них воды (лабораторные методы определения водопрочности описаны, например, в [107]).

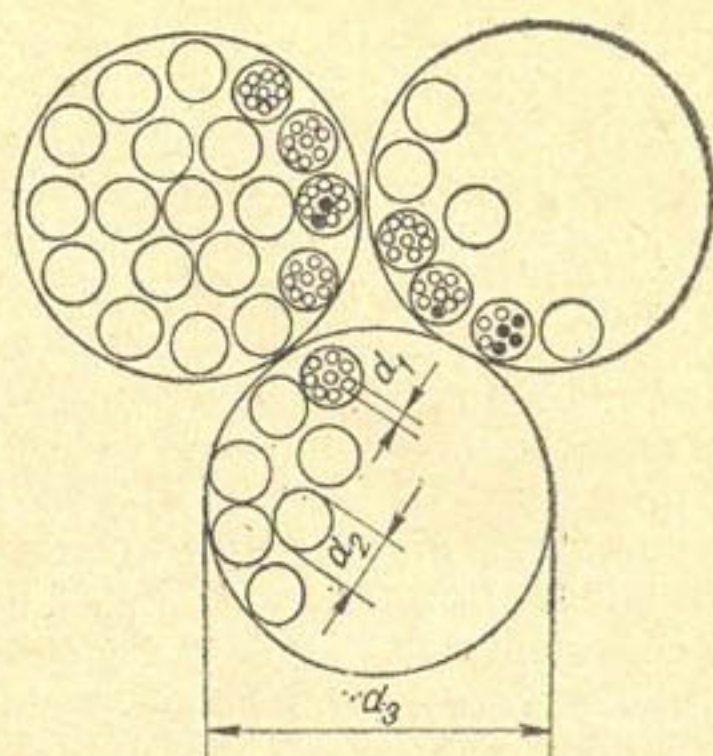


Рис. 12. Модель трехступенчатого сложения почвенных агрегатов (по Б. Н. Мичурину):

d_1 — диаметр частиц; d_2 — диаметр микроагрегата; d_3 — диаметр макроагрегата

Устойчивость почвенных агрегатов к воде зависит от соотношения разрушающих сил и сил, определяющих прочность меж- и внутриагрегатных связей.

Разрушающее действие воды на почвенную структуру в природных условиях проявляется: 1) в механическом разрушении агрегатов падающими дождевыми каплями; 2) в изменении концентрации и состава электролитов, обуславливающих коагуляцию и слипание частиц; 3) в разрушении почвенных агрегатов защемленным воздухом.

Последний механизм разрушения почвенных агрегатов проявляется лишь при мгновенном погружении агрегатов в воду; при медленной капиллярной пропитке воздух успевает вытесняться влагой. Поэтому различают два типа агрегатов по их водопрочности.

1. Условно-водопрочные — агрегаты, которые сохраняются в воде лишь при предварительном медленном капиллярном увлажнении.

2. Безусловно-водопрочные — агрегаты, которые сохраняются при любом воздействии воды.

И. Б. Ревут предложил прибор [107] для одновременного определения условно- и безусловно-водопрочных агрегатов. Сущность метода заключается в том, что водопрочность определяется одновременно в двух цилиндрах (колебания сит в заполненных водой цилиндрах происходит синхронно). При этом в одном цилиндре с ситами и помещенными образцами перед заполнением водой создается вакуум, а другой цилиндр соединен с атмосферой.

В качестве критерия связей B , определяющих водопрочность агрегатов, служит отношение:

$$B = \frac{b}{y},$$

где b — процент агрегатов, сохранившихся в цилиндре без откачки воздуха (безусловно-водопрочные агрегаты);

y — процент агрегатов, сохранившихся в цилиндре с предварительной откачкой воздуха (условно-водопрочные агрегаты).

Устойчивость агрегатов против разрушения определяется характером возникших между первичными частицами и микроагрегатами связей. Если частицы (микроагрегаты) удерживаются лишь капиллярными силами, то в воде эти силы исчезают и частицы распадаются. В слу-

чае дальней агрегации [см. выражение (9)] для удаления друг от друга двух частиц (пластин) требуется усилие, достигающее 10^5 Н/м² [52]; для удаления друг от друга частиц, фиксированных в ближней яме, требуется значительно большее усилие.

В предыдущем разделе был рассмотрен механизм снижения высоты барьера S (см. рис. 11) электролитами, что способствует ближней агрегации. При данной концентрации и составе электролитов (и, следовательно, данной высоте барьера S) условия для агрегирования частиц неодинаковы в зависимости от различных внешних воздействий. В частности, в естественных условиях вероятность ближней агрегации неодинакова при уплотнении почв под действием собственного веса или веса орудий и механизмов (компрессионное уплотнение) и при их высыхании.

При компрессионном уплотнении почв наблюдается деформация двух видов: сближение частиц между собой и относительный сдвиг частиц, приводящий к более однородному распределению по размерам пор системы во всем образце.

Деформации второго вида при компрессионном уплотнении могут составлять основную часть необратимых изменений. В этом случае значительное уплотнение образца может еще не сопровождаться появлением непосредственных контактов между частицами, и его упрочнение будет сравнительно небольшим.

Процесс уплотнения дисперсной системы при сушке отличается от процесса уплотнения при компрессии тем, что при сушке деформации первого вида могут составлять основную часть необратимых изменений. После того как система становится трехкомпонентной, соседние частицы прижимаются друг к другу за счет капиллярного давления. При этом процессе ближняя агрегация произойдет везде, где величина капиллярного давления превышает критическое значение, характеризуемое величиной барьера S , а неоднородность в распределении пор существенно не изменится. Вот почему необходимым условием создания водопрочной структуры является периодическое высушивание.

Опыт показывает, что наиболее водопрочная структура создается при склеивании агрегированных почвенных частиц гумусовыми веществами (механизм фиксации таких коллоидных фракций крупными частицами рассмотрен в работе [52]).

Таким образом, возникновение водопрочных образований различных размеров является необходимым условием длительного существования структурной почвы. Пористость почвы трехступенчатой структуры (см. рис. 12) по Б. Н. Мичурину определяется из следующего выражения:

$$m = (1 - T_1 T_2 T_3) 100\%,$$

где T_1, T_2, T_3 — объемы частиц данной ступени в единице объема системы, состоящей только из этих частиц (т. е. из частиц d_1, d_2, d_3 соответственно).

Объемная масса почвы с такой структурой

$$\gamma = (T_1 T_2 T_3) \gamma_y,$$

где γ_y — объемная масса твердых частиц.

Используя две последние зависимости, легко проследить различия в пористости и объемной массе бесструктурной, микро- и макроструктурной почв.

Примем, что в модели (см. рис. 12) упаковка частиц, микроагрегатов и агрегатов близка к гексагональной, $\gamma_y = 2,7 \text{ г/см}^3 = 2700 \text{ кг/м}^3$.

В этом случае

$$T_1 = T_2 = T_3 = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \approx 0,743,$$

$m_1 = 25,7\%$, $\gamma_1 = 2000 \text{ кг/м}^3$ — для бесструктурной почвы,

$m_2 = 44,8\%$, $\gamma_2 = 1490 \text{ кг/м}^3$ — для двухступенчатой структуры,

$m_3 = 59\%$, $\gamma_3 = 1112 \text{ кг/м}^3$ — для трехступенчатой структуры.

При исследовании влагопроводности почв пользуются обычно не общей пористостью, рассмотренной выше, а активной пористостью, которая определяется отношением объема сообщающихся между собой пор V_a к общему объему образца:

$$m_a = \frac{V_a}{V_o}.$$

Более детальной характеристикой проницаемости пористой системы является распределение пор по размерам (глава IV).

3. ВОДОУДЕРЖИВАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СТРУКТУРНЫХ ПОЧВ

Водно-физические константы. Поры в почвах могут быть частично заполнены водой, частично воздухом. В предельных случаях пустоты могут быть полностью заняты водой или воздухом.

Воду, находящуюся в почвенных порах, можно количественно охарактеризовать различными способами.

Объемной влажностью W называют отношение объема воды, находящейся в порах V_w , к объему пористой среды V_o :

$$W = \frac{V_w}{V_o}.$$

Если для модели почвы, показанной на рис. 12, обозначить через V_3 — объем пор между макроагрегатами, V_2 — объем пор между микроагрегатами, а через V_1 — объем пор между элементарными частицами, тогда:

$$V_3 = 1 - T_3,$$

$$V_3 + V_2 = 1 - T_3 T_2,$$

$$V = V_3 + V_2 + V_1 = 1 - T_3 T_2 T_1.$$

В зависимости от заполнения пор различного порядка влажность почвы W будет изменяться:

$$W = (V_1 + V_2 + V_3) 100 = (1 - T_1 T_2 T_3) 100,$$

$$W - W_2 = (V_1 + V_2) 100 = (1 - T_1 T_2) T_3 100,$$

$$W - W_3 - W_2 = V_1 100 = (1 - T_1) T_2 T_3 100.$$

Для гексагональной (наиболее плотной) упаковки $T_1 = T_2 = T_3 = \pi/3 \sqrt{2}$, тогда: $W = 59,2\%$; $W - W_2 = 33,4\%$; $W - W_3 - W_2 = 14,2\%$.

Свойство пористого материала, характеризующее его способность пропускать через себя жидкость (при полном заполнении пор) под действием приложенного градиента давления, называют проницаемостью k :

$$k = \frac{q\eta}{A(\Delta P/L)}, \quad (10)$$

где q — объемный расход жидкости;
 η — вязкость жидкости;

A — площадь поперечного сечения образца;
 ΔP — перепад давления;
 L — длина образца.

Проницаемость k имеет размерность квадрата длины. Наиболее широко употребляемая единица проницаемости — дарси (D); 1D — это проницаемость такой пористой среды, в которой перепад давления в 1 ат поддерживает расход жидкости в 1 см³/с через куб с длиной ребра в 1 см при вязкости жидкости, равной 1 сантипуазу.

Эмпирическая формула Козени—Кармана для определения проницаемости нецементированных пород имеет вид:

$$k = \frac{m^3}{5\Omega(1-m)^2}, \quad (11)$$

где Ω — удельная поверхность;
 m — пористость.

Критика этой зависимости, а также другие теории проницаемости подробно рассмотрены в работе Шейдеггера [132].

При неполном насыщении пор водой на границе жидкость—газ возникает скачок давления, называемый капиллярным давлением P_k ($ML^{-1}T^{-2}$):

$$P_k = P_r + P_n,$$

где P_r — капиллярное давление, связанное с кривизной водной манжеты;

P_n — перепад давления, возникающий при переходе от газовой фазы к жидкости в тонком слое, при плоской поверхности раздела (P_n — не связан с кривизной поверхности и равен расклинивающему давлению тонкого слоя с обратным знаком [86]).

Величину P_r определяют по известной формуле Лапласа:

$$P_r = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (12)$$

где σ — поверхностное натяжение на границе жидкость—газ;

r_1, r_2 — главные радиусы кривизны водной манжеты.

Если почву моделировать набором цилиндрических непересекающихся капилляров разного диаметра, но по-

стоянного по длине сечения ($r_1 = r_2 = r$), то формула (12) приводится к виду:

$$P_r = \frac{2\sigma}{r} \quad (13)$$

и носит название формулы Жюрена.

Высота капиллярного подъема h в слое (и, следовательно, величина капиллярного давления, выраженная в сантиметрах водяного столба) определится из выражения:

$$h = \frac{P_r}{\rho g} = \frac{2\sigma}{r\rho g}, \quad (14)$$

где ρ — плотность жидкости;

g — ускорение силы тяжести.

Из (14) следует, что если к гетеропористому образцу приложить давление, равное h (см вод. ст.), то вода удалится из всех пор образца, радиус которых r удовлетворяет неравенству

$$r \geq \frac{2\sigma}{\rho gh}. \quad (15)$$

Изменяя ступенями давление, можно последовательно определить диаметр освобождающихся от воды пор. На этом свойстве и основаны все методы построения диаграмм распределения пор по размерам с помощью капилляриметров и мембранных прессов.

Характеристики влажности, приведенные в начале этого параграфа, не дают представления о степени заполнения пор водой.

Отношение объема воды V_w к объему пор V_v характеризует степень заполнения пор смачивающей жидкостью и называется насыщенностью S :

$$S = \frac{V_w}{V_v}. \quad (16)$$

Насыщенность связана с объемной влажностью W и пористостью m следующей зависимостью:

$$S = \frac{W}{m}. \quad (17)$$

Наглядное представление о насыщенности различных пористых материалов дает график зависимости S от высоты Z над уровнем насыщающей жидкости (рис. 13).

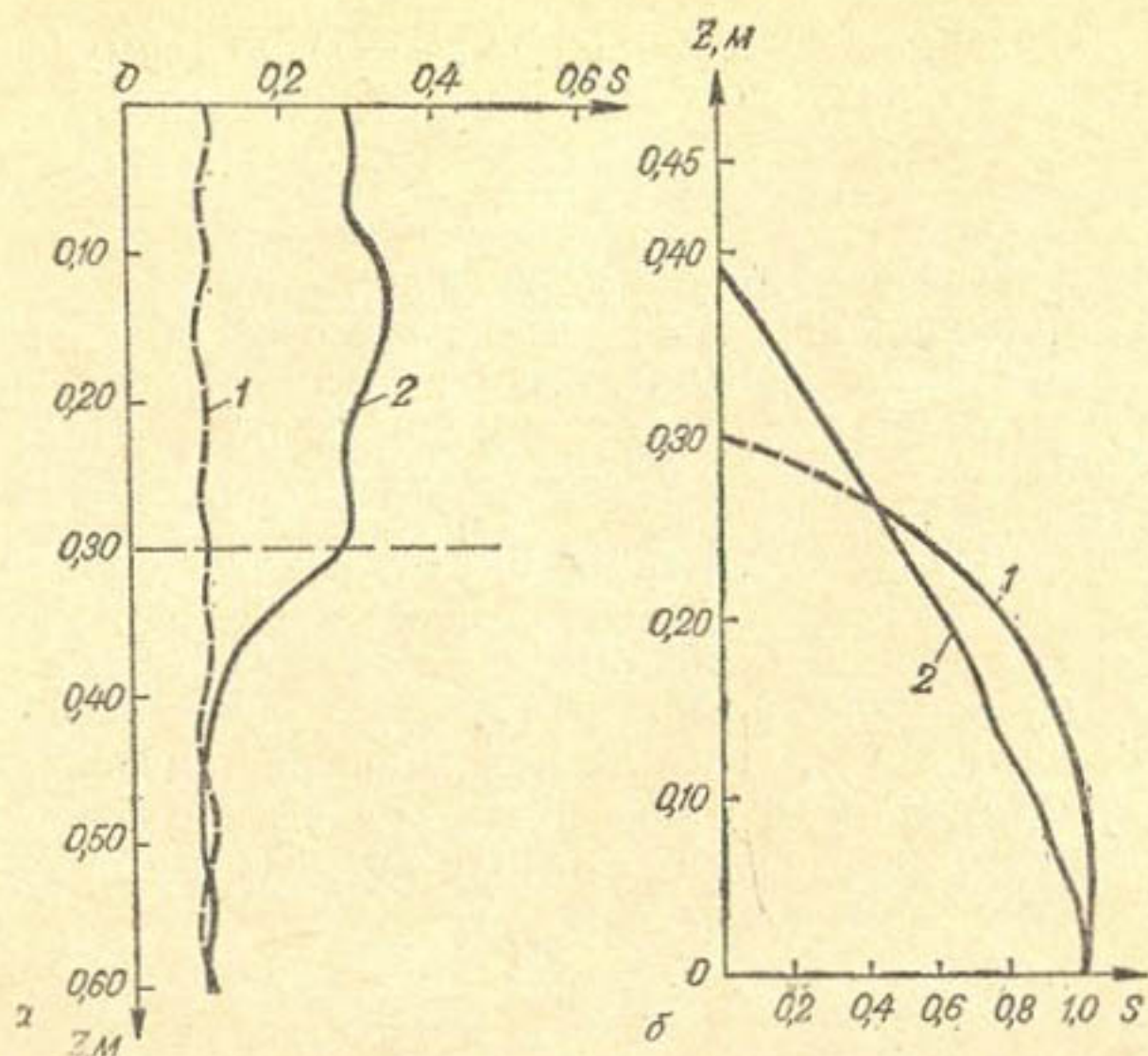


Рис. 13. Характер изменения насыщенности S песка после внесения гидрофобных частиц [5]:

a — при инфильтрации (слой 0—0,3 м); b — при капиллярном подъеме; 1 — в песке; 2 — в песке с добавлением гидрофобных частиц

При таком изображении каждой пористой системе с определенной проницаемостью будет соответствовать характерная для нее кривая, а на графике будет нанесено семейство кривых $S-Z$.

Нормирование всех кривых может быть осуществлено с помощью безразмерной функции Леверетта [63]:

$$j(S) = \frac{P_r}{\sigma} \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Тогда семейство кривых $S-Z$ приводится к одной кривой $S-j(S)$.

Энергетическое состояние почвенной влаги удобно выражать через значение ее потенциала (L^2T^{-2}).

Капиллярным (каркасным) потенциалом называют величину

$$\frac{P_k}{\rho} = \psi. \quad (18)$$

Величина $\frac{P_k}{\rho g} = P$ — капиллярный напор (L).

Для гравитационного потенциала φ справедливо выражение:

$$\varphi = gz. \quad (19)$$

Осмотический потенциал равен:

$$f = \frac{P_{oc}}{\rho} = \frac{nRT}{\rho V}, \quad (20)$$

где (кроме известных обозначений)

P_{oc} — осмотическое давление;

n — число молей растворенного вещества в объеме V ;

R — газовая постоянная;

T — абсолютная температура.

Пневматический потенциал $f_{пн}$ проявляется при отличии давления газа от атмосферного.

Полный потенциал Φ почвенной влаги представляет собой сумму всех частных потенциалов

$$\Phi = \psi + \varphi + f + f_{пн}. \quad (21)$$

Методы определения полного и частных потенциалов можно найти в специальной литературе [35, 111].

Чаще всего в расчетах пользуются значениями капиллярного напора (иногда отождествляя его с полным напором почвенной влаги, так как вклад остальных составляющих в передвижение жидкой влаги обычно незначителен).

Капиллярный напор в почвоведении выражают в сантиметрах водяного столба, а логарифм этой величины обозначают символом pF (по Скофилду):

$$\lg P = \lg \frac{P_k}{\rho g} = pF. \quad (22)$$

На рис. 14, а показана зависимость логарифма всасывающего давления почвы pF в процессе увлажнения и иссушения почвы. Такие кривые Роде [111] называет влажностными кривыми. В гидрофизике почв обычно пользуются кривыми зависимости потенциала от влажности, которые считают основными гидрофизическими характеристиками почв.

Б. Н. Мичуриным [83] для получения однозначной связи давления с влажностью почвы введено понятие о приведенном давлении P' , которое выражается через

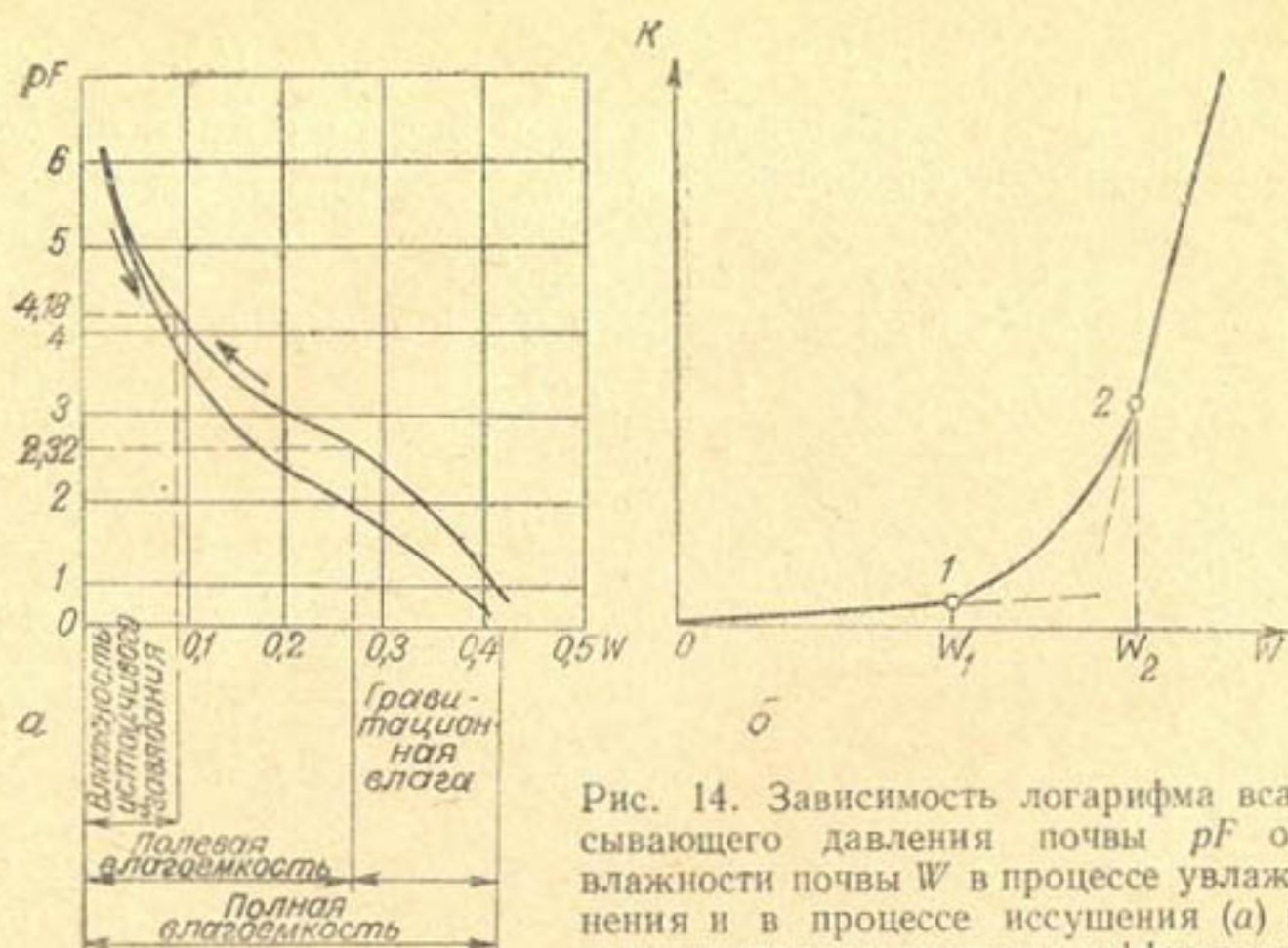


Рис. 14. Зависимость логарифма всасывающего давления почвы pF от влажности почвы W в процессе увлажнения и в процессе иссушения (а) и характерная зависимость коэффициента влагопроводности K от влажности W (б)

отношение Лапласова давления к произведению поверхностного натяжения на удельную поверхность почвы. Было показано, что приведенное давление однозначно связано с влагой, определяемой как $W' = W - W_{830}$, где W — вся влага, удерживаемая почвой при данном давлении, а W_{830} — та часть влаги, которая удерживается вблизи поверхности почвенных частиц при 830 ат и внутри кристаллической решетки глинистых минералов типа монтмориллонита.

В результате экспериментального исследования зависимости приведенного давления P' от содержания свободной влаги W' получена единая обобщающая кривая для различных почв.

Зависимость pF от влажности прежде всего дает возможность объективно определить так называемые водно-физические константы. Действительно, при $pF = 0$ происходит полное заполнение пор всех размеров водой, что по определению соответствует полной влагоемкости.

Как будет показано ниже, полевой влагоемкости соответствует количество влаги, удерживаемой в почве капиллярными силами (в том числе в виде пленок, манжет, капель и т. п.) при действии всасывающего давления ($\approx 1/3$ ат).

Вся влага в диапазоне между полной и полевой влагоемкостью способна передвигаться под действием гравитационного потенциала и может быть названа гравитационной.

Заметим, что в этой классификации каждой воднофизической константе соответствует определенный потенциал (гравитационный, капиллярный), градиент которого способен вызвать передвижение влаги.

Кривые зависимости pF от влажности не дают физической основы для таких констант [111], как истинная наименьшая влагоемкость (наибольшее количество подвешенной влаги, которое может прочно удерживаться однородной неслоистой почвой против сил тяжести) и капиллярная влагоемкость (наибольшее количество капиллярно-подпертой влаги, которое может содержаться в почве; величина переменная, зависящая от высоты слоя, для которого она определяется, над уровнем свободной воды). Эти константы зависят не только от свойств почвы, но также и от условий на границе (положение уровня грунтовых вод, характер инфильтрации, например затопление или капельное увлажнение, пути отхода почвенного воздуха и др.) и полностью определяются кривыми насыщения — расстояние от дневной поверхности или от уровня свободной воды (см. рис. 13).

Константы же, связанные с доступностью влаги для растения: влажность завядания, влажность замедления роста, диапазон доступной влаги, определяются условиями в системе почва—растение—приземный воздух. Некоторые из этих условий, связанные с подвижностью почвенной влаги, будут рассмотрены в следующей главе.

Термины полная влагоемкость и гравитационная влага ясны по определению и методам их исследования (см. рис. 14, а).

Термин полевая влагоемкость также не вызывает возражения по его определению. Однако стандартные методы исследования полевой влагоемкости субъективны, зависят от времени наблюдения, вследствие этого значения полевой влагоемкости даже для одинаковых почв у различных исследователей не совпадают.

Рассмотрим возможности для разработки методики исследования полевой влагоемкости, которая позволяла бы получать воспроизводимые и сопоставимые значения этой константы для различных почв.

По определению полевая влагоемкость — это влага, удерживаемая капиллярными силами. Определим эффективную высоту капиллярного подъема h_{eff} в многоступенчатой структурной почве, исходя из предположения, что эффективный диаметр $d_{eff} = d_{10} \sqrt{\frac{\alpha}{2}}$ служит мерой приближенной оценки эквивалентной проницаемости системы, обладающей определенным распределением пор по размерам. Тогда для модели почвы, представленной набором цилиндрических непересекающихся капилляров постоянного по длине сечения с диаметром d_{eff} ,

$$h_{eff} = \frac{4\sigma}{ad_{eff}\rho g}, \quad (23)$$

где a — коэффициент, позволяющий переходить от характерного размера частиц D к характерному размеру пор d ($d = aD$).

Если в качестве d и D рассматривать диаметры, то $a = 0,42$ — для кубической (наиболее «рыхлой») упаковки шаров и $a = 0,155$ — для гексагональной (наиболее плотной) упаковки.

Влагу, удерживаемую почвой под давлением, эквивалентным h_{eff} , и следует называть полевой влагоемкостью.

Как показывает анализ, численные значения h_{eff} для различных почв отличаются на порядок величины, однако для структурных почв h_{eff} имеет порядок метров.

Например, для почвы, представленной на рис. 6 (кривая 2), $d_{10} = 6 \cdot 10^{-6}$ м, $d_{60} = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м, $\alpha = 41,6$.

Для расчета примем: $a_{cp} = \frac{1}{2}(a_{куб} + a_{гекс})$. Тогда h_{eff} , определяемая по формуле (23), для 283—293 К примерно равна 3,5 м. Для песчаных почв эта величина значительно меньше, а для тяжелых — больше.

По-видимому, в качестве h_{eff} можно принять значение, равное 3,3 м. Тогда под полевой влагоемкостью следует понимать то количество влаги, которое удерживается в почве под давлением $3,3 \cdot 10^4$ Н/м² (в капилляриметрах, мембранных прессах и т. п.).

Анализ экспериментальных результатов привел ряд исследователей к аналогичному выводу [49, 116]. На рис. 14, а полевая влагоемкость отмечена именно в соответствии с этим определением.

Наблюдения за профилями влажности избыточно увлажненных образцов в процессе стекания и отсасыва-

ния влаги сухой почвой привели А. Федорова [141] к выводу о том, что полевая влагоемкость представляет собой влажность, стоящую на границе двух различных режимов переноса влаги. Графический метод определения этой константы заключается в следующем. По оси ординат откладывается величина $\Delta W/\Delta t$ (скорость изменения влажности образца или его части за некоторый интервал времени Δt), а на оси абсцисс — средняя влажность W за интервал Δt . На графике получаются две прямые, пересекающиеся на уровне влажности, соответствующей полевой влагоемкости.

Зависимость (23) дает основу для регулирования значений полевой влагоемкости: для увеличения водоудерживающей способности песчаных почв необходимо смещение d_{10} влево на кривой гранулометрического состава (см. рис. 6).

Это достигается внесением в песчаные почвы органических и минеральных тонкодисперсных фракций, условия «захвата» которых крупными частицами рассмотрены в первом разделе данной главы. Обычные методы мелиорации песков основаны на этом принципе [73].

В работе [5] показана модификация рассмотренного принципа для случая, когда в песок вносятся гидрофобные мелкодисперсные частицы. При определенных условиях может происходить флотация этих частиц фронтом пропитки. Слой флотированных частиц на поверхности раздела жидкость—газ меняет условия капиллярного движения и равновесия жидкости. На рис. 13 показан характер изменения водоудерживающей способности песка при внесении гидрофобных частиц как при капиллярном подъеме, так и при впитывании воды с дневной поверхности.

ПЕРЕНОС ВЛАГИ И СОЛЕЙ В ПОЧВАХ

1. ФОРМУЛА ДАРСИ. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА НЕСТАБИЛЬНОСТЬ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ПОТОКА ВО ВРЕМЕНИ

Формула Дарси. Перепишем формулу (10) в следующем виде:

$$q = \frac{k}{\eta} A \frac{\Delta P}{L} = K A I, \quad (24)$$

где (кроме прежних обозначений)

q — объемный расход жидкости;

K — коэффициент фильтрации;

A — площадь поперечного сечения образца;

I — градиент напора $\left(I = \frac{\Delta P}{L} \right)$;

L — длина.

Формула (24) выражает широко известный экспериментальный закон Дарси, постулирующий линейную связь между расходом (скоростью) и градиентом напора. Коэффициент фильтрации K в этой формуле — величина постоянная при данной температуре и давлении.

Формула (24) приближенно соблюдается при малых абсолютных значениях q в ламинарном потоке. Считают [19], что такие условия будут соблюдены, если величина некоторого безразмерного параметра, называемого числом Рейнольдса, меньше $1 \div 10$:

$$Re = K I \frac{d}{v} < 1 \div 10,$$

где v — кинематическая вязкость;

d — эффективный диаметр или эквивалентный размер частиц грунта.

Наиболее распространенные схемы приборов для экспериментального определения коэффициентов фильтрации показаны на рис. 15.

Для схемы с постоянным напором (рис. 15, а) значение K определяется из уравнения:

$$K = \frac{QL}{hAt}, \quad (25)$$

где (кроме известных обозначений)

h — гидравлический напор;

t — время.

Для схемы с падающим напором (рис. 15, б) значение K может быть вычислено с помощью величин, измеренных во время испытания по формуле:

$$K = 2,3 \frac{aL}{A(t_0 - t_1)} \lg \frac{h_0}{h_1}, \quad (26)$$

где a — площадь поперечного сечения вертикальной напорной трубки 4 (пьезометра);

h_0 и h_1 — гидравлические напоры в моменты времени t_0 и t_1 соответственно.

Определяемые даже в лабораторных условиях значения коэффициентов фильтрации почв и грунтов редко воспроизводятся. Вместе с тем повышение точности расчета, ставшее возможным в связи с использованием вычислительной техники, требует получения достаточно надежных значений K , для экспериментального определения кото-

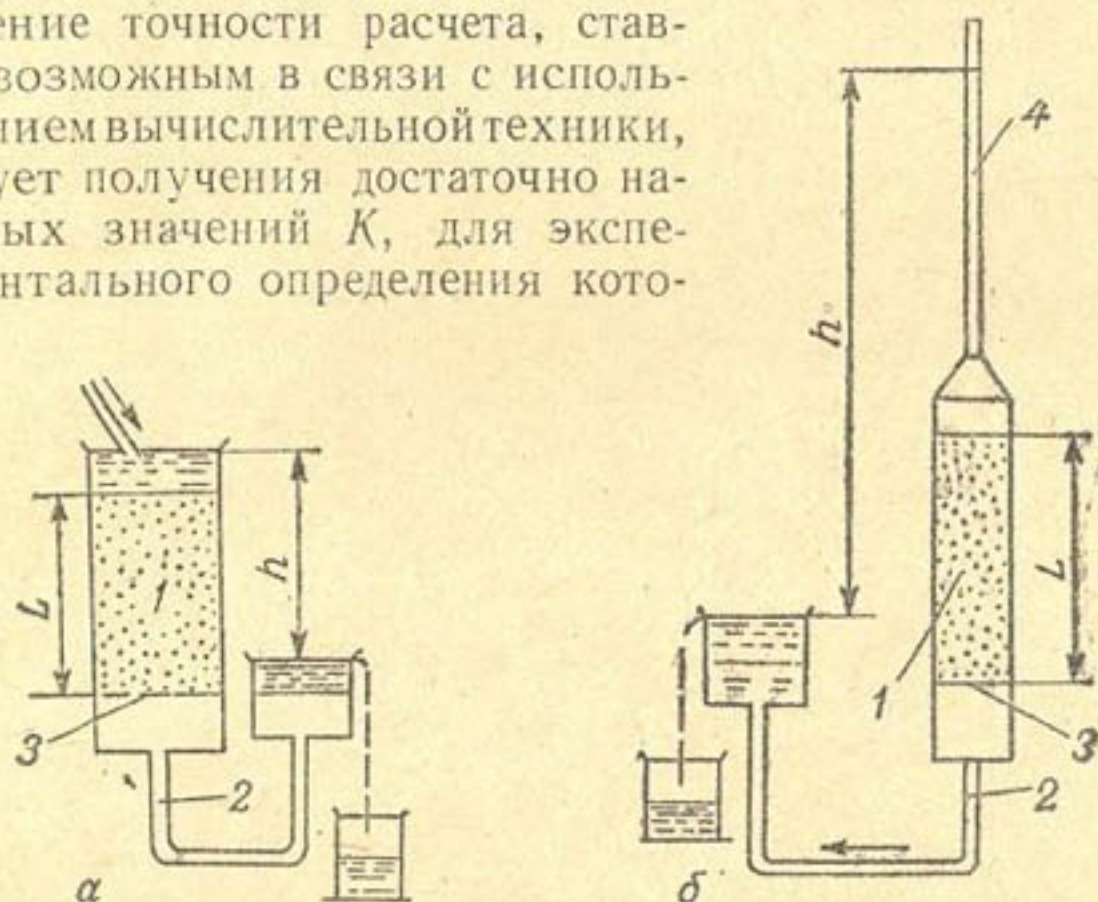


Рис. 15. Схемы приборов для экспериментального определения коэффициентов фильтрации:

а — с постоянным напором; б — с падающим напором; 1 — образец испытываемого грунта; 2 — кран; 3 — сетка (пористая диафрагма); 4 — вертикальная напорная трубка (пьезометр)

рых, особенно на тяжелых почвах и грунтах, необходим сравнительно длительный промежуток времени (сутки). В связи с этим возникла необходимость исследовать стабильность фильтрационного потока во времени.

Определение коэффициента фильтрации проводилось [17] на фильтрационно-компрессионных приборах Ф-1М конструкции Ленинградского горного института и фильтрационных приборах конструкции Северного научно-исследовательского института гидротехники и мелиорации (СевНИИГиМ) по схеме с падающим напором. Коэффициент фильтрации рассчитывался по формуле (26). Для опытов использовались образцы почвы (табл. 3) ненарушенной структуры.

Опыты показали, что фильтрационные свойства исследованных образцов нестабильны во времени t . В качестве примера на рис. 16 приведена зависимость $K(t)$, полученная для образца № 4 (см. табл. 3) при постоянном градиенте напора $I = 3$ (кривая 1)

Факторы, влияющие на нестабильность фильтрационного потока во времени. Так как интенсивность ламинарного потока жидкости в пористой среде определяется геометрией порового пространства (k), занятого жидкостью, ее реологическими свойствами (η) и интенсивностью действующих сил ($\Delta P/L$), то ответственными за изменение величины потока во времени могут быть все эти факторы.

Геометрия порового пространства. Изменение геометрии порового пространства во время опыта может быть связано со следующими процессами.

1. Уплотнение образца или его части гидродинамическим давлением.



Рис. 16. Зависимость коэффициента фильтрации от времени:

1 — почва № 4; фильтрующаяся жидкость — дистиллированная вода; $I = 3$; $T = 293 \pm 1^\circ\text{K}$; 2 — почва № 6; 0,1-процентный раствор фенола; $I = 5$; $T = 293 \pm 1^\circ\text{K}$

Таблица 3

Некоторые характеристики исследованных почв

№ образца	Разрез Глубина взятия образца	Характер образца (место отбора)	Плотность, $\text{кг/м}^3 \cdot 10^{-3}$	Пористость, m	Удельная поверхность $S, \text{м}^{-1} \cdot 10^2$			l_0	$\tau_0, \cdot 10^{-4}$ Н/м^2
					по МГ	по ЭГ	сред- няя		
1	$\frac{1}{0,3-0,4}$	Средний суглинок (ОПХ СевНИИГим)	1,65	0,38	130	195	162	0,6	0,35
2	$\frac{1}{0,5-0,6}$	То же	1,68	0,37	124	198	161	1,4	0,8
3	$\frac{1}{0,8-0,9}$	Тяжелый суглинок (ОПХ СевНИИГим)	1,6	0,4	116,2	193,4	155	1,4	0,9
4	$\frac{1}{0,4-0,5}$	Глина (ОПХ СевНИИГим)	1,4	0,47	117,5	180,2	149	3,0	2,2
5	$\frac{4}{0,5-0,15}$	Легкий суглинок (ОПХ СевНИИГим)	1,53	0,42	92,1	115,8	104	0,4	0,4
6	$\frac{4}{0,65-0,75}$	Средний суглинок (ОПХ СевНИИГим)	1,68	0,37	83,5	173,0	128	0,5	0,36
7	$\frac{6}{0,6-0,7}$	Супесь сильнопылеватая (Ка- рельский ОМП)	1,55	0,42	75,6	60,3	68	1,4	2,2

Продолжение табл. 3

№ образца	Раздел Глубина взятия образца	Характер образца (место отбора)	Плот- ность, кг/м ³ ·10 ³	Порис- тость, т	Удельная поверхность S, м ⁻¹ ·10 ²			I ₀	τ ₀ H/м ² ·10 ⁻⁴
					по МГ	по ЭГ	сред- няя		
8	$\frac{6}{0,9-1}$	Супесь сильнопылеватая (Карельский ОМП)	1,55	0,42	69,8	75,5	72	0,6	0,88
9	$\frac{7}{0,5-0,7}$	Легкий суглинок (совхоз им. Тельмана)	1,45	0,45	50,8	62,8	57	0,75	1,5
10	$\frac{7}{0,8-0,9}$	Глина (совхоз им. Тельмана)	1,57	0,41	131,1	204,1	167	2,7	1,53
11	$\frac{11}{0,35-0,45}$	Супесь (Карельский ОМП)	1,45	0,45	42	53,7	48	0,8	1,9
12	$\frac{11}{0,65-0,75}$	Легкий суглинок (Карельский ОМП)	1,58	0,41	58,8	74,7	66	0,3	0,47
13	$\frac{12}{0,2-0,3}$	Средний суглинок (совхоз «Люденопольский»)	1,78	—	—	—	—	—	—
14	$\frac{12}{9-1}$	То же	1,42	—	—	—	—	—	Среднее 1,1

2. Деформация грунтовой структуры под действием фильтрационного потока, приводящая к суффозионному выносу частиц и кольтматации пор образца. Изменение концентрации электролитов способно вызвать коагуляцию коллоидов, что также способствует кольтматации порового пространства. Многие исследователи отмечают эти факторы в связи с наблюдающимся в опытах уменьшением коэффициента фильтрации во времени.

3. Процессы гетероадагуляции и коагуляции, приводящие к осаждению высокодисперсных частиц, находящихся в фильтрующейся жидкости, на пористую поверхность и стенки капилляров.

В работе [66] убедительно показано, что уменьшение гидравлической проводимости единичных капилляров при течении суспензий с полярной и неполярной средой, а также технического масла обусловлено сопряженными процессами гетероадагуляции и коагуляции, приводящими к заращиванию капилляра (облитерации).

Реологические свойства фильтрующейся жидкости. Если в процессе опыта изменяется концентрация коллоидных частиц в фильтрующейся жидкости, то изменяются и ее реологические свойства.

Для вязкости разбавленных суспензий, представленных жесткими сферическими частицами, с достаточной степенью приближения справедливо уравнение Эйнштейна:

$$\eta_c = \eta_0 (1 + 2,5\varphi),$$

где η_c и η_0 — вязкости суспензий и дисперсионной среды соответственно;

φ — часть общего объема, занятого частицами.

Изменение реологических свойств фильтрующейся жидкости может быть связано с изменением не только концентрации коллоидных частиц, но и концентрации микроорганизмов, которые могут быть адсорбированы на поверхности почвенных частиц и находиться в объеме порового раствора. Ряд исследователей связывает уменьшение водопроводимости почв во времени именно с деятельностью микроорганизмов [138].

Изменение реологических свойств чистых жидкостей в процессе опыта может быть вызвано изменением концентрации растворенных веществ, которые приводят к «стабилизации» или «разрушению» структуры жидкостей (см. раздел 4 главы IV).

Действующие силы. В основе теории фильтрации лежит предположение о том, что поле скоростей фильтрации в отсутствие внешних массовых сил при известных свойствах жидкости и пористой среды при стационарном движении вполне определяется заданием давления на поверхности, ограничивающей объем рассматриваемой среды.

Точные теоретические методы решения задач теории установившейся фильтрации при этом предположении (метод конформных отображений, метод функции комплексной скорости, метод, основанный на использовании аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений, и др.) достаточно сложны, что и послужило основанием для развития приближенных теоретических методов [105].

Наряду с фильтрационным потоком, определяемым градиентом давления, в пористой среде возникает скольжение раствора относительно твердой стенки при наличии тангенциальных градиентов концентрации электролита (или нейтральных молекул), температуры или электрического потенциала.

Ниже рассмотрены некоторые из этих эффектов.

Э л е к т р о о с м о с. Физическую природу электроосмоса (как и других электрокинетических явлений) можно объяснить, исходя из представлений о двойном электрическом слое.

Под влиянием внешнего электрического поля ионы диффузного слоя, движущиеся к противоположно заряженному электроду, вовлекают в общий поток и молекулы дисперсионной среды, находящейся в порах системы. Рассмотрим ход рассуждений, приводящий к получению зависимости для скорости электроосмотического течения неассоциированной жидкости¹ между двумя плоскими поверхностями.

Объемная сила, развиваемая внешним электрическим полем,

$$F = \rho E \quad (27)$$

в стационарном состоянии будет уравниваться силами трения, действующими на рассматриваемый слой со стороны смежных слоев, которые перемещаются с другими скоростями.

¹ Теория электроосмоса вязкопластических жидкостей рассмотрена в работе [15].

Следовательно, можно записать уравнение Навье—Стокса в следующем виде:

$$\rho E = \eta \frac{d^2 v}{dy^2}, \quad (28)$$

где E — градиент потенциала внешнего поля;

ρ — плотность заряда;

η — коэффициент вязкости;

$\frac{dv}{dy}$ — производная скорости по нормали к ней.

Заменяя ρ в выражении (28) его значением из уравнения Пуассона

$$\rho = - \frac{d^2 \varphi}{dy^2} \frac{\varepsilon}{4\pi}, \quad (29)$$

связывающего плотность заряда с потенциалом φ , получим

$$\eta \frac{d^2 v}{dy^2} = - \frac{\varepsilon E}{4\pi} \frac{d^2 \varphi}{dy^2}, \quad (30)$$

где ε — диэлектрическая постоянная.

Уравнение (30) должно быть проинтегрировано при следующих граничных условиях:

для объема:

$$y = \infty; \quad \varphi_{\infty} = 0; \quad \left(\frac{d\varphi}{dy} \right)_{\infty} = 0; \quad \left(\frac{dv}{dy} \right)_{\infty} = 0; \quad (31)$$

для плоскости скольжения

$$\varphi = \zeta; \quad v = 0. \quad (32)$$

Интегрирование (30) дает:

$$\frac{dv}{dy} = - \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \frac{d\varphi}{dy} + C_1, \quad (33)$$

$$v = \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \varphi + C_1 y + C_2. \quad (34)$$

Из условия (31) $C_1 = 0$.

Из условия (32)

$$C_2 = - \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \zeta.$$

Тогда

$$v = \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} (\zeta - \varphi). \quad (35)$$

Принимая $\varphi_{\infty} = 0$, для скорости электроосмоса получают зависимость:

$$v_E = \frac{\varepsilon E}{4\pi\eta} \zeta. \quad (36)$$

Формулы (27—36) базируются на рассмотрении простейшей модели — плоского тангенциального электроосмотического течения в плоском двойном слое.

Обобщение формулы (36) для случая пористой среды со сколь угодно сложной геометрией порового пространства возможно при выполнении трех условий.

1. Малость толщины двойного слоя по сравнению с диаметром пор.

2. Малость вклада поверхностной проводимости в суммарную проводимость пористой диафрагмы.

3. Малость локальных полей, вызванных поляризацией двойного слоя, по сравнению с внешним полем.

При соблюдении этих условий для скорости электроосмоса можно получить выражение в виде

$$v = \frac{Q}{\omega} = K_E E,$$

где Q — расход;

ω — площадь поперечного сечения диафрагмы;

K_E — коэффициент электроосмоса ($K_E = \frac{e\xi}{4\pi\eta}$).

Капиллярный осмос. Скорость скольжения разбавленного раствора через пористую перегородку, с обеих сторон которой поддерживается перепад концентрации, может быть определена по формуле [48]:

$$v = - \frac{c_0 \text{grad } \mu}{\eta} \xi, \quad (37)$$

где $\xi = \int_0^\infty \frac{c - c_0}{c_0} h dh$;

c_0 — объемная концентрация растворенных молекул вдали от стенки;

μ — химический потенциал растворенных молекул, градиент которого берется вдоль стенки;

η — вязкость;

c — концентрация молекул на расстоянии h от плоскости скольжения.

В случае разбавленных электролитов

$$v_0 = - (z^- \xi^+ + z^+ \xi^-) \frac{RT}{\eta} \frac{\Delta c}{l}, \quad (38)$$

где z — валентность ионов;

R — постоянная Больцмана;

- T — абсолютная температура;
 l — толщина диафрагмы;
 Δc — разность концентрации электролита по обе стороны диафрагмы;
 c — концентрация электролита, через которую ввиду условия локальной электронейтральности выражаются концентрации ионов: $c^{\mp} = z^{\pm}c$;

$$\xi^{\pm} = -\frac{1}{c^{\pm}} \int_0^{\infty} [c^{\pm}(h) - c^{\pm}] h dh.$$

Заменяя $c^{\pm}(h)$ согласно формуле Больцмана, можно выразить $\xi^{\pm}$ через ζ -потенциал.

Д и ф ф у з и о ф о р е з. При наличии перепада концентрации электролита по обе стороны перегородки возникает разность потенциалов диффузионного происхождения, что должно приводить в отсутствие внешнего электрического поля к скольжению раствора электролита относительно твердой стенки. По аналогии с электрофоретическим это скольжение названо диффузиофоретическим. Скорость скольжения применительно к условию относительно малого перепада концентрации $\Delta c \ll c$ можно оценить по формуле [48]:

$$v_e = z^+ z^- (\xi^- - \xi^+) \frac{L^+ - D^-}{z^+ L^+ + z^- D^-} \frac{RT \Delta c}{\eta l}. \quad (38a)$$

Здесь, кроме известных обозначений, $D^{\pm}$ — коэффициенты диффузии ионов.

Суммарная скорость скольжения под влиянием перепада концентрации электролита выражается суммой $v = v_c + v_e$, причем слагаемые определяются по формулам (38) и (38a).

Т е р м о о с м о с. Отличие энтальпии в граничных слоях жидкости от объемного значения приводит к термоосмосу — движению жидкости через капилляр при наличии осевого градиента температуры [43].

Скорость термоосмотического скольжения определяется из выражения:

$$v_t = \beta \frac{dT}{dl},$$

где β — коэффициент термоосмотического скольжения;
 $\frac{dT}{dl}$ — градиент температуры вдоль поверхности раздела.

Во всех рассмотренных случаях профиль скоростей скольжения для цилиндрических и плоских капилляров постоянен поперек потока, за исключением пристенных слоев, в пределах которых скорость уменьшается до нуля у границы твердое тело (или неподвижный сольватный слой) — жидкость.

Если вдоль потока жидкости в пористой среде со временем изменяются градиенты (концентрации растворенных веществ, температуры, электрического поля), то это приводит к изменению интенсивности потока вплоть до его инверсии (изменения направления).

Чтобы обнаружить и оценить величину потока, вызываемого наличием градиентов c , T или E , была предложена следующая методика [13]. Направление потока во время опыта периодически меняется на обратное изменением разности уровней с целью создания того же напора, что и при прямой фильтрации, но противоположного знака.

Если прямой поток $q_{\text{пр}}$ и обратный $q_{\text{обр}}$ выразить приближенными зависимостями:

$$q_{\text{пр}} = K (I - I_{\text{о. осм}}),$$

$$q_{\text{обр}} = K (I + I_{\text{о. осм}}),$$

то по разности измеренных величин $q_{\text{пр}}$ и $q_{\text{обр}}$ можно определить значение $I_{\text{о. осм}}$ по формуле:

$$I_{\text{о. осм}} = \frac{q_{\text{обр}} - q_{\text{пр}}}{2KI},$$

где I — действующий градиент напора;
 $I_{\text{о. осм}}$ — начальный градиент, определяемый кинетическим эффектом;
 K — коэффициент.

Обратим внимание на дополнительное осложнение, связанное с возникновением тока течения (или других электрокинетических явлений). Механизм появления тока течения хорошо изучен: под влиянием разности давления по обе стороны пористой диафрагмы жидкость перемещается вместе с зарядом ее двойного слоя и, таким образом, является носителем конвективного электрического тока. Вследствие переноса электрического заряда на концах диафрагмы возникает разность потенциалов и в порах появляется ток, противоположный по направлению конвективному току.

Возникновение тока течения должно сопровождаться появлением вихревых магнитных полей в пределах подвижной части двойного электрического слоя. Взаимодействие тока течения и вызванных им магнитных полей обуславливает возникновение объемной магнитогидродинамической силы, направленной радиально по отношению к направлению потока, и как следствие — возникновение поперечного магнитогидродинамического давления $P_{мгд}$. Величина этого давления определяется (для случая свободного двойного электрического слоя) по формуле (Е. З. Гак):

$$P_{мгд} = 2\pi\mu_0\sigma^2v_d^2,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$;

σ — поверхностный заряд стенки капилляра;

v_d — скорость жидкости при $r = r_1$ ($d = r_0 - r_1$);

r_1 — граница подвижной части двойного электрического слоя;

r_0 — радиус капилляра.

Подобные эффекты, не учитываемые до настоящего времени, должны возникать при любых электрокинетических явлениях, однако их экспериментальное проявление возможно лишь при определенных условиях, когда величины $P_{мгд}$ будут значительны. С этой точки зрения представляет интерес рассмотрение таких условий потока, в которых v_d было бы значительно больше, чем это имеет место при обычном ламинарном течении, например при вибрации стенок капилляра: $\frac{v_{d_0}}{v_{r=0}} \gg 1$. Другим спо-

собом увеличения $P_{мгд}$ служит турбулизация потока, в том числе локальная в пористых каналах. В этих условиях $P_{мгд}$ может достигать величин 1—10 Н/м².

Рассмотрим теперь некоторые факторы, при которых в реальных капиллярно-пористых системах имеет место нарушение ламинарного режима. В целом ряде случаев движение в таких системах принято считать ламинарным, что нередко приводит к недостаточно верному толкованию наблюдаемых результатов.

Примем $P = P_0 \sin \omega t$, где P_0 — начальное гидродинамическое давление. Тогда $P_{мгд} = f(P_0 \sin \omega t)$. В случае ламинарного режима, хотя и колебательного характера, $P_{мгд}$ действительно было бы очень мало. Однако при установившемся пульсирующем движении, соответствующем гармоническому закону изменения перепада

давления, в капилляре возникают обратные токи [72], причем v_d может стать значительно больше скорости потока в центральной части (рис. 17). Следовательно, $P_{мгд} \neq 0$ по всему объему в любой момент времени.

Методика исследования. В принципе все рассмотренные факторы могут влиять на изменение водопроницаемости образцов во времени, однако в зависимости от условий опыта лишь некоторые из них являются существенными.

В наших исследованиях создавались специальные условия опыта, позволяющие исключить влияние того или иного фактора на фильтрационный процесс.

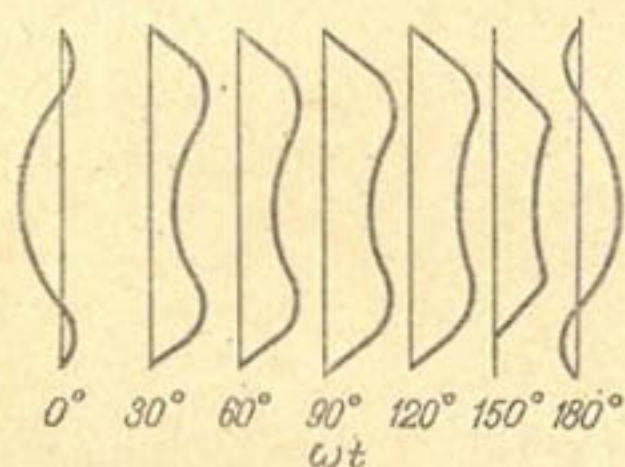


Рис. 17. Характер изменения эюр скоростей во времени при гармоническом законе изменения перепада давления в капилляре [72]

Отсутствие кинетических эффектов контролировалось по методике, изложенной выше. Чтобы оценить влияние деформации почвенного образца, одновременно проводились опыты с жесткопористыми фильтрами:

На рис. 18 (кривая 1) представлена зависимость коэффициента фильтрации дистиллированной воды от времени для фильтра Шотта № 4.

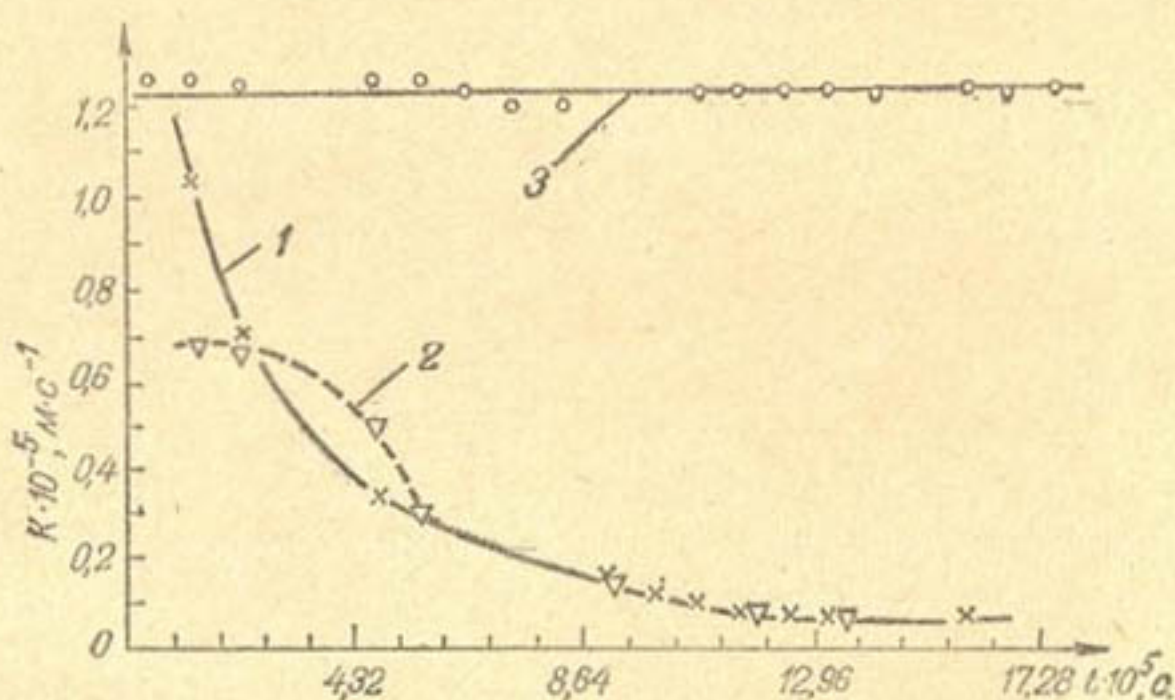


Рис. 18. Зависимость коэффициента фильтрации от времени для фильтра Шотта № 4; $I = 13,5$; $T = 294,5\text{K}$:

1 — дистиллированной воды; 2 — 0,1%-ного раствора фенола; 3 — 0,1%-ного раствора фенола при фильтрации по схеме на рис. 20; позиция 4 — фильтр Шотта № 4

Для предотвращения возникновения микроорганизмов в наших опытах в качестве фильтрующей жидкости использовался 0,1-процентный раствор фенола. Полученные при этом зависимости $K(t)$ для жесткопористого фильтра представлены кривой 2 (см. рис. 18), а для почвы — кривой 2 (см. рис. 16).

Как видно из рисунков, затухание фильтрационного потока при этом менее резкое, однако тенденция к затуханию сохраняется.

Ряд исследователей [1, 34, 54] отмечают влияние заземленного и растворенного в жидкости воздуха на затухание фильтрационного потока.

Как известно, закон Генри для объемной концентрации газа c_i , растворенного в воде, можно записать в виде [19]:

$$c_i = \lambda_i P_i / P_0,$$

где P_i — парциальное давление газа в воздухе;

P_0 — абсолютное атмосферное давление;

λ_i — коэффициент растворимости газа в воде.

При изменении температуры от 273 до 313 К коэффициент λ_i изменяется в пределах (м^3 газа на 1 кг жидкости): азот — $(0,0235 \div 0,0118) \cdot 10^{-3}$; кислород — $(0,0489 \div 0,0231) \cdot 10^{-3}$; углекислый газ — $(1,713 \div 0,530) \times 10^{-3}$; воздух без углекислоты — $(0,0292 \div 0,0156) \times 10^{-3}$ (303°K).

Если система, состоящая из нескольких компонент, находится в равновесии при давлении P_1 и температуре T_1 , а затем давление принимает другое значение P_2 , то при условии малости разности $P_2 - P_1$ произойдет следующее [63]. В малой окрестности поверхности раздела между газом и жидкостью равновесное состояние, соответствующее новому давлению P_2 , установится мгновенно. Вследствие этого нарушается однородность распределения компонент в пространстве, что приводит к диффузии вещества в каждой фазе; диффузия продолжается до тех пор, пока не установится равновесие между фазами. Подобный процесс возникает также в случае, когда с жидкостью, выдержанной при давлении P_1 и температуре T_1 , соприкасается газ с неравновесным составом.

Если выравнивание состава в пространстве происходит только вследствие диффузии, то можно оценить порядок времени t , необходимый для такого выравнивания.

Для случая, когда со слоем жидкости глубиной L соприкасается большое количество газа, в котором содержание одной из компонент превышает равновесное, и эта компонента начинает диффундировать в жидкость, время установления равновесия можно оценить по формуле:

$$u_i = 1 - \frac{8}{\pi^2} \exp[-D_i t (\pi/2L)^2],$$

где u_i — коэффициент насыщенности, определяемый как отношение мгновенного значения количества i -й компоненты в жидкости к равновесному (жидкость называется недосыщенной, если $u_i < 1$, и пересыщенной, если $u_i > 1$);

D_i — коэффициент диффузии.

Для значений $D_i \approx 2 \cdot 10^{-9}$ м·с⁻¹, $L \approx 1,5 \cdot 10^{-4}$ м, $u_i \approx 0,9 \div 0,99$ равновесная насыщенность в тонком слое жидкости установится приблизительно через 10—20 с после начала процесса (для меньшего характерного размера L — это время может составлять доли секунды, а для L порядка метров — часы и сутки).

Принимается [63], что при течении в пористой среде двухфазной смеси продолжительность контакта между данными элементами газа и жидкости имеет порядок времени, в течение которого эти элементы проходят один относительно другого расстояние, равное размеру зерна или поры.

Тогда продолжительность контакта t :

$$t \approx \frac{m d}{v},$$

где m — пористость;

d — средний диаметр поры;

v — скорость.

Из последнего выражения следует, что при достаточно малых скоростях v время контакта велико и в каждой точке движущейся смеси газ и вода находятся в термодинамическом равновесии. В этом случае при фильтрации в пористой среде падение давления вдоль образца должно (в соответствии с законом Генри) приводить к пропорциональному уменьшению равновесной концентрации газа, растворенного в воде. Уменьшение давления (так же как и повышение температуры) вызывает выделение растворенных газов. Этот процесс может привести

к частичной или полной закупорке порового пространства, что влечет за собой соответствующее уменьшение водопроницаемости. Периодические сужения и расширения поровых каналов вызывают локальные процессы полимолекулярной адсорбции и десорбции газов на общем фоне выделения растворенных в воде газов вдоль образца. При высоких скоростях (большие перепады давления, крупнозернистые фильтры) равновесие не успевает устанавливаться, так как продолжительность контакта мала и эффекты «кольматации» порового пространства не должны иметь места.

Для устранения влияния растворенного в фильтрующейся жидкости воздуха некоторые наши опыты по фильтрации проводились в замкнутой фильтрационной установке, в которой создавалось разрежение с помощью вакуумного насоса. При понижении давления растворенный воздух выделяется из воды и его содержание в фильтрующейся жидкости становится меньше, а следовательно, и его влияние на ход фильтрации уменьшается. Результаты исследования представлены на рис. 19.

В опытах по данной методике необходимо поддерживать постоянное разрежение. Поэтому были исследованы и другие схемы фильтрации, позволяющие получить стабильные значения водного потока.

Так, в опытах Л. Н. Малышевой, И. Л. Мархасина и других [74] воду до подачи к образцу пропускали через фильтр из ваты, а затем через фильтр Шотта № 3.

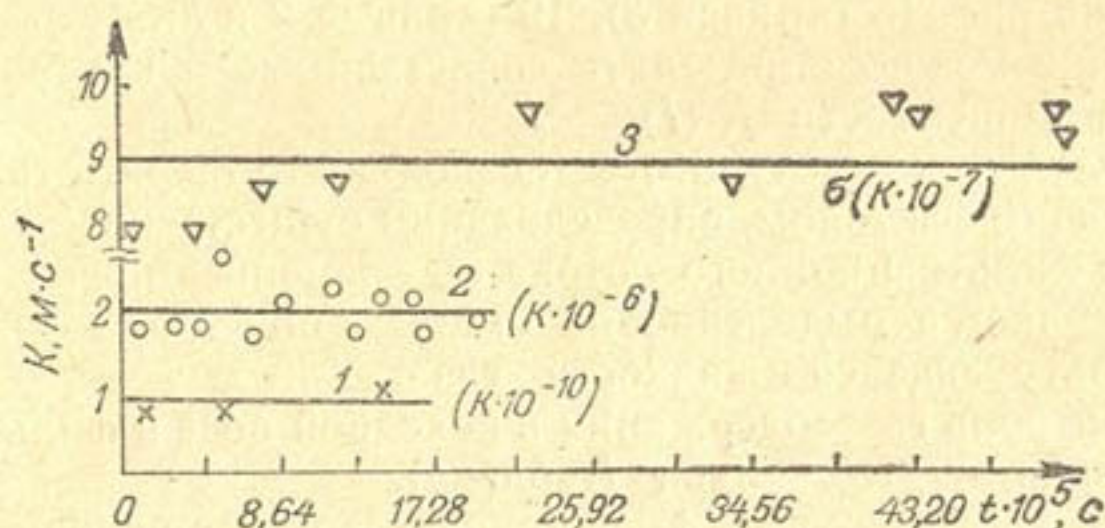


Рис. 19. Зависимость коэффициента фильтрации от времени:

1 — почва № 13; 0,1%-ный раствор фенола; $P_a \approx 6-7$ м вод. ст.; $l = 5$; $T = 293 \pm 1$ К; 2 — фильтрация по схеме на рис. 20; дистиллированная вода; $l = 5$; позиция 4 — фильтр Шотта № 4; позиция 5 — торф со степенью разложения 25%; 3 — фильтрация по схеме на рис. 20; 0,1%-ный раствор фенола; $l = 2,5$; $T = 293 \pm 1$ К; позиции 4 и 5 — почва № 14

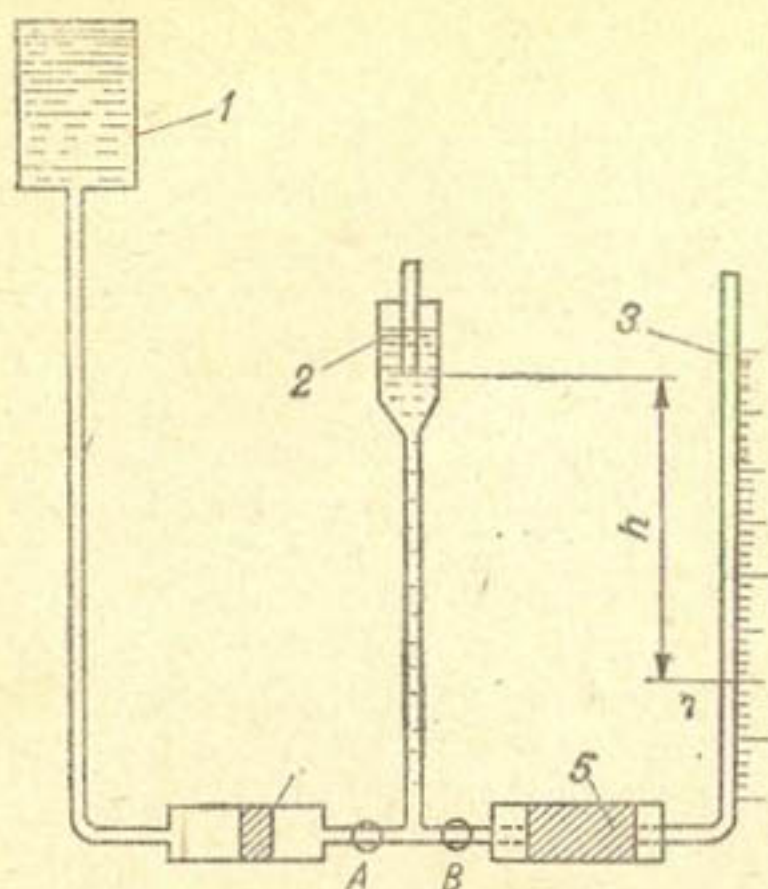


Рис. 20. Схема фильтрационной установки с предварительной «дегазацией»:

1 — напорный бак; 2 — Мариоттово устройство; 3 — пьезометр; 4 — фильтр; 5 — исследуемый образец; h — напор; A и B — краны (кран A открыт, B — закрыт — подготовка; кран A закрыт, B — открыт — опыт)

Схема фильтрационной установки, работающей на этом принципе и использованной в наших опытах, показана на рис. 20. Фильтры того же состава, что и исследуемый образец, играют роль адсорбентов растворенных газов или механических примесей. Очищенный таким образом и насыщенный растворенными веществами фильтрат (равновесный раствор) заполняет Мариоттово устройство, откуда и поступает на исследуемый образец. Как показывают опыты, при фильтрации полученного таким образом раствора проницаемость K исследуемого образца

почвы во времени заметно не изменяется. Графики зависимости $K(t)$, полученные по этой методике, представлены на рис. 18 (кривая 3), 19 (кривые 2 и 3). По данной методике можно определить сопоставимые и воспроизводимые зависимости $K(I)$.

Полученные результаты позволяют утверждать, что решающим фактором, определяющим существенное уменьшение фильтрационного потока во времени в наших опытах, является выделение на стенках пор растворенного в фильтрующейся жидкости газа.

Контроль газосодержания в исходной воде и фильтрате подтвердили этот вывод (табл. 4).

Как видно из табл. 4, объемное газосодержание в контрольной воде в среднем на 3,1% выше, чем в фильтрате. Электрическое сопротивление контрольной воды в среднем на 21% выше сопротивления фильтрата.

В заключение отметим, что фильтрационные свойства хорошо проницаемых образцов ($K \geq 10^{-4}$ м·с⁻¹) по нашим результатам стабильны во времени.

Т а б л и ц а 4

Изменение газосодержания в фильтрате

Общее содержание газов, % объемный			Электрическое сопротивление			«Возраст» образцов, сут
фильтрат c_{ϕ}	контроль c_k	c_k/c_{ϕ}	фильтрат R_{ϕ}	контроль R_k	R_k/R_{ϕ}	
0,987	1,02	1,035	94 500	128 000	1,3555	4
1,77	1,835	1,035	33 700	36 500	1,082	11
1,71	1,75	1,022	28 000	33 700	1,200	1
Среднее 1,031			Среднее 1,21			

Полученные результаты позволяют сделать некоторые практические рекомендации. В первую очередь это касается полевых методов определения коэффициента фильтрации. Так как температура, давление и состав растворенных веществ по пути движения почвенной влаги постоянно меняются, то процессы выделения — растворения газов (в соответствии с законом Генри) протекают в природных условиях непрерывно и, следовательно, непрерывно изменяются значения коэффициента фильтрации. Таким образом, стандартные полевые методы фиксируют более или менее случайные (соответствующие данной температуре, давлению и концентрации раствора) значения коэффициента фильтрации. Отсюда следует вывод о необходимости разработки такой методики полевых исследований, которая позволяла бы получать не только единственную точку, оценивающую коэффициент фильтрации при данных градиенте напора, температуре, давлении и концентрации солей, но и пределы изменения этого параметра в заданном интервале изменения внешних условий.

Второй вывод относится к практике проектирования гидромелиоративных мероприятий. Так как фильтрационные свойства данной среды характеризуются параметром, который изменяется в определенных пределах, то расчет должен базироваться не только на промежуточных, но и на экстремальных значениях коэффициента фильтрации.

2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ФИЛЬТРАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ. ТЕЧЕНИЕ АССОЦИИРОВАННЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Нелинейные фильтрационные эффекты. Экспериментальные результаты, свидетельствующие о нарушении закона Дарси при малых скоростях фильтрации, были опубликованы уже в 1898 г. [142]. Обзор многочисленных работ, выполненных в основном за последние 15 лет, опубликован в книге [15]. Решающий вклад в исследование природы нелинейных фильтрационных эффектов внесен П. А. Ребиндером, Б. В. Дерягиным, А. Х. Мирзаджанзаде, С. В. Нерпиным, А. И. Котовым, И. П. Амаглобели, М. П. Воларовичем, Н. В. Чураевым, Б. П. Горбуновым и др. Из зарубежных ученых особо следует отметить Ковача, Кутилека, Свартцендрубера и Сковинского [143, 144, 145, 151, 152].

Экспериментальные результаты по затуханию фильтрационного потока в пористой среде во времени могли внушить мысль о том, что наблюдаемые нелинейные фильтрационные эффекты связаны именно с этим явлением.

Однако опыты по описанной в предыдущем параграфе методике, позволяющей получить стабильные (при заданном градиенте напора) во времени значения фильтрационного потока, показывают, что и в этом случае скорость фильтрации и градиент напора могут быть связаны нелинейной зависимостью.

В качестве примера на рис. 21 приведены зависимости скорости фильтрации v от градиента напора I для некоторых почв, представленных в табл. 3.

На рис. 22 представлены характерные диаграммы распределения пор по размеру для тех же почв.

Приведенные здесь диаграммы распределения пор по размерам относятся к образцам почвы, имеющим близкую общую пористость (0,42; 0,38 и 0,41 соответственно диаграммам на рис. 22, а, б и в). В образцах существенно отличается распределение пор по размерам: в первом случае 75% от общей пористости занимают поры с размером более 10^{-5} м; в третьем случае 80% — поры с размером менее 10^{-6} м; второй случай — промежуточный.

Течение ассоциированных жидкостей. В опытах применялись свежетынутые стеклянные и кварцевые цилиндрические капилляры. Минимальный диаметр капилляра d определялся условием малости влияния граничной фазы δ ($d \gg \delta$, $\delta \approx 10^{-8}$ м, $d \gg 10^{-8}$ м), а максимальный диа-

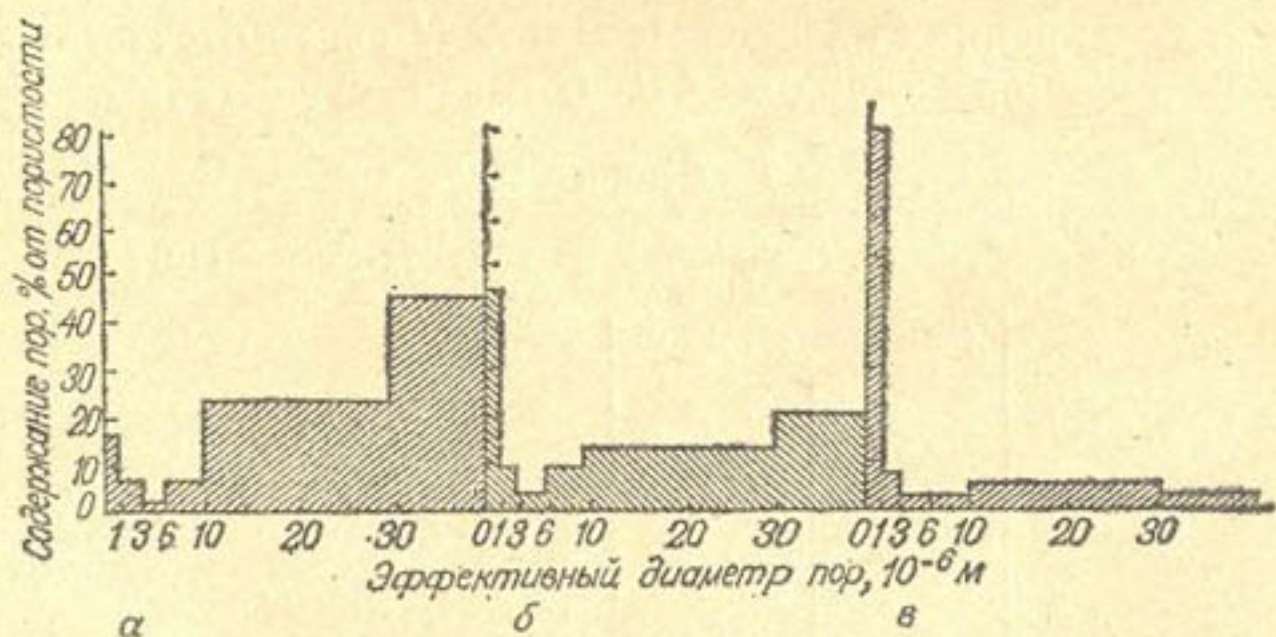
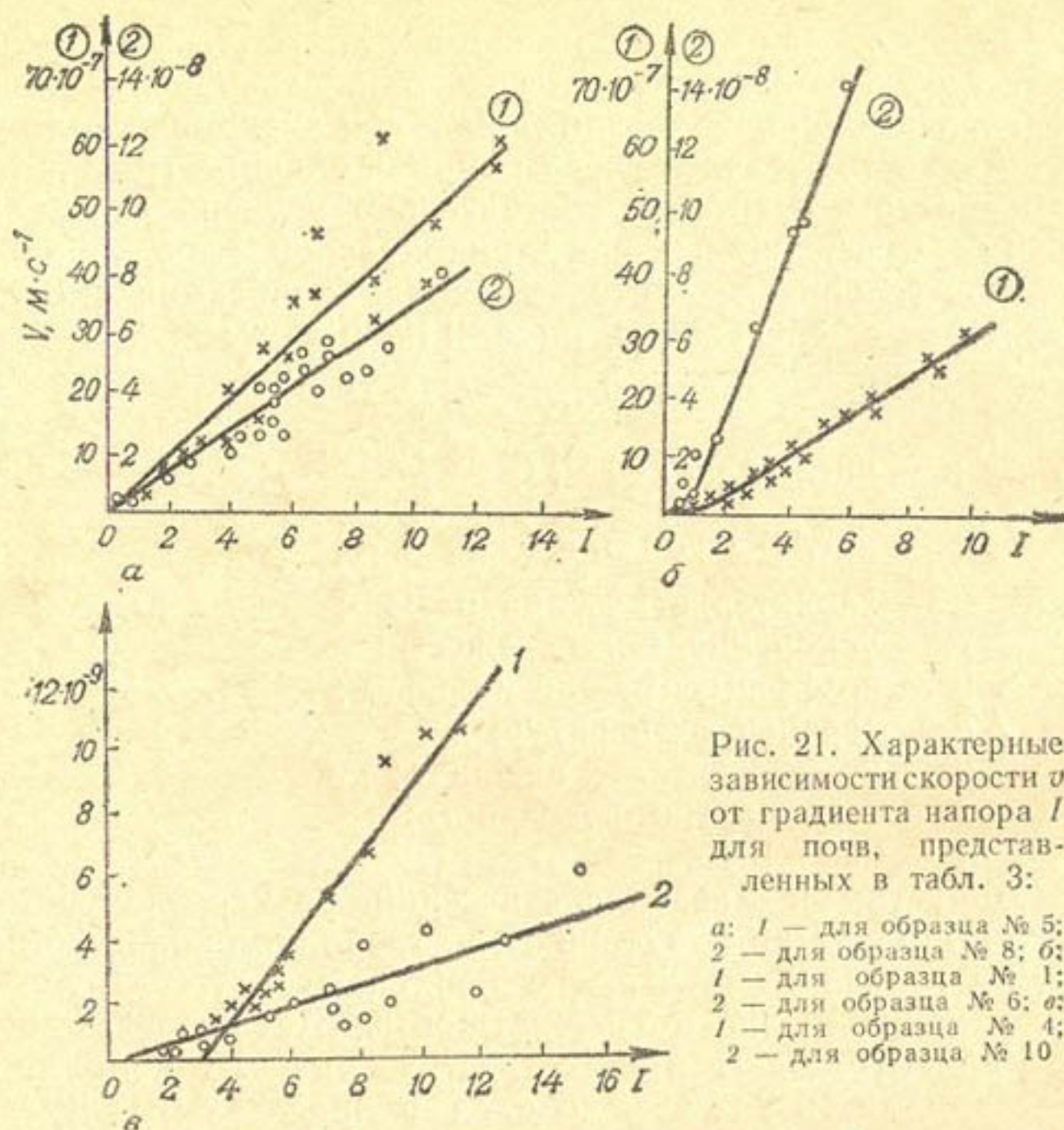


Рис. 22. Характерные диаграммы распределения пор по размерам для почв, представленных в табл. 3:

а — для образца № 5; б — для образца № 1; в — для образца № 10

метр — условием малости влияния конвекции. Как известно, причиной конвективного перемешивания жидкости (свободная конвекция) является механическая неустойчивость текучей среды при наличии градиентов температуры. Наиболее обстоятельно изучена роль конвекции в вертикальном цилиндрическом слое, для которого условие малости влияния конвекции можно записать в следующем виде [124]:

$$GrPr < M,$$

где Gr — число Грасгофа ($Gr = \frac{l^3 g \beta \Delta T}{\nu^2}$);

Pr — число Прандтля ($Pr = \frac{\nu}{a}$);

l — характеристический размер;

g — ускорение силы тяжести;

β — коэффициент расширения;

ΔT — перепад температур;

ν — кинематическая вязкость;

a — температуропроводность;

$M = 600 \div 1000$.

Допустимый характеристический размер, для которого выполняется критерий малости влияния конвекции, при перепадах температуры порядка градуса в случае маловязких жидкостей лежит обычно в пределах $l \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$ м. В наших опытах диаметр капилляра составлял $\leq 10^{-4}$ м и находился в пределах $\delta \ll d \leq l$.

Исследованные жидкости и их классификация по типу водородных связей приведены в табл. 5.

В соединениях классов A , B и N H -связи отсутствуют; в соединениях классов AB H -связи существуют. При

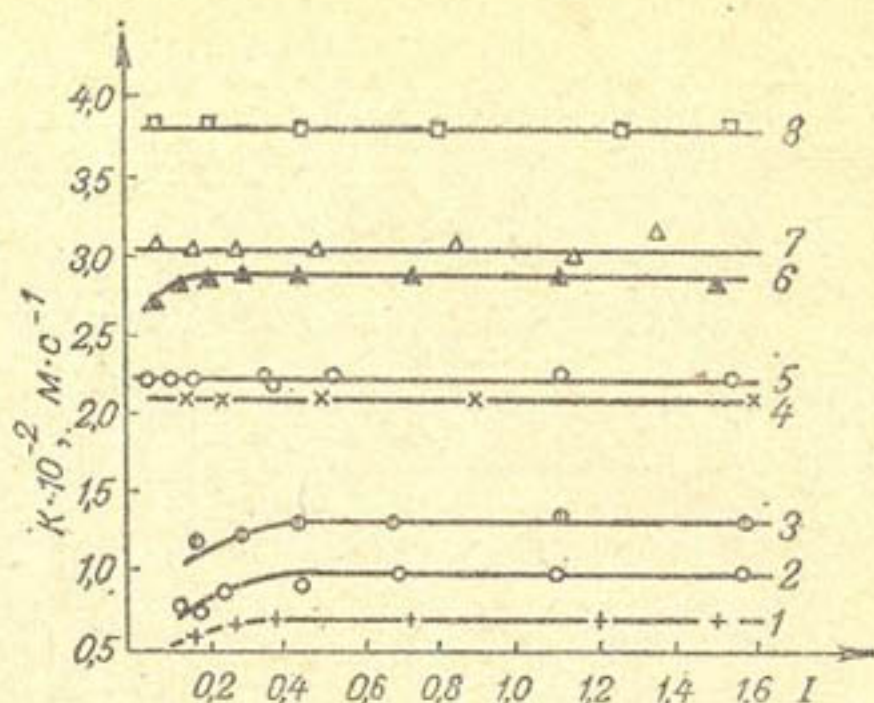
Т а б л и ц а 5

Классификация соединений по типу H -связей [101]

Класс соединений	Молекула содержит		Примеры
	протоно-донорные группы	электроно-донорные группы	
A	Да	Нет	Хлороформ
B	Нет	Да	Ацетон
AB	Да	»	Вода, спирты
N	Нет	Нет	Четыреххлористый углерод, толуол

Рис. 23. Влияние H -связей на характер течения жидкостей в капиллярах:

1 — ацетон + вода; 2 — спирт этиловый; 3 — вода; 4 — толуол; 5 — четыреххлористый углерод; 6 — ацетон + хлороформ; 7 — хлороформ; 8 — ацетон



смешивании жидкостей классов A и B H -связи образуются (табл. 6); при смешении жидкостей классов AB и B происходит разрыв и образование H -связей.

Т а б л и ц а 6

Влияние растворения на изменение в H -связи [101]

Класс смешиваемых соединений	Изменение в H -связи при растворении	Примеры
$A + B$	Только образование	Ацетон + хлороформ
$AB + B$	Разрыв и образование ¹	Вода + ацетон

¹ Отношение числа H -связей между ацетоном и водой к числу H -связей, имеющихся в воде, составляет примерно $0,2 \div 0,3$.

Плотность смесей ацетон + хлороформ и вода + ацетон определялась денсиметром (ГОСТ 1300—57) с точностью ± 1 кг/м³, вязкость смесей — на вискозиметре Оствальда, предварительно прокалиброванном водой, с точностью $\pm 4 \cdot 10^{-6}$ Н · с/м². Найденные значения вязкости и плотности смесей представлены в табл. 7.

На рис. 23 представлены экспериментальные зависимости $K(l)$ для различных жидкостей, где K — коэффициент фильтрации, определяемый отношением $K = \frac{V}{l}$.

Полученные результаты говорят о том, что нелинейные фильтрационные эффекты имеют место лишь в случае ассоциированных жидкостей и их смесей с межмолекулярными водородными связями.

Т а б л и ц а 7

Вязкость и плотность смесей

Смесь	T, K	Вязкость, $\text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2 \cdot 10^{-3}$	Плотность, $\text{кг} / \text{м}^3 \cdot 10^3$
Ацетон + вода	283	2	0,95
(50% + 50% по объему)	293	1,620	0,948
Хлороформ + ацетон	283	0,675	1,209
(50% + 50% по объему)	293	0,623	1,195

Неассоциированные жидкости и смеси (классы A , B , N , $B + B$, $A + A$, $N + N$, $A + N$, $B + N$), у которых H -связи отсутствуют, подчиняются линейному закону течения.

В связи с этими фактами было определено значение теплоты G связи, обуславливающее комплексообразование, и вследствие этого изменение реологических свойств жидкостей; найденная величина была сопоставлена с энергией водородной связи [15].

Средняя теплота G связи оказалась равной: для H_2O — 27, для $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ — 24.

Полученные величины теплоты связи, по-видимому, могут быть интерпретированы как результат разрыва двух водородных связей, имеющих энергию 13,5 МДж/кмоль для H_2O и одной водородной связи с энергией 24 МДж/кмоль в случае $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$.

Существованием межмолекулярных водородных связей, обуславливающих высокую степень ближнего порядка, могут быть объяснены многие свойства жидкостей.

Например, установлено [101], что необычно большая величина диэлектрической постоянной ϵ и ее температурные изменения связаны с изменением относительного содержания трех типов структур в воде, образуемых водородными связями. Влияние водородной связи проявляется также в повышении вязкости η у спиртов, кислот, воды и др. Некоторые авторы [80] использовали для исследования водородных связей температурную зависимость поверхностного натяжения σ .

В работе [15] показано, что методы расчета энергии связи по температурной зависимости $\epsilon(T)$, $\eta(T)$, $\sigma(T)$ дают одинаковые численные результаты с данными, полученными фильтрационным методом.

3. О РЕОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ

Реологическая модель тиксотропных структурированных жидкостей. Материалы предыдущего раздела позволяют все ассоциированные жидкости, в том числе почвенную влагу, рассматривать как тиксотропные системы¹ [93, 106] с эффективной вязкостью

$$\eta(\tau) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

где τ — напряжение сдвига;

$\dot{\gamma}$ — скорость деформации.

Эффективная вязкость является итоговой характеристикой, описывающей равновесное состояние между процессами разрушения и восстановления структуры в установившемся потоке. В пределе эффективная вязкость переходит в наибольшую ньютоновскую постоянную вязкость η_0 (рис. 24, в), что соответствует практически неразрушенной структуре. При практически предельном разрушении структуры в области больших напряжений сдвига (при условии сохранения ламинарного потока) эффективная вязкость переходит в наименьшую ньютоновскую вязкость η_∞ .

Помимо констант η_0 и η_∞ , структурно-механические свойства систем, представленных на рис. 24, характеризуются следующими независимыми константами:

предельным напряжением сдвига (условная граница практически неразрушенной структуры) — τ_0 ;

условной границей практически разрушенной структуры — $\tau_{кр}$.

Модули упругости сдвига (рис. 24, б):

1) условно-мгновенный

$$G_1 = \frac{\tau}{\varepsilon_0};$$

2) эластический

$$G_2 = \frac{\tau}{\varepsilon_3 - \varepsilon_0};$$

3) равновесный

$$G = \frac{\tau}{\varepsilon_3} = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2}.$$

¹ Такой подход при решении задач нелинейной фильтрации использовали Н. С. Нерпина и С. В. Нерпин [146, 89].

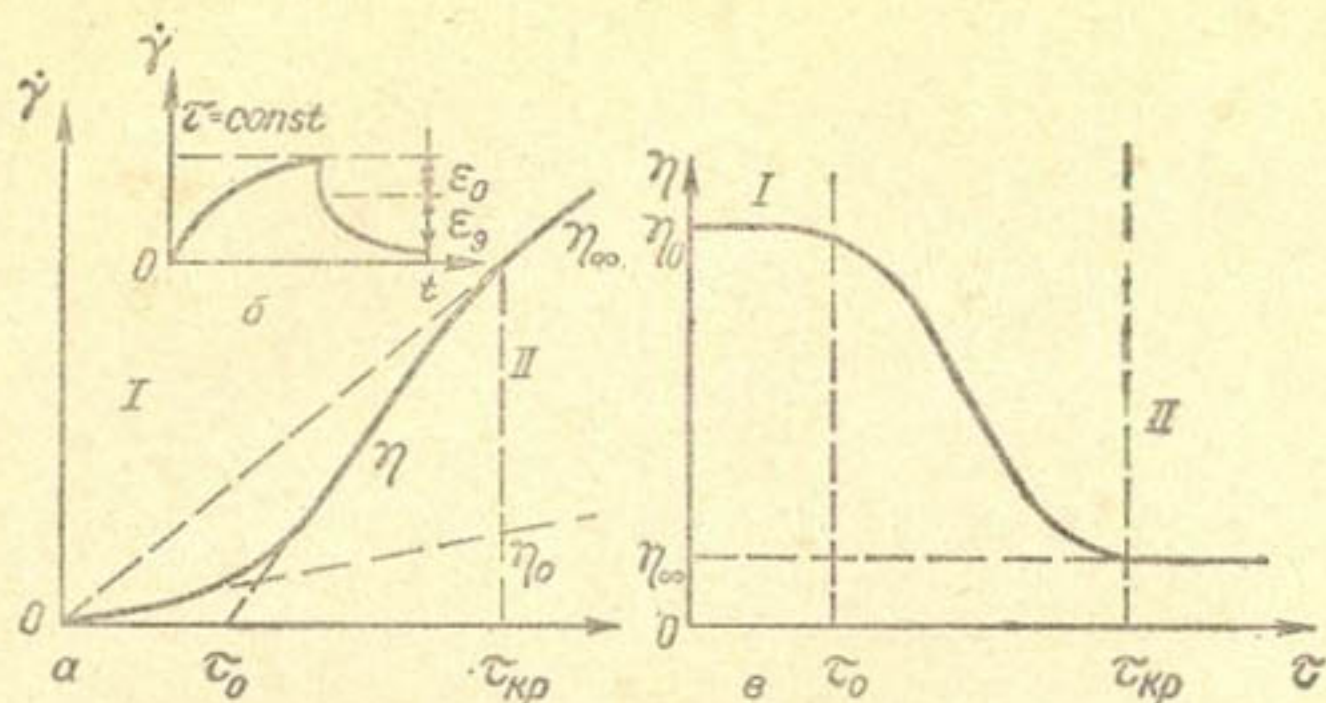


Рис. 24. Реологическая кривая (а) и эффективная вязкость (б) структурированных жидкостей:

$\eta(\tau)$ — эффективная переменная вязкость, убывающая с ростом скорости сдвига $\dot{\gamma}$; η_0 — наибольшая предельная ньютоновская вязкость, т. е. условно-постоянная вязкость практически неразрушенной структуры; η_∞ — наименьшая постоянная ньютоновская вязкость практически предельно разрушенной структуры; τ_0 — предельное напряжение сдвига (граница прочности); $\tau_{кр}$ — условная граница предельного разрушения структуры; I — область наибольшей ньютоновской вязкости (неразрушенная структура); II — область наименьшей ньютоновской вязкости (предельно разрушенная структура); б — схема к определению модулей упругости сдвига

При помощи этих величин можно найти периоды релаксации:

$$\theta_0 = \frac{\eta_0}{G} \text{ и } \theta_\infty = \frac{\eta_\infty}{G}.$$

Под релаксацией здесь понимается процесс перехода от неравновесного состояния к равновесному. Если время действия силы $t \geq \theta$, тело ведет себя как жидкость, при $t \ll \theta$ тело ведет себя как твердое.

Для эффективной вязкости $\eta(\tau)$ справедливы следующие зависимости [93]:

$$\eta(\tau) = \begin{cases} \eta_0, & 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) \frac{Y}{1 + \left(\frac{\eta_0}{\eta_\infty} - 1\right)(1 - Y)}, & \tau_0 < \tau < \tau_{кр} \\ \eta_\infty, & \tau > \tau_{кр}, \end{cases}$$

где Y — степень тиксотропии $\left(Y = \frac{1}{1 + \left(\frac{\tau}{A}\right)^2}\right)$;

A — параметр, подбираемый по экспериментальной кривой эффективной вязкости.

Применительно к трехслойной модели воды вблизи твердых поверхностей (глава II) предполагаемый вид кривых $\eta(\tau)$ представлен на рис. 25.

В настоящее время нет достаточно надежных методов определения всех параметров рассмотренной модели для воды. В частности, нет надежных экспериментальных данных для чистых ассоциированных жидкостей о величинах η_0 , $\tau_{кр}$, θ .

Методы экспериментального определения параметров τ_0 описаны ниже.

Экспериментальное определение предельного напряжения сдвига τ_0 объемной жидкости. Исследование жидкостей проводилось на приборах и по методике, описание которых дано в работе [15].

Применялись различные свежетынутые стеклянные и кварцевые капилляры, радиус которых r изменялся от $0,51 \cdot 10^{-4}$ до $2,65 \cdot 10^{-4}$ м, а длина l от $5 \cdot 10^{-2}$ до $60 \cdot 10^{-2}$ м. Диаметр капилляров выбирался из условий малости влияния граничных фаз и конвективного перемешивания (см. предыдущий раздел).

В опытах использовалась дважды дистиллированная вода высокой чистоты, полученная на редистилляторе типа Ре-5. Вода более высокой чистоты получалась путем перегонки дважды дистиллированной воды в вакууме без кипения в конденсатор из кварцевого стекла. Фильтрационный прибор заполнялся водой непосредственно из конденсатора.

На рис. 26 в качестве примера приведены опытные значения скорости фильтрации для кварцевых и стеклянных капилляров.

Сплошными линиями на рис. 26 нанесены прямые вида

$$v = a + bI, \quad (39)$$

где параметры a и b определялись по методу наименьших квадратов [15].

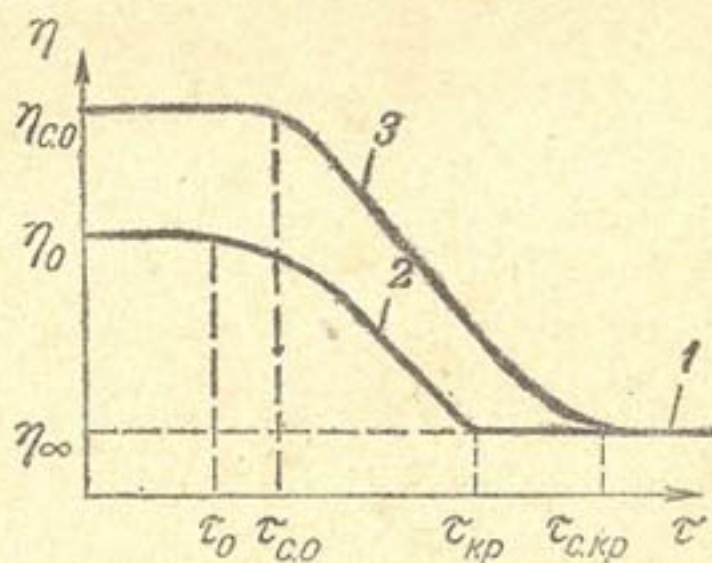


Рис. 25. Схематическая зависимость эффективной вязкости от напряжения сдвига для трехслойной модели:

1 — подплавленный слой; 2 — объемная жидкость; 3 — сольватный слой

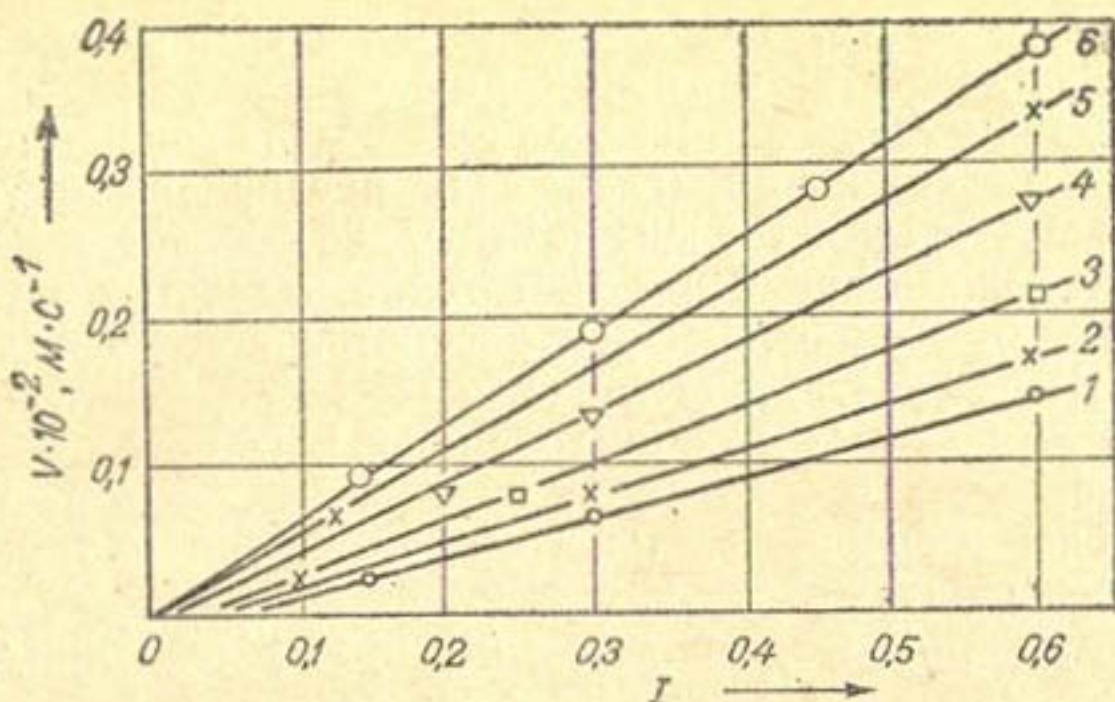


Рис. 26. Зависимость скорости v от градиента напора I при различных температурах:

1 — 288 К; 2 — 293 К; 3 — 303 К; 4 — 313 К; 5 — 323 К;
6 — 328 К

В случае $a < 0$ (в общем случае $a \leq 0$) экспериментальные прямые отсекают на оси абсцисс участки, которые интерпретировались как $i_0 = \frac{4}{3} I_0$ (см. следующий раздел). Эти значения I_0 использовались для оценки величины предельного напряжения сдвига τ_0 из выражения:

$$\tau_0 = \frac{r\rho g I_0}{2}. \quad (40)$$

Вычисленные по формуле (40) значения τ_0 для воды показаны в табл. 8.

С целью проверки влияния содержания электролитов в водном растворе на ход фильтрации и величину предельного напряжения сдвига была проведена серия опытов по фильтрации водных растворов KCl с содержанием электролита 0,01 н., 0,1 н. и 1 н. через кварцевый капилляр $r = 1,98 \cdot 10^{-4}$ м при температуре 293 К.

Результаты опытов (табл. 8) показывают, что величина τ_0 (средняя из трех опытов) с увеличением концентрации KCl практически не изменилась¹.

¹ Этот результат находится в соответствии со спектральными наблюдениями (раздел 4 главы IV): в растворах KCl нами не обнаружено ни «стабилизации», ни «разрушения» структуры воды.

Т а б л и ц а 8

**Предельное напряжение сдвига воды
при различных температурах**

Радиус капилляра, $r \cdot 10^{-6}$ м (марка стекла)	Предельное напряжение сдвига воды τ_0 , Н/м ² · 10 ⁻³				
	288 К	293 К	303 К	313 К	323 К
51 (стекло № 16)	11,5	9,6	8,0	3,5	1,0
103,5 (кварц-стекло)	—	7,6	6,4	4,9	—
265 (стекло № 16)	—	7,0	4,0	3,2	—
94 (кварц-стекло)	—	8,6	2,6	—	—
165 (кварц-стекло)	—	8,9	6,9	6,0	1,6
Среднее	11,5	8,1	5,6	4,4	1,3

Концентрация электролита

	τ_0 , Н/м ² · 10 ⁻³
Дважды дистиллированная вода	9,5
0,01 н.	9,25
0,1 н.	9,4
1 н.	9,5

В наших опытах при температуре воды около 333,15 К величина τ_0 близка к нулю¹.

Интересно отметить, что характер температурной зависимости $\tau_0(T)$ для воды (рис. 27), полученный в наших опытах, совпадает с характером температурной зависимости ассоциации воды [15] и изменением интенсивности полосы ассоциатов в инфракрасном (ИК) спектре и спектре комбинационного рассеяния (КР). Так, в ИК-спектре растворов бензилового спирта в CCl_4 при температуре 284,15 К наиболее интенсивна полоса поглощения, которая принадлежит ОН-группам, участвующим в Н-связи. С повышением температуры максимум постепенно смещается в сторону более высоких частот, и при температуре 335,15 К в спектрах доминирует полоса, принадлежащая к ОН-группам мономерных молекул.

¹ В опытах А. Г. Ковалева и А. Ш. Асадова [61] величина предельного напряжения сдвига углеводородных жидкостей и их смесей уменьшается с повышением температуры и обращается в нуль также при 333,15 К.

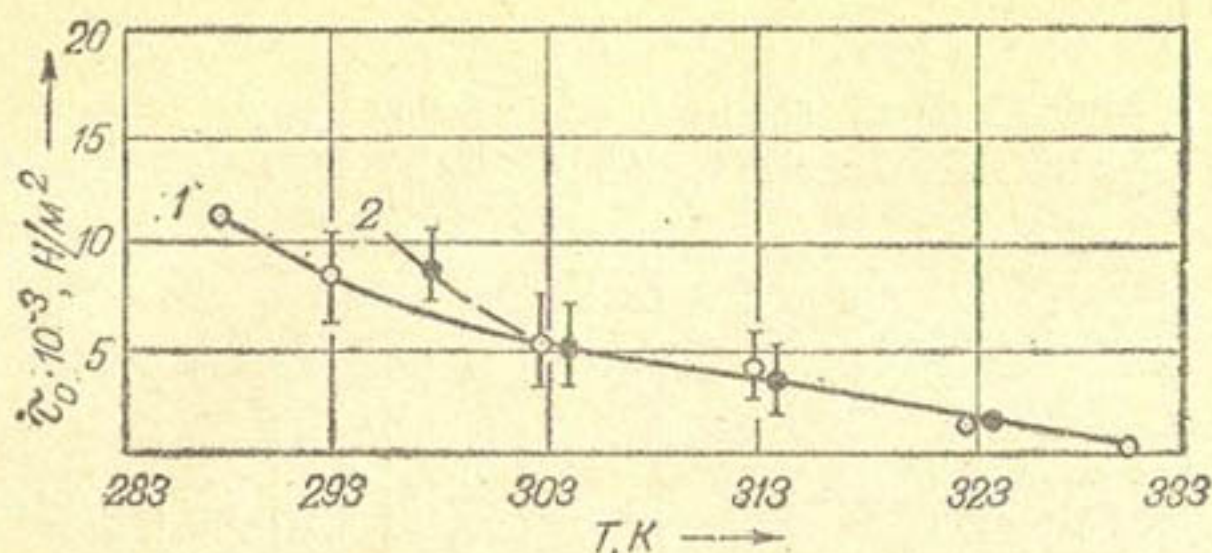


Рис. 27. Температурная зависимость предельного напряжения сдвига τ_0 :

1 — вода; 2 — спирт этиловый

В табл. 3 представлены вычисленные значения τ_0 для порового раствора по материалам фильтрационных исследований некоторых почв Ленинградской области и Карельской АССР.

Величина τ_0 находилась по формуле:

$$\tau_0 = \alpha \rho g \frac{m}{\Omega} I_0. \quad (41)$$

Формула (41) получена из (40); вместо $\frac{r}{2}$ введен гидравлический радиус

$$R = \frac{m}{\Omega},$$

где m — пористость;

Ω — удельная поверхность.

В формулу (41) введен также коэффициент извилистости α : $\alpha = 2,5$ для суглинка и супеси, $\alpha = 2,3$ — для глины.

Подчеркнем, что I_0 здесь не действительный начальный градиент напора в том смысле, что при $I \leq I_0$, $V = 0$, а параметр, совпадающий в уравнении (39) с a .

Сравнивая табл. 3 и 8, легко заметить, что численные значения τ_0 , определяемые из опытов по фильтрации в пористых средах, более чем на порядок ниже значений τ_0 , найденных из опытов с единичными цилиндрическими капиллярами.

По опытным данным Новака [147] величина предельного напряжения сдвига на порядок (и более) меньше найденного здесь значения τ_0 . Причины такого несовпа-

дения экспериментальных результатов по оценке величины τ_0 будут обсуждены в разделе 4 настоящей главы.

А. С. Горшков по результатам опытов о движении стеклянного поплавка из состояния неустойчивого равновесия под действием градиента температуры делает вывод об отсутствии предельного напряжения сдвига у жидкой воды [37]. В этих опытах условие малости влияния конвекции не проверялось. Полученные результаты поэтому не могут быть использованы для определения вязкости воды неразрушенной структуры η_0 и величины предельного напряжения сдвига τ_0 (см. рис. 24), так как конвективное перемешивание воды может приводить к разрушению ее равновесной надмолекулярной структуры.

Экспериментальное определение предельного напряжения сдвига сольватного слоя τ_{0c} . Возможным способом оценки величины предельного напряжения сдвига сольватного слоя τ_{0c} является исследование коэффициента напорной фильтрации при высоких градиентах напора. Опыты проводились с керамическими фильтрами, диаметр которых равнялся $3 \cdot 10^{-2}$ м, а толщина $0,5 \cdot 10^{-2}$ м. Экспериментально полученные значения коэффициента фильтрации воды в интервале градиентов напора от 600 до 12 000 при температуре 283 и 293 К показаны на рис. 28.

Для расчетов принята модель, составленная из цилиндрических капилляров одинакового диаметра с по-

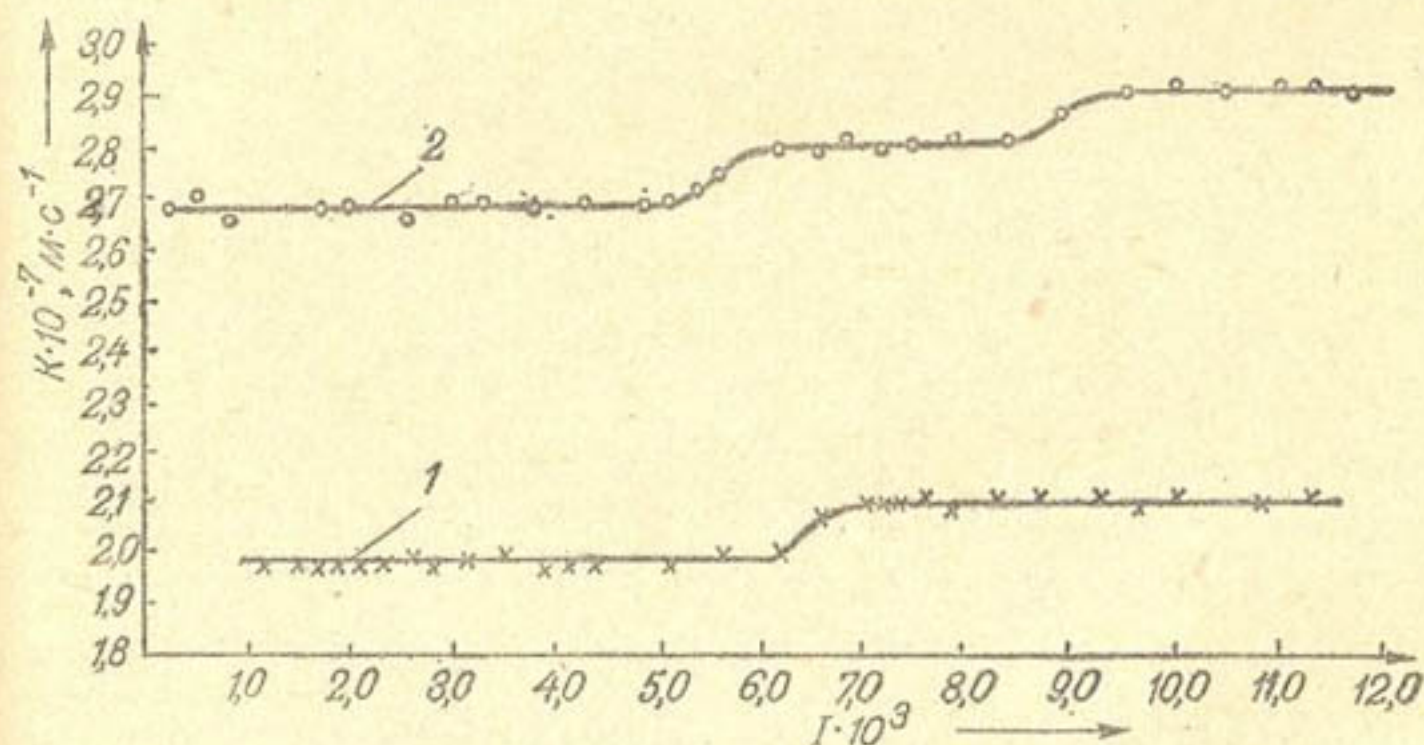


Рис. 28. Зависимость коэффициента фильтрации от градиента напора для керамической диафрагмы:

1 — при 283 К; 2 — при 293 К

стоянным по длине сечением. Тогда по экспериментально найденным значениям коэффициента фильтрации при достаточно высоких градиентах напора радиус капилляра модели можно найти из выражения:

$$K = \frac{r^2 \rho g}{8\eta},$$

откуда

$$r = \sqrt[4]{\frac{K 8\eta}{\rho g}}.$$

Используя табличные значения для ρ , g и η при температурах 283 и 293 К, найдем $r_1 = 4,6 \cdot 10^{-7}$ м; $r_2 = 4,68 \cdot 10^{-7}$ м; $r_{\text{ср}} = (4,64 \pm 0,04) \cdot 10^{-7}$ м.

Величину предельного напряжения сдвига найдем из выражений:

$$\tau_{0c}^{(1)} = \frac{(r \rho g l^*)_{10}}{2} = 13,8 \text{ Н/м}^2;$$

$$\tau_{0c}^{(2)} = \frac{(r \rho g l^*)_{20}}{2} = 12,1 \text{ Н/м}^2;$$

$$\tau_{0c}^{(\text{ср})} = 13 \pm 0,8 \text{ Н/м}^2.$$

Оценим толщину граничной фазы по увеличению расхода при вовлечении неподвижных ранее слоев.

Если в первом приближении принять, что вязкости объемной жидкости и граничной фазы равны, то

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{r_{\text{гр}}^4}{r^4},$$

где Q_1 — расход объемной жидкости;

Q — расход жидкости с подвижными граничными слоями;

$r_{\text{гр}}$ — радиус капилляра, отсчитываемый от оси капилляра до неподвижной граничной фазы ($r = r_{\text{гр}} + \delta$, где δ — толщина граничной фазы).

В наших опытах $\left(\frac{Q}{Q_1}\right)_1 = 1,06$, $(r_{\text{гр}})_1 = r_1 \sqrt[4]{1,06} = 4,66 \cdot 10^{-7}$ м, откуда $\delta_1 = 6 \cdot 10^{-9}$ м, т. е. $\delta_1 = 20$ молекулярных слоев; $\left(\frac{Q}{Q_1}\right)_2 = 1,082$ и $(r_{\text{гр}})_2 = r_2 \sqrt[4]{1,082} = 4,775 \cdot 10^{-7}$ м, откуда $\delta_2 = 9,5 \cdot 10^{-9}$ м, т. е. $\delta_2 = 31$ молекулярный слой.

Средняя толщина граничной фазы составляет примерно 25 молекулярных слоев. Аналогичный результат

($\delta = 8 \cdot 10^{-9}$ м) получен В. Д. Соболевым [118] при исследовании движения влаги в микрокапиллярах.

Второй скачок коэффициента фильтрации по величине при $I = 8500$ и температуре 293 К можно было бы объяснить вовлечением в движение граничных слоев в порах другого по порядку размера. Тогда такой скачок должен был бы проявиться и при температуре 283 К.

Возможным объяснением отсутствия второго скачка при температуре 283 К в наших опытах является то обстоятельство, что он лежит в области более высоких, чем 11 000 градиентов напора.

Значение $\tau_{0c} = 13$ Н/м² совпадает по порядку величины с оценкой, найденной другими методами [15].

4. УСЛОВИЯ СТРОГОЙ ПРИМЕНИМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ЗАКОНОВ ФИЛЬТРАЦИИ

Область применимости линейных законов фильтрации. Рассмотрим следующие возможные случаи сдвиговых деформаций (см. рис. 25).

1. Плоскость скольжения в сольватном слое. Тогда зависимость между деформациями γ и напряжениями τ линейна при $\tau < \tau_{0c}$ и $\tau > \tau_{c,кр}$.

2. Плоскость скольжения в объеме. Как и в предыдущем случае зависимость $\gamma(\tau)$ строго линейна при $\tau < \tau_0$ и $\tau > \tau_{кр}$.

3. Плоскость скольжения в «подплавленном» слое. Зависимость $\gamma(\tau)$ строго линейна при всех τ (если при этом область возмущения не выходит за пределы слоя и сохраняется ламинарный режим).

Из этого анализа следует, что наиболее распространенный случай фильтрации, когда плоскость скольжения лежит в объеме, подчиняется линейному закону Дарси при: 1) $I < I_0$, где I — действующий градиент напора, I_0 — «начальный» градиент напора (под I_0 здесь понимают не значения I , при которых течение отсутствует вовсе, а такие I , при которых потоком жидкости с вязкостью η_0 пренебрегают); 2) $I > I_0$ (обычно $I > 2I_0$); 3) периодически меняющемся градиенте напора; 4) течении через фильтры с периодически меняющимся сечением (если период колебаний напора и период переходных процессов одного порядка с периодом релаксации структуры жидкости).

Для оценки роли релаксационных процессов С. В. Нерпиным [89] было сделано сравнение величин потоков,

проходящих через фильтр, состоящий из двух последовательно соединенных фрагментов разного сечения для двух предельных случаев. В одном случае делается предположение о том, что время релаксации структуры очень мало по сравнению со временем протекания жидкости через систему; во-втором, наоборот, что время релаксации очень велико по сравнению с этим периодом.

Расчеты показали, что разница в величине потока в этих случаях (в зависимости от отношения действительного градиента напора I к начальному градиенту I_0) меняется и, например, при отношении $I/I_0 = 1,5$ поток во втором предельном случае превышает в 2,5 раза поток при первом предельном случае.

Отмеченные здесь условия строгой применимости закона Дарси (см. также другие факторы, отмеченные в разделах 1—3 настоящей главы) не были учтены при интерпретации экспериментальных результатов Олсена [148], Чайлдса и Цимаса [140], а также Новака [147].

Влияние примесей на структуру воды и ее течение. Прямым методом исследования влияния электролитов или органических жидкостей на водородные связи растворителя может служить инфракрасная спектроскопия.

Хорошо известно, что водородная связь в воде наилучшим образом проявляется в области $3,2 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$, где лежит полоса валентных колебаний ОН-групп воды, вступающих в водородную связь.

Однако в этой области полоса водородной связи очень широкая, что не позволяет следить за ее изменением, вызванным взаимодействием растворенных веществ с молекулами воды; кроме того, в этой области вода обладает сильным поглощением, так что приходится работать с очень тонкими слоями, что также связано с определенными экспериментальными трудностями. Оказалось удобнее работать в области обертонов.

Инфракрасные спектры снимались [15] на двухлучевом инфракрасном спектрометре ИКС-14А с призмой Ф-1, в кювете из фтористого кальция, толщина слоя 10^{-4} м. Были изучены ИК-спектры (обертоны $\nu_a \approx 5,2 \times 10^5 \text{ м}^{-1}$ и $\nu_b \approx 6,9 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$) водных растворов ряда электролитов (AlCl_3 , KCl , MgSO_4 , NaCl , NaClO_4) и неэлектролитов (метиловый и изобутиловый спирты, мочеви́на, ацетон и глицерин) в широком интервале концентраций (до 10 М).

Установлено, что по своему влиянию на ИК-спектр воды изученные вещества распадаются на следующие две группы (табл. 9).

1. Все сильные электролиты, а также муравьиная кислота при достаточно низких и умеренных концентрациях сдвигают оба исследованных обертона (ν_a и ν_b) в сторону более высоких частот (в растворах KCl смещения положения полос водородной связи воды не обнаружено).

2. Все перечисленные выше неэлектролиты (кроме муравьиной кислоты) сдвигают ν_a и ν_b в сторону более низких частот.

Аналогичные изменения в оберточной части спектра воды и в области валентных колебаний были известны и ранее. Имеются различные попытки интерпретации указанных фактов. Например, появление в ИК-спектрах растворов мочевины нового максимума $5,12 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$ (в чистой воде $\nu_a = 5,18 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$) объясняют образованием смешанных кластеров вода—мочевина. Однако такое объяснение неудовлетворительно, так как опирается на гипотезу об образовании в растворе специфических молекулярных группировок, что не позволяет понять природу сходных изменений в ИК-спектрах водных растворов неэлектролитов различной химической природы.

Выдвигается другое универсальное объяснение, основанное на учете структуры воды и водных растворов в рамках двухструктурной модели воды. На основе этой модели было показано [23, 24], что ионы в растворах не слишком высоких концентраций сдвигают структурное равновесие в сторону накопления разупорядоченной структуры («разрушают» структуру воды).

Выясним, к каким последствиям для ИК-спектров растворов электролитов приводят указанные изменения в структуре раствора. Ясно, что обогащение раствора разупорядоченной структурой с более слабыми водородными связями должно вызвать общий сдвиг максимума полосы поглощения валентных колебаний и ее обертонов в сторону более высоких частот¹. Это и наблюдалось в наших опытах.

В случае неэлектролитов наблюдаемые изменения в спектрах указывают на обогащение растворов более

¹ В системах с водородной связью максимум полосы поглощения группы ОН смещен (на $2 \cdot 10^4 \div 5 \cdot 10^4 \text{ м}^{-1}$) в сторону более низких частот по сравнению с газовой фазой, где, разумеется, водородные связи отсутствуют.

Таблица 9

Смещение частот $\Delta\nu$ (по отношению к полюсу H_2O) в водных растворах в области обертонов
 $\nu_a \approx 5,2 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$ и $\nu_b \approx 6,9 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$

Смещение ($-\Delta\nu_a \cdot 10^2$) в сторону низких частот, м^{-1}				0		Смещение ($+\Delta\nu_a \cdot 10^2$) в сторону высоких частот, м^{-1}			
105	75	50	25			25	30		
Мочевина (10 М)	AlCl_3 (3 М)	Изобутиловый спирт	Метиловый спирт	H_2O (KCl, глицерин)		Муравьиная кислота, NaCl (3,3 М)	NaClO_4 (0,1—0,9 М); ацетон (40%)		
Смещение ($-\Delta\nu_b \cdot 10^2$) в сторону низких частот, м^{-1}				0		Смещение ($+\Delta\nu_b \cdot 10^2$) в сторону высоких частот, м^{-1}			
155	85	25			25	50	75	100	155
Мочевина (10 М)	AlCl_3 (3 М)	Спирты метиловый и изобутиловый, глицерин	H_2O (KCl, CaCl_2)		AlCl_3 (0,1 М)	Ацетон (40%)	NaCl (0,1—3,3 М)	Муравьиная кислота	NaClO_4 (0,1—3,0 М)

прочными водородными связями. С позиций двухструктурной модели это обстоятельство можно интерпретировать как результат сдвига структурного равновесия в сторону льдоподобной структуры («стабилизация» структуры воды). Отметим, что стабилизирующее действие спиртов на структуру воды отмечалось ранее многими исследователями. Стабилизация структуры воды в водных растворах мочевины отмечалась в ряде работ. Однако другие авторы считают, что мочевина разрушает структуру воды.

Наши опыты подтверждают первую точку зрения. Этот вывод находится в согласии с выполненными теоретическими анализами структуры водных растворов неэлектролитов в рамках обобщенной двухструктурной модели.

Оказалось, что молекулам неэлектролита независимо от их химической природы выгоднее внедряться в полости льдоподобной структуры, нежели образовывать растворы замещения в разупорядоченной структуре. Отсюда прямо следует, что структурное равновесие в растворах неэлектролитов должно сдвигаться в сторону льдоподобной структуры. Анализ данных по плотности разбавленных растворов ряда неэлектролитов подтвердил, что большинство неэлектролитов, в том числе метиловый спирт, мочевина, сахароза и глицерин, действительно стабилизируют структуру воды. Этот вывод находится в полном соответствии с нашими спектральными наблюдениями.

Полученные здесь материалы позволяют объяснить практически полное исчезновение нелинейных фильтрационных эффектов в опытах Энгельгардта и Танна [15] с увеличением концентрации раствора NaCl от 0 до 1,83 н. (как следует из наших опытов с увеличением концентрации NaCl структура воды «разрушается»). Неизменяющийся характер течения и постоянство величины τ_0 с изменением концентрации KCl от 10^{-2} до 1 н. можно также объяснить представленными здесь данными: в растворах KCl смещения полос водородной связи воды (а следовательно, ни «разрушения», ни «стабилизации») не обнаружено.

Влияние температуры на структуру воды и ее течение. Выше (см. рис. 27) было показано, что с увеличением температуры до значений 338 К величина $\tau_0 \rightarrow 0$ и нелинейные фильтрационные эффекты исчезают. Аналогичный

результат был получен в экспериментах В. Д. Соболева [118], в которых вязкость в микрокапиллярах не отличается от табличных значений при температуре 338—343 К.

Влияние замораживания и оттаивания воды на ее вязкие свойства исследовалось в работе [91]. Вязкость измерялась на вискозиметре Геплера; время падения шарика отсчитывалось по секундомеру с точностью до 0,1 с, температура воды измерялась с точностью до 0,1°C.

Измерения показали, что вязкость талой воды увеличилась на 10% при температуре, близкой к 273 К, и до 15% при температуре 323 К по сравнению с контрольной водой, не подвергавшейся замораживанию. Данный эффект наблюдался в опытах с дистиллированной и водопроводной водой, а также с водой, полученной из естественного льда и снега, и поэтому его нельзя объяснить влиянием примесей. Эффект не зависел и от условий замораживания. Авторы связывают наблюдаемый эффект увеличения вязкости талой воды с существованием в талой воде надмолекулярных структурных образований, размеры которых достигают $2 \cdot 10^{-4}$ м. После фильтрования талой воды через крупнозернистый фильтр (с диаметром пор более $5 \cdot 10^{-4}$ м) эффект не исчезал. Через фильтр со средним диаметром пор 10^{-5} м талая вода не фильтровалась; с повышением перепада давления часть воды фильтровалась, и в такой воде эффект повышения вязкости исчезал, что связывается с разрушением надмолекулярных образований.

Авторы наблюдали также увеличение растворяющей способности талой воды, ее электропроводности и поверхностного натяжения. Эффект повышения вязкости в талой воде исчезал через 3—6 сут при комнатной температуре.

В работе [91] также замечено, что вода, образовавшаяся в естественных условиях, в период таяния снега весной, при толщине ее слоя около 0,1 м практически не фильтруется через пески с диаметром зерен $(1—2) \cdot 10^{-4}$ м.

Зависимость некоторых свойств талой воды от способа ее получения (например, свежерасплавленной из льда) отмечалась и другими исследователями, в том числе по ее действию на различные биологические объекты.

А. Н. Киргинцевым и Л. Н. Епифановым (1967) показано, что кривая политермы поверхностного натяжения воды и водных растворов зависит от предыстории

образца. Из результатов опытов следует, что политерма поверхностного натяжения свежеперегнанной воды носит смешанный, монотонно падающий и одновременно осциллирующий характер с периодом в несколько градусов. В воде, подвергнутой замораживанию и оттаиванию, вообще не обнаруживается этих аномалий. Авторы выяснили, что рН и электропроводность талой воды не отличаются от таковых у свежеперегнанной воды; они приходят к выводу, что указанные явления связаны с перестройкой структуры воды, которая может заключаться в переходе от структуры, характерной для свежеперегнанной воды, к льдоподобной структуре, характерной для талой воды.

В связи с этими фактами нами с Ю. А. Осиповым были проведены исследования рН и электропроводности талой воды. Вначале использовалась методика, предложенная Киргинцевым и Епифановым. Дистиллированная вода в стаканчике замораживалась в холодильнике. Через 15—16 ч стаканчик со льдом извлекался из холодильника и лед плавился в течение 20—30 мин. Полученную талую воду помещали в термостат при 293 К на 15—20 мин; затем измеряли рН и электропроводность. Разность между талой и свежеперегнанной водой в этом случае не обнаруживалась.

При замораживании воды в стаканчиках было установлено, что получающийся лед имеет разную текстуру в верхней и нижней части образца: верхняя часть льда непрозрачная из-за большого количества газовых включений; нижняя часть прозрачная без газовых включений. В дальнейшем измерения электропроводности и рН производились отдельно для талой воды, получаемой с верхней части, и воды, получаемой с нижней части образца льда.

Для этого образец льда предварительно разрезался на две части тонкой вольфрамовой проволокой, прогреваемой электрическим током. Проволока перед употреблением кипятилась в дистиллированной воде. Время от начала таяния до измерения не превышало 50—60 мин.

Было установлено, что в талой воде, полученной из верхней части образца льда, электропроводность возрастала почти в 2 раза по сравнению с исходной водой; одновременно наблюдалось увеличение рН. Для нижней части образца было заметно уменьшение этих величин по сравнению с исходной водой.

Таким образом, талая вода в зависимости от способа ее получения может характеризоваться высоким содержанием растворенных в ней газов.

При фильтрации такой воды через пористые среды, как показано в разделе 1 настоящей главы, происходит выделение растворенных газов и «кольматация» ими порового пространства.

Этот эффект, как и наличие микрокристаллов льда, является одной из причин кажущегося изменения реологических свойств талой воды, наблюдавшегося в работах [15, 91].

Заметим, что при фильтрации при высоких давлениях или через крупнозернистые фильтры эффект повышения вязкости исчезал [91], что естественно связать не только с разрушением надмолекулярных образований, но и с недостатком времени контакта для установления термодинамического равновесия смеси вода—газ и закупорки порового пространства.

В то же время изменение концентрации растворенного газа в свежетапой (как и в «магнитной», «ультразвуковой», «кипяченой» и т. п.) воде приводит к смещению структурного равновесия (см. предыдущий раздел) со всеми вытекающими из этого последствиями, в частности, к изменению растворяющей способности воды. Этот факт при прочих равных условиях может явиться одной из причин аномально высокой биологической активности обработанной физическими полями воды.

Аппроксимирующие модели. Использование понятия об эффективной переменной вязкости, отражающего всю сложность процесса течения жидкостей, представляется исключительно плодотворным, однако при таком подходе возникают существенные математические трудности при решении прикладных задач. Поэтому при исследовании течения жидкостей в капиллярах и пористых средах часто ограничиваются модельным анализом.

В настоящем параграфе будут рассмотрены модельные системы, которые в зависимости от соотношения между скоростью сдвига $\dot{\gamma}$ и напряжением сдвига τ называют: 1) ньютоновыми, 2) неньютоновыми, 3) вязкопластическими¹.

¹ Ряд других одномерных реологических моделей, не рассмотренных здесь, приведены в работе [136].

Ньютоновыми называют жидкости, для которых справедливо следующее реологическое уравнение, связывающее касательное напряжение сдвига и скорость сдвига:

$$\tau = \eta \dot{\gamma}. \quad (42)$$

Зависимость $\tau(\dot{\gamma})$ для ньютоновых жидкостей представляет прямую линию, проходящую через начало координат, при этом вязкость $\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ — единственное реологическое свойство, входящее в реологическое уравнение, остается постоянной.

Жидкости, для которых справедливо реологическое уравнение вида:

$$\tau = K \dot{\gamma}^n, \quad (43)$$

где K и n — константы, получили название **неньютоновых**¹.

Кривая $\tau(\dot{\gamma})$ для неньютоновых жидкостей также проходит через начало координат, но не является прямой линией, поэтому по мере возрастания скорости сдвига вязкость $\tau/\dot{\gamma}$ и дифференциальная вязкость $d\tau/d\dot{\gamma}$ уменьшаются.

Систему, реологическое уравнение состояния которой описывается зависимостью

$$\tau - \tau_0 = \eta^* \dot{\gamma}, \quad (44)$$

где τ_0 — предельное напряжение сдвига;

η^* — пластическая вязкость, называют вязкопластической.

В отечественной литературе такую систему обычно называют телом Шведова—Бингама.

Среду, свойства которой при чистом сдвиге описываются уравнением (44), С. А. Трусов и Н. В. Тябин [121] называют вязкожесткопластической, или бингамовской; при $\tau \leq \tau_0$ такая среда является жесткой, недеформируемой. Вязкопластические материалы, которые при $\tau \leq \tau_0$ обнаруживают упругие свойства (растворы, рас-

¹ В своей монографии М. Рейнер [109] такие жидкости называет обобщенными ньютоновыми; в работе Уилкинсона [123] жидкости с характеристикой вида (43) относятся к псевдопластичным.

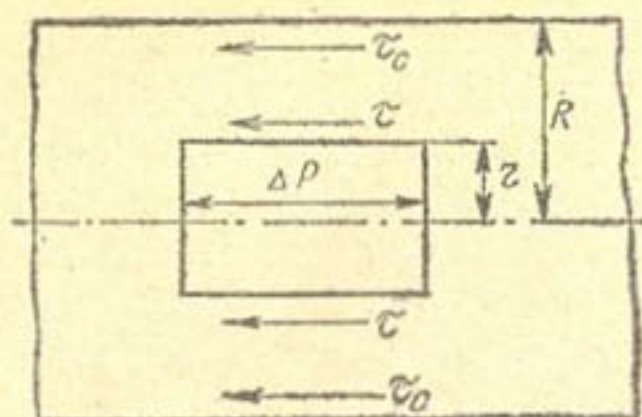


Рис. 29. К выводу уравнений, связывающих расход с функцией напряжения сдвига

плавы и др.), С. А. Трусов и Н. В. Тябин относят к шведовским.

В отличие от (44) уравнение течения таких материалов [121] имеет вид:

$$\tau^2 - \tau_0^2 = \eta \dot{\gamma}. \quad (45)$$

Найдем уравнение, общее для всех трех классов жидкостей, связывающее расход Q с функцией напряжения сдвига $f(\tau)$ [123].

Реологическое уравнение состояния запишем в виде:

$$\dot{\gamma} = f(\tau). \quad (46)$$

Для цилиндрической трубы радиуса r вместо (46) имеем:

$$\frac{dv}{dr} = f(\tau). \quad (47)$$

Рассмотрим равновесие сил, приложенных к элементарному цилиндру радиусом r и длиной l (рис. 29):

$$2\pi r l \tau = \pi r^2 \Delta P$$

или

$$\tau = \frac{r \Delta P}{2l}. \quad (48)$$

Для значений τ на стенке вместо (48) следует записать:

$$\tau_c = \frac{R \Delta P}{2l}, \quad (49)$$

где R — радиус цилиндра.

Сравнивая уравнения (48) и (49), заметим, что

$$\tau = \tau_c \frac{r}{R}. \quad (50)$$

Подставляя в (47), имеем:

$$\frac{dv}{dr} = f\left(\tau_c \frac{r}{R}\right). \quad (51)$$

Интегрирование (51) дает:

$$v(r) = \int_r^R f\left(\tau_c \frac{r}{R}\right) dr, \quad (52)$$

откуда

$$Q = \int_0^R 2\pi r v(r) dr \quad (53)$$

или

$$Q = \pi \int_0^R v(r) d(r^2). \quad (54)$$

Интегрируя (54) по частям и имея в виду, что $V(R) = 0$, найдем:

$$Q = \int_0^R r^2 f\left(\tau_c \frac{r}{R}\right) dr. \quad (55)$$

Подставляя вместо r его значение из (50) в формулу (55), получим:

$$\frac{Q}{\pi R^3} = \frac{1}{\tau_c^3} \int_0^{\tau_c} \tau^2 f(\tau) d\tau. \quad (56)$$

Ньютоновы жидкости. Сравнивая уравнения (42) и (46), напомним:

$$f(\tau) = \frac{\tau}{\eta}. \quad (57)$$

Подставляя (57) в (56) и имея в виду (49), после интегрирования получим уравнение Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta l}, \quad (58)$$

Обозначим:

$$\Delta P = \rho g H; \quad I = \frac{H}{l}, \quad (59)$$

где ρ — плотность жидкости;
 g — ускорение силы тяжести;
 H — гидравлический напор;
 I — градиент напора.

Тогда средняя скорость потока жидкости:

$$v = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{R^2 \rho g}{8\eta} I. \quad (60)$$

Зависимость скорости от действующих сил для ньютоновых жидкостей линейна и проходит через начало координат. Линейная связь между скоростью и действующими силами для ньютоновых жидкостей позволяет при описании процесса переноса массы и энергии в этом случае применять хорошо разработанный аппарат математической физики. Математическая теория движения таких жидкостей достаточно полно развита в работах В. И. Аравина, Н. И. Дружинина, Л. С. Лейбензона, М. Маскета, П. Я. Полубариновой-Кочиной, И. А. Чарного, В. Н. Щелкачева и Б. Б. Лапука [3, 50, 70, 75, 102, 128, 137].

Неньютоновы жидкости. Сравнивая (43) и (46), имеем:

$$f(\tau) = \left(\frac{\tau}{K} \right)^{1/n}. \quad (61)$$

Подстановка (61) в (56) и интегрирование с учетом (49) дают:

$$Q = \frac{n\pi R^3}{3n+1} \left(\frac{R\Delta P}{2lK} \right)^{1/n}. \quad (62)$$

Для ньютоновых жидкостей $n = 1$, $K = \eta$, следовательно, (62) совпадает с (58).

Параметры K и n определяются путем вискозиметрических измерений и анализа кривых консистентности. Как видно из (62), параметр n характеризует степень неньютоновского поведения материала — чем сильнее отличается n от единицы (для неньютоновых жидкостей в классическом понимании таких систем — только в меньшую сторону), тем отчетливей проявляется нелинейность течения; параметр K является мерой консистенции жидкости — чем больше K , тем меньше ее текучесть. У реальных жидкостей эти параметры постоянны лишь в определенном диапазоне скоростей сдвига, что создает дополнительные трудности для описания их течения [123, 136].

С учетом обозначений (59) из формулы (62) получим выражение для средней скорости потока:

$$v = \frac{nR}{3n+1} \left(\frac{R\rho g}{2K} \right)^{1/n} I^{1/n}. \quad (63)$$

Вязкопластические системы. Реологическое уравнение состояния имеет вид:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau - \tau_0}{\eta^*} = f(\tau), \quad \tau > \tau_0, \quad (64)$$

где $f(\tau)$ — прерывная функция: $f(\tau) = 0$, $0 < \tau < \tau_0$;

$$f(\tau) = \frac{\tau - \tau_0}{\eta^*}, \quad \tau_0 < \tau.$$

После подстановки (64) в (56) и интегрирования с учетом (49) получим:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta^*} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{2I\tau_0}{R\Delta P} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{2I\tau_0}{R\Delta P} \right)^4 \right]. \quad (65)$$

Зависимость (65) известна как уравнение Букингема—Рейнера [109].

При $\tau_0 = 0$ уравнение (65) переходит в (58).

Введем обозначение

$$I_0 = \frac{2\tau_0}{\rho g R}. \quad (66)$$

Тогда с учетом (59) из (65) для средней скорости потока получим¹:

$$\bar{v} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{R^2 \rho g}{8\eta^*} I \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{I_0}{I} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{I_0}{I} \right)^4 \right]. \quad (67)$$

Течение системы, подчиняющейся зависимости (67), начинается лишь при градиентах напора $I > I_0$.

Уравнение (44) сравнительно просто решается для ряда задач, в том числе имеющих практическое значение. Обзор таких работ приводится М. П. Воларовичем [27, 28].

Ряд практических задач течения глинистых растворов по трубам и желобам, истечения из отверстий, обтекания твердого тела приведен в монографии [135].

Вопросы ламинарного и турбулентного течения в круглых трубах, теплообмен и перемешивание вязкопластических систем рассмотрены в монографии [123]. Критерии подобия при движении вязкопластических жидкостей рассмотрены, в частности, в работе [135].

Для более сложных задач дифференциальные уравнения течения вязкопластического тела необходимо запи-

¹ М. А. Саттаров [115] показал, что формула (67) следует как из капиллярной модели при $\tau_0 = \text{const}$, так и из щелевой модели, когда τ_0 представлено некоторой функцией точки микропорового пространства; см. также [143].

сывать в более общем виде по А. А. Ильюшину [58], обобщившему гипотезу Шведова—Бингама, предложенную для случая чистого сдвига. В работе [40] показано, что система уравнений Ильюшина и Генки выражает свойства такой же вязкопластичной системы, как и уравнение (44).

Ряд практических задач применительно к глинистым растворам на основе решения дифференциальных уравнений Генки—Ильюшина дан в монографиях [80, 81].

В монографии П. М. Огибалова и А. Х. Мирзаджанзаде [94] даны методы решения нестационарных задач вязкопластичности, точные и приближенные решения одномерных нестационарных задач, главным образом применительно к нефтепромысловой механике.

Реология полимерных материалов подробно излагается в монографии А. Лоджа [71]. Особая заслуга в развитии теоретической и экспериментальной реологии дисперсных систем принадлежит П. А. Ребиндеру, М. П. Воларовичу, А. Х. Мирзаджанзаде, М. Рейнеру [27, 81, 93, 94, 106, 109].

Нелинейная фильтрация в однородной пористой среде. Если пористую среду моделировать системой непересекающихся цилиндрических или плоских капилляров одинакового размера с плотностью m , то для скорости потока вместо (67) можно написать следующие выражения:

$$v = K_0^u I \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{I_0}{I} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{I_0}{I} \right)^4 \right] \quad (68)$$

и

$$v = K_0^n I \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{I_0}{I} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{I_0}{I} \right)^3 \right], \quad (69)$$

где

$$K_0^u = \frac{mr^2 \rho g}{8\eta} \quad \text{и} \quad K_0^n = \frac{m \rho g H^2}{3\eta}. \quad (70)$$

Коэффициент фильтрации K_0 для реальных пористых сред определяется экспериментально при достаточно высоких градиентах напора I , при которых коэффициент фильтрации сохраняет постоянное значение.

Для $I > 2I_0$ зависимости (68) и (69) можно аппроксимировать выражением:

$$v = K_0 (I - nI_0), \quad (71)$$

где n равно $4/3$ и $3/2$ для модели цилиндрических и плоских капилляров соответственно.

Для $\frac{I - I_0}{I_0} \ll 1$ уравнения (68) и (69) аппроксимируются [40] зависимостью:

$$v = K (I - I_0)^2, \quad (72)$$

где K — параметр кривой.

Обобщенный закон Дарси для одномерного случая можно записать в следующем виде:

$$v = K(I) I. \quad (73)$$

В такой записи уравнение (73) отличается от закона Дарси тем, что вместо постоянного значения коэффициента фильтрации K_0 здесь используется коэффициент K , зависящий от градиента напора. Вид зависимости $K(I)$ определяется как геометрией порового пространства, так и реологическими свойствами жидкости.

В частности, для систем, описываемых уравнениями (68) и (69), зависимость $K(I)$ будет иметь вид:

$$K(I) = K_0 \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{I_0}{I} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{I_0}{I} \right)^4 \right], \quad (74)$$

$$K(I) = K_0 \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{I_0}{I} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{I_0}{I} \right)^3 \right]. \quad (75)$$

5. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ДРЕНАЖА. О КЛАССИФИКАЦИИ ПОЧВ ЗОНЫ ИЗБЫТОЧНОГО УВЛАЖНЕНИЯ

Горизонтальный систематический дренаж в однородном грунте. Определение расстояния между дренами при инфильтрационном питании и стационарном режиме потока ведется исходя из равенства объемов воды, отводимой дренажем и поступающей в виде «расчетного дождя» с интенсивностью инфильтрации осадков p (схема Ротэ). Расчетная схема приведена на рис. 30, б.

Основные допущения, принятые в расчете: 1) поверхность водоупора горизонтальная; 2) вертикальные составляющие скорости движения жидкости пренебрежимо малы; 3) расход жидкости в зоне капиллярной каймы не учитывается; 4) $p \leq K_0$.

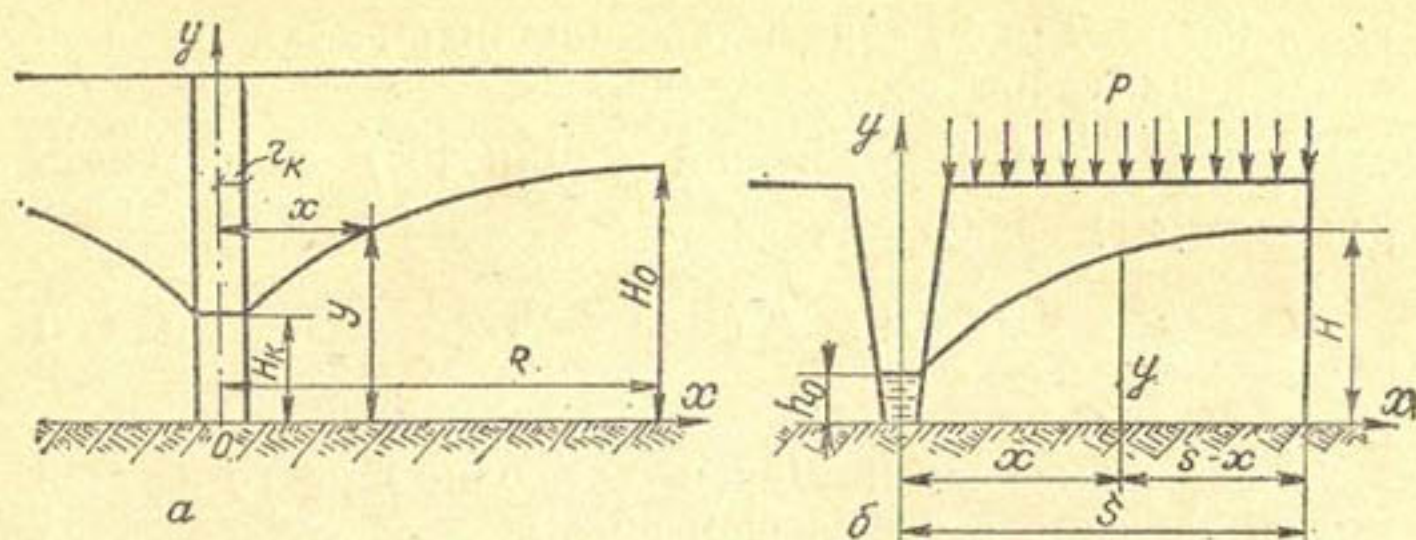


Рис. 30. Расчетная схема совершенного дренажа в однородном грунте:
а — вертикального; б — горизонтального

Закон фильтрации (71). С учетом (71) дифференциальное уравнение Дюпюи принимает вид:

$$K_0 y \left(\frac{dy}{dx} - i_0 \right) = p(S - x), \quad (76)$$

где S — расстояние от границы инфильтрационного питания до начала координат;

$$i_0 = nI_0.$$

Обозначим

$$S - x = X; \quad -dx = dX; \quad \frac{p}{K_0} = D.$$

Тогда вместо (76) получим:

$$y' = \frac{-DX - i_0 y}{y}. \quad (77)$$

Вводя новую переменную $y = Xu$; $y' = Xu' + u$, вместо (77) запишем:

$$\frac{u du}{u^2 + i_0 u + D} = -\frac{dX}{X}. \quad (78)$$

Интегрируя (78) при условии $X = 0, y = H$; $X = S$; $y = h_0$ и возвращаясь к прежней переменной, после необходимых преобразований получим:

$$\left[h_0^2 + i_0 h_0 S + \frac{p}{K_0} S^2 \right] = H^2 \left[\frac{2h_0 + (i_0 - \lambda) S}{2h_0 + (i_0 + \lambda) S} \right]^{i_0/\lambda} \quad (79)$$

для $\frac{4p}{K_0} - i_0^2 < 0$;

$$\begin{aligned} & \left[h_0^2 + i_0 h_0 S + \frac{p}{K_0} S^2 \right] = \\ & = H^2 \exp \left[-\frac{2i_0}{\lambda'} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{2h_0 + i_0 S}{\lambda' S} \right) \right] \end{aligned} \quad (80)$$

для $\frac{4p}{K_0} - i_0^2 > 0$,

где $\lambda = \sqrt{i_0^2 - \frac{4p}{K_0}}$; $\lambda' = \sqrt{\frac{4p}{K_0} - i_0^2}$.

Величину $S = \frac{1}{2} E$ можно найти из графического решения (79) и (80).

Для случая $i_0 = 0$ вместо (79) и (80) имеем:

$$S = \sqrt{\frac{K_0}{p} (H^2 - h_0^2)} . \quad (81)$$

Приближенное решение (76) может быть найдено, если принять, что кривая депрессии на участке S является эллипсом:

$$y^2 = \frac{H^2}{S^2} [S^2 - (S - x)^2]. \quad (82)$$

Если при интегрировании второго члена левой части (76) вместо y подставить его значение из (82) (пределы интегрирования остаются прежними), то решением (76) будет:

$$\begin{aligned} S = & -\frac{1}{4} \frac{K_0}{p} \pi H i_0 + \\ & + \sqrt{\left(\frac{1}{4} \frac{K_0}{p} \pi i_0 \right)^2 + \frac{K_0}{p} (H^2 - h_0^2)} . \end{aligned} \quad (83)$$

При $i_0 = 0$ формула (83) приводится к формуле (81). Если пренебречь h_0 , формулы (79), (80) и (83) соответственно приводятся к виду:

$$S = H \sqrt{\frac{K_0}{p} \left(\frac{i_0 - \lambda}{i_0 + \lambda} \right)^{i_0 / 2\lambda}}$$

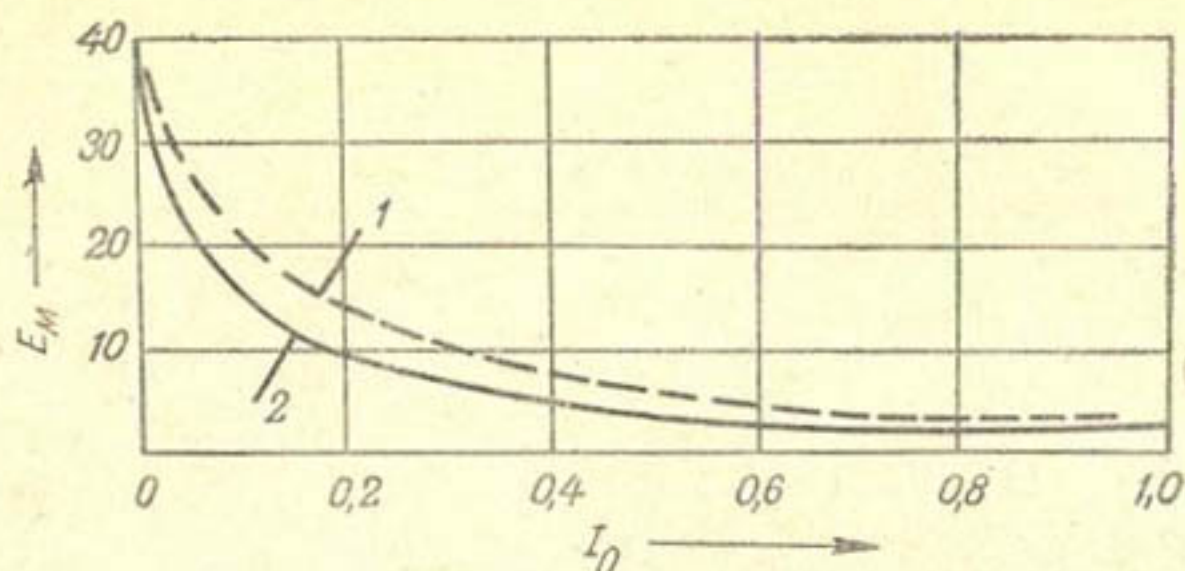


Рис. 31. Влияние начальных градиентов напора на расстояние между дренами (однородный грунт):

1 — расчет по формулам (84, 85); 2 — расчет по формуле (86)

для $\frac{4p}{K_0} - i_0^2 < 0;$ (84)

$$S = H \sqrt{\frac{K_0}{p}} \exp \left[-\frac{i_0}{\lambda'} \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{i_0}{\lambda'} \right) \right] \quad (85)$$

для $\frac{4p}{K_0} - i_0^2 > 0;$

$$S = -\frac{1}{4} \frac{K_0}{p} \pi H i_0 + \sqrt{\left(\frac{1}{4} \frac{K_0}{p} \pi H i_0 \right)^2 + \frac{K_0}{p} H^2} \quad (86)$$

На рис. 31 приведены зависимости расстояния между дренами E от величины начальных градиентов напора I_0 , рассчитанные по формулам (84)–(86). В расчете принято: $p = 3 \cdot 10^{-4}$ м/сут, $K_0 = 3 \cdot 10^{-2}$ м/сут, $H = 2$ м. Междренные расстояния, рассчитанные по приближенной формуле (86), оказываются заниженными по сравнению с расчетом по формулам (84)–(85). Из рис. 31 видно, что даже незначительные величины I_0 приводят к необходимости резко уменьшать расстояния между дренами E для обеспечения заданного положения кривой депрессии.

Закон фильтрации (72). С учетом (72) дифференциальное уравнение Дюпюи принимает вид:

$$Ky \left(\frac{dy}{dx} - I_0 \right)^2 = p(S - x), \quad (87)$$

Обозначим:

$$S - x = X, \quad \frac{p}{K} = D. \quad (88)$$

С учетом (88) из (87) найдем

$$\frac{dy}{dx} - I_0 = \sqrt{\frac{DX}{y}}$$

или

$$- \sqrt{y} \frac{dy}{dx} = \sqrt{DX} + \sqrt{y} I_0. \quad (89)$$

Решение (89) существенно упрощается, если выразить y в правой части уравнения через X . Примем, как и раньше, что кривая депрессии на участке S — эллипс с уравнением типа (82). Тогда, заменяя y в правой части (89) его значением из (82) и интегрируя в пределах $y = h_0$ для $X = S$ и $y = H$ для $X = 0$, получим:

$$\sqrt{H^3} - \sqrt{h_0^3} = \sqrt{D} \sqrt{S^3} - \frac{3}{2} I_0 \sqrt{H} \int_S^0 \sqrt{1 - \frac{X^2}{S^2}} dX. \quad (90)$$

Последнее выражение в правой части (90) элементарно не интегрируется. Воспользуемся разложением подынтегральной функции в ряд:

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{X^2}{S^2}\right)^{1/4} &= 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{X}{S}\right)^2 - \\ &- \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{8} \left(\frac{X}{S}\right)^4 - \frac{1 \cdot 3 \cdot 7}{4 \cdot 8 \cdot 12} \left(\frac{X}{S}\right)^6 - \dots \end{aligned} \quad (91)$$

и заметим, что при $\left|\frac{X}{S}\right| \leq 1$ ряд абсолютно сходится, что дает возможность почленного интегрирования.

Интегрируя последний член (90) с учетом (91) и решая полученное выражение относительно S , получим:

$$S = \frac{\sqrt{\frac{K}{p}} (\sqrt{H^3} - \sqrt{h_0^3})}{\sqrt{S} + n I_0 \sqrt{\frac{KH}{p}}}, \quad (92)$$

где $n = 1,28$ с точностью до 1%.

На участке S_1 дифференциальное уравнение Дюпюи принимает вид:

$$K_1 y \left(\frac{dy}{dx} - i_{01} \right) = p(S - x) \quad (98)$$

или
$$K_1 y dy - K_1 i_{01} y dx = p(S - x) dx. \quad (99)$$

Примем, как и ранее, что кривая депрессии на участке S_1 является эллипсом:

$$y^2 = \frac{M^2}{S_1^2} [S_1^2 - (S_1 - x)^2]. \quad (100)$$

Тогда, интегрируя (99) в пределах от 0 до S и от 0 до M [при интегрировании второго члена левой части (99) вместо y подставляем его значения из (100)] и решая полученное уравнение относительно S_1 , получим:

$$S_1 = - \left(S_2 + \frac{\pi i_{01} M K_1}{4p} \right) + \sqrt{\left(S_2 + \frac{\pi i_{01} M K_1}{4p} \right)^2 + \frac{M^2 K_1}{p}}. \quad (101)$$

Подставляя в (101) вместо S_2 его значение из (97) и учитывая, что $E = 2(S_1 + S_2)$, найдем:

$$E = -\frac{\pi i_{01} M K_1}{2p} + 2 \sqrt{\left[\frac{i_{01} K_1}{p} \left(A - \frac{\pi}{4} M \right) - \dots \right]^2 + \frac{M^2 K_1}{p}}, \quad (102)$$

где

$$A = M + nr \frac{h_1}{2};$$

$$B = M + n \frac{h_1}{2}.$$

При $i_{02} = 0$ (т. е. $r = 0$) из (102) следует выражение, полученное В. А. Ионатом [59]:

$$E \approx -\frac{\pi i_{01} K_1 M}{2\rho} + 2 \sqrt{\frac{K_1}{\rho} (M^2 + 2Mh_1 + nh_1^2)} + \dots + \frac{K_1^2 M^2 i_{01}^2}{\rho^2} - 0,43 \frac{i_{01} K_1 M}{\rho} D,$$

где $D = \sqrt{\frac{i_{01}^2 K_1^2 M^2}{\rho^2} + \frac{K_1}{\rho} (2M + nh_1)}$.

При $i_{01} = i_{02} = 0$ формула (102) приводится к следующему виду:

$$E = 2 \sqrt{\frac{K_1}{\rho} (M^2 + 2Mh_1 + nh_1^2)}.$$

Последняя формула при $K_2 = K_1 = K$, т. е. при $n = 1$, приводится к формуле Ротэ:

$$E = 2H \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad H = M + h. \quad (103)$$

При более корректном рассмотрении задачи, как отмечено С. В. Нерпиным, необходим учет полного градиента напора I , определяющего двумерный характер движения жидкости в зоне фильтрации:

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}, \quad I_x = -\frac{dh}{dx}, \quad I_y = \frac{\rho y}{K(y)h}.$$

В рассматриваемом здесь приближении, как и ранее [15], учитывается только величина I_x .

О классификации почв зоны избыточного увлажнения для районирования мелиоративных мероприятий. Общим принципом в предлагаемой классификации является соотношение между фильтрационным потоком,двигающимся по подпахотным слоям (грунту) к дренажу (Q_{ϕ}), и поверхностным водным потоком,двигающимся к дренажу по самому пахотному слою (Q_{π}).

В зависимости от отношения:

$$M = \frac{Q_{\phi}}{Q_{\phi} + Q_{\pi}}, \quad (104)$$

которое можно назвать критерием фильтрационной эффективности дренажа, характер процессов удаления избыточной влаги имеет существенные качественные различия, обуславливающие неодинаковую роль разных мелиоративных мероприятий. Если в случае $M \rightarrow 1$ дренаж

играет роль сооружения, обеспечивающего заданное положение кривой депрессии, то в случае $M \rightarrow 0$ дренажные устройства выполняют роль водосборных и водоотводящих закрытых канав.

Соотношение между Q_{ϕ} и Q_{π} зависит от величины $H/2S$ (отношение глубины H к расстоянию между дренами $2S$). Поэтому для определения фильтрационной эффективности дренажа в различных природных условиях мы должны задаться определенной величиной $H/2S$, например, исходя из разумного срока окупаемости дренажа.

Основанная на общем принципе классификация почв районов избыточного увлажнения приведена в табл. 10.

Т а б л и ц а 10

Классификация почв районов избыточного увлажнения

Класс почв	M	Срок окупаемости дренажа	Примечание
Хорошо дренируемые	1	Может оказаться ниже нормативного	Агромелиоративные мероприятия не требуются
Дренируемые	1	Нормативный	Так как $Q_{\pi} = 0$, то обеспечения проницаемости дренажной засыпки не требуется, но могут потребоваться агромелиоративные мероприятия. Оптимальное решение находится при учете затрат как на дренаж, так и на агромелиоративные мероприятия
Плохо дренируемые	1	Больше нормативного	То же
Очень плохо дренируемые	< 1	Не окупается	Равенство $M = 1$ не может быть достигнуто даже при $H/2S = 1$
Не дренируемые	0	Не окупается	При всех расстояниях $2S$ и любой расчетной интенсивности осадков $Q_{\phi} = 0$. При обеспечении водопроницаемости дренажной засыпки дренаж, как и в предыдущем случае, будет выполнять роль водосборных и водоотводящих закрытых канав

Следует отметить, что данная классификация (С. В. Нерпин, Н. Ф. Бондаренко, Б. Н. Мичурин) является чисто гидравлической и не учитывает влияние осушения на почвообразовательные процессы в различных природных условиях.

6. ОБОБЩЕНИЕ ЗАКОНА ДАРСИ ДЛЯ НЕНАСЫЩЕННОЙ СРЕДЫ

Скорость движения влаги в ненасыщенной среде. Применительно к ненасыщенной среде уравнение (68) запишем в следующем виде:

$$v = K(W) I \left[1 - \frac{4}{3} \frac{I_0(W, \tau_0)}{I} + \frac{1}{3} \frac{I_0(W, \tau_0)^4}{I^4} \right],$$

$$|I| \geq I_0(W, \tau_0); v = 0, |I| \leq I_0(W, \tau_0) \quad (105)$$

или в форме закона Дарси

$$v = K(I)_W I, \quad (106)$$

где

$$K(I)_W = K(W) \left[1 - \frac{4}{3} \frac{I_0(W, \tau_0)}{I} + \frac{1}{3} \frac{I_0(W, \tau_0)^4}{I^4} \right]. \quad (107)$$

В уравнениях (105)–(107) обозначено: W — влажность; I — градиент силового потенциала; $K(W)$ — влагопроводность ньютоновой жидкости; $I_0(W, \tau_0)$ — некоторая константа для данной влажности и температуры, имеющая размерность градиента силового потенциала; τ_0 — предельное напряжение сдвига; $K(I)_W$ — параметр, зависящий от градиента потенциала для заданной влажности.

Если в зависимость (41) внести коррективы на степень заполнения пор водой, то из нее можно определить $I_0(W, \tau_0)$:

$$I_0(W, \tau_0) = \frac{\tau_0 \Omega}{\alpha(W) \text{ mrg}}. \quad (108)$$

Представим $K(W)$ в следующем виде:

$$K(W) = A(W) R^2, \quad (109)$$

где $A(W)$ — константа для данной влажности;

R — гидравлический радиус.

Затем, подставляя (108) и (109) в (107), получим:

$$K(I)_W = A(W) R^2 \left[1 - \frac{4}{3} \frac{\tau_0 \Omega}{I \alpha(W) \text{ mrg}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \frac{(\tau_0 \Omega)^4}{I^4 [\alpha(W) \text{ mrg}]^4} \right]. \quad (110)$$

Одним из достоинств изложенного метода обобщения закона Дарси является возможность оценки влияния температуры на реологические свойства жидкости.

Температурную зависимость для τ_{0T} можно представить (см. рис. 27) как:

$$\tau_{0T} = \tau_0 \frac{333 - T}{40}, \quad 293K \leq T \leq 333K, \quad (111)$$

где τ_0 — величина предельного напряжения сдвига при температуре 293 К;

T — термодинамическая температура, К.

Как следует из табл. 3, в тех случаях, когда мы имеем дело с пористой средой, в качестве расчетной величины можно рекомендовать значение $\tau_0 \approx 10^{-4}$ Н/м².

С. В. Нерпин и Е. Д. Хлопотенков [88], используя капиллярную модель грунта, получили для $K(I)$ выражение:

$$K(I) = \xi \int_{W_0}^W \left(\frac{1}{h_K^2} - \frac{4}{3} \frac{\beta}{I} \frac{1}{h_K} + \frac{1}{3} \frac{\beta^4}{I^4} h_K^2 \right) dW. \quad (112)$$

Здесь

$$\xi = \frac{A\sigma^2}{10^2 \rho g}, \quad \beta = \frac{\tau_0}{\sigma}, \quad h_K = \frac{\Omega \sigma}{m \rho g}. \quad (113)$$

При выводе (112) было сделано допущение о существовании непрерывной связи между порами одного размера и о несмешиваемости потоков, идущих по порам различного размера. В действительности при заполнении влагой пор неодинаковых размеров в процессе фильтрации возникает перетекание воды из пор одного размера в поры другого размера, а система пор одного размера может прерываться порами другого размера.

Вместе с тем авторы полагают, что сделанные допущения могут оказаться не слишком грубыми, так как одновременное их несоблюдение является фактором, снижающим степень отклонения модели от реальной среды.

Если вместо ξ , β и h_K подставить в (112) их значения из (113), то легко убедиться, что (112) с точностью до констант совпадает со (110).

Приближенные уравнения движения влаги в ненасыщенной среде. Исходными в теории движения жидкости в ненасыщенной среде являются: 1) закон, связывающий скорость потока v с градиентом действующих сил; 2) за-

кон сохранения массы, который для одномерного случая может быть записан в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (v), \quad (114)$$

где z — ордината, в направлении которой движется поток;
 t — время.

В первом приближении для скорости потока под влиянием градиента капиллярного напора (пренебрегая составляющей скорости v в четвертой степени) вместо (105) можно записать:

$$v = -K_0(P) \left[\frac{\partial P}{\partial z} - i_0 \right], \quad \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right| > i_0, \quad (115)$$

$$v = 0, \quad \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right| \leq i_0, \quad (116)$$

где $i_0 = \frac{4}{3} I_0(W, \tau_0)$;

$K_0(P)$ — гидравлическая проводимость (коэффициент влагопроводности), зависящая от капиллярного напора P .

Учитывая, что капиллярный напор является функцией влажности W , формулы (115) и (116) можно привести к виду:

$$v = -D(W) \left[\frac{\partial W}{\partial z} - i_0^* \right], \quad \left| \frac{\partial W}{\partial z} \right| > i_0^*, \quad (117)$$

$$v = 0, \quad \left| \frac{\partial W}{\partial z} \right| \leq i_0^*. \quad (118)$$

Здесь $D(W)$ — коэффициент капиллярной диффузии:

$$D(W) = K_0(P) \frac{\partial P}{\partial W}, \quad i_0^* = \frac{K_0(W)}{D(W)} i_0. \quad (119)$$

По аналогии с напорной фильтрацией i_0 и i_0^* можно назвать начальным градиентом напора и начальным градиентом влажности соответственно.

Экспериментальные исследования подтверждают существование начальных градиентов давления [130] и начальных градиентов влажности [151]. В общем случае капиллярный напор — неоднозначная функция влажности, поэтому и величина начального градиента влажности для данной системы должна изменяться в зависимости от направления процесса (дренаж — впитывание).

Комбинируя (115) и (117) со (114), получим:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_0(P) \left[\frac{\partial P}{\partial z} - i_0 \right] \right\}, \quad \left| \frac{\partial P}{\partial z} \right| > i_0, \quad (120)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left\{ D(W) \left[\frac{\partial W}{\partial z} - i_0^* \right] \right\}, \quad \left| \frac{\partial W}{\partial z} \right| > i_0^*. \quad (121)$$

Если величинами i_0 и i_0^* пренебрегают, то (120) и (121) переходят в следующие уравнения:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[K_0(P) \frac{\partial P}{\partial z} \right], \quad (122)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D(W) \frac{\partial W}{\partial z} \right]. \quad (123)$$

В последнем случае (123) передвижение влаги в пористой среде трактуется как диффузионный процесс с коэффициентом капиллярной диффузии $D(W)$, зависящим от влажности.

Гистерезисные явления, нестационарность процесса и другие причины, осложняющие расчет по формулам (122) и (123), рассмотрены в специальной литературе, обзор которой можно найти в работе [15]. В частности, показано [19], что функции $K(P)$ и $P(W)$ характеризуются значительным гистерезисом, в то время как функции $K(W)$ и $D(W)$ не обнаруживают совсем или обнаруживают слабый гистерезис.

Если гравитационной составляющей пренебречь нельзя и напор определяется суммой $H = P + z$, то уравнения (115), (122) и (123) принимают вид:

$$v = -K_0(P) \left[\frac{\partial P}{\partial z} + 1 \right], \quad i_0 = 0, \quad (124)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z}, \quad (125)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \frac{\partial D}{\partial z}. \quad (125a)$$

С помощью преобразования Больцмана $\xi = z/\sqrt{t}$, которое предполагает, что влажность W зависит от переменных z и t только через их комбинацию, уравнение (123) можно привести к обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$2 \frac{d}{d\xi} \left(D \frac{dW}{d\xi} \right) = -\xi \frac{dW}{d\xi}. \quad (126)$$

Преобразование Больцмана послужило основой для разработки численных методов решения ряда практических задач на основе уравнения (126) [19, 57, 105].

Если ось z направить вверх, то для полубесконечной области ($z \leq 0$) граничные условия к уравнениям (125) и (125а) записываются следующим образом [19]:

$$W = W_n \text{ при } t = 0, z < 0;$$

$$W = W_0 \text{ при } z = 0, t \geq 0.$$

Условие $W_0 > W_n$ описывает инфильтрацию, $W_0 < W_n$ — испарение или направленное вверх всасывание. Эти процессы, представляющие интерес для сельскохозяйственных мелиораций, рассмотрены в следующих разделах.

Экспериментальные методы определения коэффициентов капиллярной диффузии $D(W)$ и влагопроводности $K_0(W)$ обобщены в книге А. М. Глобуса [35].

В качестве примера на рис. 14, б приведена характерная зависимость коэффициента влагопроводности K от влажности W . Обычно на кривой $K(W)$ легко отметить точки 1 и 2: при $W \leq W_1$ влагопроводность почвы крайне низка; при $W \geq W_2$ влагопроводность почвы отличная; на переходном участке $W_1 \leq W \leq W_2$ влагопроводность имеет промежуточное значение.

Здесь уместно вернуться к рассмотрению терминов влажность (точка) завядания и диапазон доступной (активной) влаги (доступная влага).

Под влажностью завядания понимают такую влажность почвы, при которой начинается устойчивое завядание растений, не исчезающее после полива.

Опыты показывают, что замедление роста растений наступает в диапазоне влажности, соответствующем всасывающему давлению 5—13 ат, а устойчивое завядание происходит в диапазоне давления 20—40 ат. За точку завядания обычно принимают влажность при всасывающем давлении 15 ат (см. рис. 14, а).

Под доступной почвенной влагой для роста растений понимают то ее количество, которое удерживается в почве в пределах всасывающего давления: от $1/3$ (полевая влагемкость) до 15 ат (влажность устойчивого завядания). Несмотря на то, что термину доступная влага придается большое значение при определении сельскохозяйственной ценности почв, использовать его для практических рекомендаций следует с осторожностью.

Как справедливо отмечает Р. Слейчер [116], в любой почве более глубокое проникновение корней по всему профилю в целом может компенсировать малый диапазон доступной влаги. И, наоборот, при наличии препятствий, мешающих распространению корней, почва может быть неблагоприятной для роста растений даже в том случае, когда диапазон доступной почвенной влаги достаточно велик.

Следовательно, диапазон доступной влаги для растений определяется, при прочих равных условиях, как гидравлической проводимостью почвы, так и густотой и характером распределения корневой системы.

Значительно больше информации о количестве влаги и ее подвижности (а следовательно, и доступности) при любом pF дают кривые $pF(W)$ совместно с зависимостью $K(W)$ (см. рис. 14).

Низкая подвижность пленочной влаги в области $W \leq W_1$ тем не менее играет важную роль в круговороте воды в природе. Так, на основе теоретических и экспериментальных работ в области гидромеханики тонких пленок, выполненных С. В. Нерпиным [86], гидрогеологам [129] удалось объяснить природу возникновения огромных скоплений пресных подземных вод в песчаных пустынях, рассчитать режим их питания и сформулировать основные критерии при поисках и разведке пресных вод в малоисследованных районах песчаной пустыни. Это открывает также возможность научно обоснованной эксплуатации местонахождений пресной влаги без опасения их засоления, возможного при неправильной организации откачки воды.

Экспериментальное определение элементов водного баланса сельскохозяйственного поля (инфильтрация, испарение, водопотребление растениями и др.) осуществляется с помощью лизиметров (балансомеров), схемы устройств которых можно найти в работе [84].

7. ИНФИЛЬТРАЦИЯ

Под инфильтрацией понимают процесс поступления воды в почву через ее поверхность. Этот процесс подробно рассмотрен в работах [19, 57, 111, 139].

В настоящем разделе рассмотрено решение Рубина и Штейнгардта [150], пригодное для выбора интенсивности орошения дождеванием. Принимаются следующие

допущения. Почва рассматривается как полубесконечная однородная изотропная пористая среда с неподвижным скелетом. Начальная влажность предполагается постоянной по глубине и такой низкой, что соответствующая ей гидравлическая проводимость по существу равна нулю. Воздух в почве рассматривается как непрерывная фаза, находящаяся при атмосферном давлении. Чтобы гидравлическую проводимость и капиллярное давление рассматривать как однозначные функции влажности почвы, предполагается, что влагосодержание в любой точке либо увеличивается со временем, либо остается постоянным. Падающие капли дождевых вод считаются такими малыми и многочисленными, что дождь можно рассматривать как непрерывную массу воды с постоянной интенсивностью p , не изменяющейся во времени.

Сформулированные допущения позволяют описать процесс инфильтрации уравнением (125а), которое перепишем в следующем виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[D(W) \frac{\partial W}{\partial z} - K(W) \right]. \quad (127)$$

К уравнению (127) присоединяются следующие начальные и граничные условия (ось z здесь направлена вертикально вниз):

$$\begin{aligned} t = 0, \quad z > 0, \quad W = W_i = \text{const}, \\ t > 0, \quad z = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial z} = - \frac{p - K(W)}{D(W)}. \end{aligned} \quad (128)$$

Условие (128) выражает тот факт, что в процессе инфильтрации дождевой воды поток влаги на поверхности равен интенсивности дождя; причем для предотвращения затопления интенсивность дождя должна быть меньше или равной гидравлической проводимости при полном насыщении, т. е. коэффициенту фильтрации. Влажность поверхностного слоя почвы при этом приближается к некоторому пределу W_L .

Основой рассматриваемой вычислительной методики является замена дифференциального уравнения в частных производных (127) разностным уравнением, которое выражает приблизительное соотношение между переменными в данной репрезентативной точке плоскости (z, t) через значения этих переменных в девяти соседних точках. При выполнении вычислений используются известные прин-

ципы численного анализа. Плоскость (z, t) представляют прямоугольной сеткой с координатами $j = 1, 2, 3, \dots, J$ вдоль оси z и $n = 1, 2, 3, \dots, N$ вдоль оси t . Размеры сетки выбираются произвольно, фиксируя расстояния h между j -ми и расстояния k между n -ми точками. Связь любого значения зависимой переменной с данной точкой сетки (j, n) показывается нижним индексом j и верхним индексом n ; например, в случае переменной W эта связь будет обозначена W_j^n . Дробные значения индексов указывают на то, что рассматриваемая переменная оценивается в точке, которая находится в промежутке между двумя другими точками сетки, например $n + 1/2$ соответствует точке посередине между точками n и $n + 1$.

Использовались следующие аппроксимации частных производных, входящих в (127):

$$\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)_j^{n+1/2} \approx \left(\frac{1}{k}\right) (W_j^{n+1} - W_j^n); \quad (129)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[D(W) \frac{\partial W}{\partial z} - K(W) \right] \right\}_i^{n+1/2} = \\ &= \frac{1}{h} \left\{ \left[D(W_{j+1/2}^{n+1}) \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)_{j+1/2}^{n+1} - K(W_{j+1/2}^{n+1/2}) \right] - \right. \\ & \quad \left. - \left[D(W_{j-1/2}^{n+1/2}) \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)_{j-1/2}^{n+1} - K(W_{j-1/2}^{n+1/2}) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (130)$$

Частные производные в правой части (130) аппроксимировались следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)_{j+1/2}^{n+1/2} &\approx \left(\frac{1}{h}\right) \left[\frac{1}{2} (W_{j+1}^{n+1} + W_{j+1}^n) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} (W_j^{n+1} + W_j^n) \right], \end{aligned} \quad (131)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial W}{\partial z}\right)_{j-1/2}^{n+1/2} &\approx \left(\frac{1}{h}\right) \left[\frac{1}{2} (W_j^{n+1} + W_j^n) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{2} (W_{j-1}^{n+1} + W_{j-1}^n) \right]. \end{aligned} \quad (132)$$

Чтобы оценить стоящие в правой части (130) функции K и D , значения переменных $W_{j\pm 1/2}^{n+1/2}$ аппроксимировались экстраполяцией, при этом в рядах n и $n - 1$ использовались приближенные значения W . Чтобы указать, что

данное значение экстраполировано, использовали индекс ext и получили следующие соотношения:

$$\begin{aligned} (W_{j+1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}} &= \frac{1}{2} [(W_{j+1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}} + (W_j^{n+1/2})_{\text{ext}}] = \\ &= \frac{3}{4} (W_{j+1}^n + W_j^n) - \frac{1}{4} (W_{j+1}^{n-1} + W_j^{n-1}); \end{aligned} \quad (133)$$

$$\begin{aligned} (W_{j-1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}} &= \frac{1}{2} [(W_{j-1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}} + (W_{j-1}^{n+1/2})_{\text{ext}}] = \\ &= \frac{3}{4} (W_j^n + W_{j-1}^n) - \frac{1}{4} (W_j^{n-1} + W_{j-1}^{n-1}). \end{aligned} \quad (134)$$

Подстановка аппроксимаций формул (129)—(134) в дифференциальное уравнение (127) дает после несложных алгебраических преобразований:

$$-A_j W_{j+1}^{n+1} + B_j W_j^{n+1} - C_j W_{j-1}^{n+1} = H_j, \quad (135)$$

где

$$A_j = \left(\frac{k}{h^2} \right) D [(W_{j+1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}}];$$

$$C_j = \left(\frac{k}{h^2} \right) D [(W_{j-1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}}];$$

$$B_j = 2 + A_j + C_j;$$

$$\begin{aligned} H_j &= A_j W_{j+1}^n + (2 - A_j - C_j) W_j^n + C_j W_{j-1}^n - \\ &- 2 \left(\frac{k}{h} \right) \{ K [(W_{j+1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}}] - K [(W_{j-1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}}] \}. \end{aligned}$$

Рассмотрим три ряда сетки: $n-1$; n ; $n+1$. В этом случае уравнение (135) записывается для трех различных последовательных значений j (т. е. одно уравнение для $j=1, 2, 3$; другое для $j=2, 3, 4$ и т. д.). Таким образом, если каждый ряд состоит из J точек ($j=1, 2, 3, \dots, J$), то будет $J-2$ уравнений (135) — по одному уравнению для каждого из $j=1, 2, 3, 4, \dots, J-1$.

Для решения рассматриваемой задачи необходимо еще два уравнения. Одно из них получается за счет принятия J достаточно большим, так что в течение всего рассматриваемого процесса можно считать:

$$W_j = W_i = \text{const}. \quad (136)$$

Второе уравнение можно получить при помощи граничного условия (128). Рассматриваемая сетка располо-

жена таким образом, что линия $z = 0$ совпадает с линией $j = 1/2$. Используя (128), получаем:

$$-D(W_{i\pm 1/2}^{n+1/2}) \left(\frac{\partial W}{\partial z} \right)_{i\pm 1/2}^{n+1/2} + K(W_{i\pm 1/2}^{n+1/2}) = p.$$

Подставляя это выражение в (130) и используя, как и раньше, аппроксимации (131)—(138), получаем после соответствующего алгебраического преобразования:

$$-A_1 W_2^{n+1} + B_1 W_1^{n+1} = H_1, \quad (137)$$

где
$$A_1 = \left(\frac{k}{h^2} \right) D[(W_{i\pm 1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}}];$$

$$B_1 = 2 + A_1;$$

$$H_1 = A_1 W_2^n + (2 - A_1) W_1^n - \\ - 2 \left(\frac{k}{h} \right) \{ K[(W_{i\pm 1/2}^{n+1/2})_{\text{ext}}] - p \}.$$

Предположим, что значения W в рядах $n - 1$ известны, а соответствующие значения в рядах $n + 1$ неизвестны. В таком случае уравнения (135)—(137) представляют систему j линейных алгебраических уравнений с j неизвестными. Если известны значения W в первых двух рядах сетки ($n = 1, 2$), то могут быть вычислены значения W во всех последующих рядах. Значения W первого ряда W_1^j определяются начальным условием (128). Значения W второго ряда W_2^j должны быть оценены для $j = 1, 2, \dots$, j с помощью методов, отличных от изложенного выше. В настоящем исследовании значения W_2^j определялись путем вывода необходимых разностных уравнений, включавших шеститочечную схему: три точки в ряду $n = 1$ и три в ряду $n = 2$ вместо девяти точек в первой схеме. Вывод такого уравнения аналогичен выводу уравнений (133)—(135), за исключением способа оценки $D(W_{i\pm 1/2}^{n+1/2})$ и $K(W_{i\pm 1/2}^{n+1/2})$. Здесь аппроксимировались последние значения. По существу принималось, что

$$D(W_{i\pm 1/2}^{1/2}) = D(W_{i\pm 1/2}^1) \text{ и } K(W_{i\pm 1/2}^{1/2}) = K(W_{i\pm 1/2}^1).$$

Рассматриваемый численный метод применялся для расчета двух теоретических профилей влажности при дождевой инфильтрации реховотского песка: $p = 3528 \times 10^{-9} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ и $p = 1306 \cdot 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. В обоих случаях $W_i = 0,005$.

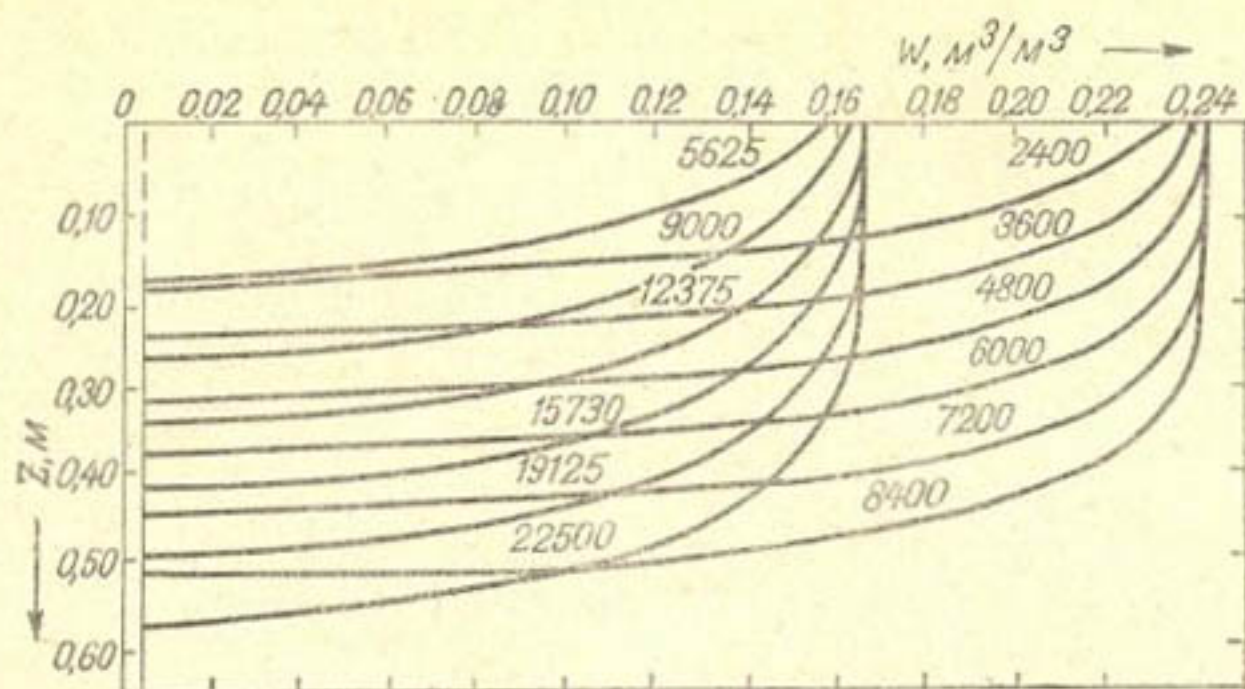


Рис. 33. Профили влажности в реховотском песке [150], вычисленные для инфильтрации дождевых вод при разностном методе решения уравнения (127)

Цифры на кривых — время в секундах

На рис. 33 приведены результаты вычислений на машине IBM-704. Расчетные значения W_L равны 0,1673 для низкой и 0,2423 для высокой интенсивности дождя. Цифры у кривых характеризуют продолжительность инфильтрации: профили, соответствующие 2400—8400 с — для $p = 1306 \cdot 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$; профили от 5625 — 22 500 с — для $p = 3528 \cdot 10^{-9} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. Представленные профили влажности дают информацию, необходимую для назначения режима орошения дождеванием.

При отсутствии свободных путей отхода воздуха перед фронтом увлажнения образуется перемещающийся барьер, характеризуемый повышенным давлением воздуха и плотностью почвы; гидравлическое сопротивление при этом постепенно возрастает (Кураж, Кутилек, 1974).

Анализируя процесс инфильтрации, Д. Филип (цитируется по работе [57]) предложил простую зависимость:

$$q = at^{1/2} + bt, \quad (138)$$

где q — суммарное количество воды, впитавшееся за время t (с), $\text{м}^3/\text{м}^2$;

a и b — константы.

Константы a и b определяют экспериментально, построив график зависимости $q/t^{1/2}$ от $t^{1/2}$. Этот график представляет собой прямую, тангенс угла наклона которой равен b , а отрезок, отсекаемый на оси ординат, величине a .

Сопоставляя различные экстраполяции инфильтрационных уравнений с точным решением, Филип отмечает, что наиболее неудачно уравнение Хортон; при малых t уравнение Костякова (см. [57]) довольно хорошо совпадает с точным решением; уравнение (138) совпадает лучше всего.

Если продифференцировать уравнение (138), то оно примет вид:

$$v = \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} a t^{-1/2} + b,$$

где v — интенсивность впитывания, имеющая размерность скорости.

Глубину фронта смачивания h в зависимости от времени можно определить по формуле Козени:

$$h = Ct^{1/2},$$

где C — константа.

8. ИСПАРЕНИЕ

Испарение с поверхности грунтовых вод. Рассматривается установившийся процесс испарения влаги с зеркала грунтовых вод к поверхности почвы [19]. В этом случае задача сводится к интегрированию уравнения (124) при известной зависимости гидравлической проводимости K от капиллярного напора P .

В. Гарднер (цитируется по работе [19]) предложил следующее соотношение для зависимости $K(P)$:

$$K = a/(b + P^m), \quad (139)$$

где a и b — экспериментальные постоянные;

m — показатель степени ($m \approx 2$ для тяжелых глинистых грунтов, $m \approx 4$ для песков).

При насыщении выполняется равенство $K_0 = a/b$.

Подстановка (139) в (127) дает решение для установившегося потока.

Точное решение, определяющее удельный расход на испарение как функцию глубины положения зеркала воды и параметров грунта, весьма сложно.

Значения максимальной скорости испарения при очень высоком всасывающем давлении (капиллярном напоре)

у поверхности получены В. Гарднером [19]:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } K &= \frac{a}{P^{3/2} + b}, & v_{\max} &= 3,77a/d^{3/2}; \\ \text{при } K &= \frac{a}{P^2 + b}, & v_{\max} &= 2,46a/d^2; \\ \text{при } K &= \frac{a}{P^3 + b}, & v_{\max} &= 1,76a/d^3; \\ \text{при } K &= \frac{a}{P^4 + b}, & v_{\max} &= 1,52a/d^4, \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

где d — глубина положения зеркала грунтовых вод.

Соотношения (140) представляют собой физико-математическую основу для проектирования систем подпочвенного (внутрипочвенного) орошения.

Для правильно запроектированной системы должно выполняться равенство:

$$q_{\text{опт}} = v_{\max}, \quad (141)$$

где $q_{\text{опт}}$ — оптимальная величина водопотребления сельскохозяйственных растений, для которых проектируется система;

$v_{\max}$ — максимальный удельный расход через слой почвы между увлажнителем и корневой системой.

Для ориентировочной оценки почвенных условий, при которых обеспечивается соблюдение условия (141), перепишем уравнение (124) в следующем виде:

$$\bar{K} = - \frac{v_{\max}}{\frac{P_2 - P_1}{z_2 - z_1} + 1}. \quad (142)$$

Для численной оценки осредненного по всей толще почвы значения $\bar{K}$ в диапазоне изменения напоров $P_2 - P_1$ примем: $v_{\max} = q_{\text{опт}} = 10^{-7} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$; $z_2 = 0,6 \text{ м}$; $z_1 = 0,1 \text{ м}$; P_2 (у увлажнителя) $= 0$; $P_1 \approx 4 \text{ м вод. ст.}$ (влажность почвы, соответствующая $\approx 70\%$ полевой влагоемкости в зоне корневой системы).

Подставляя принятые значения в (142), получим: $\bar{K} \approx 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$. При расчете по (142) приняты не жесткие условия.

Для осредненного капиллярного напора, равного 2 м вод. ст., среднее значение гидравлической про-

водимости, равное $\approx 10^{-8} \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$, характерно только для почв с хорошей влажностью.

Из выполненного анализа следует, что для применения подпочвенного орошения необходимо соблюдение по крайней мере следующих условий: 1) почвы должны обладать высокой влажностью; 2) сельскохозяйственные культуры, для которых проектируется система подпочвенного орошения, должны обладать развитой корневой системой, обеспечивающей транспорт влаги (не создавая при этом высокого всасывающего давления); 3) увлажнитель должен располагаться на водоупоре.

Эти условия, как показывает практика [76], встречаются нечасто.

Испарение с поверхности почвы. Факторы, определяющие этот процесс, могут быть условно сведены в следующие три группы.

1. Метеорологические факторы (температура и влажность воздуха, элементы баланса солнечной радиации, ветер и т. д.).

2. Почвенные факторы (альbedo и микрорельеф почвенного массива, температура и влажность грунта, его гидро- и теплофизические характеристики — дисперсность, плотность, гидрофильность, влажностепроводность, пористость, теплопроводность, теплоемкость и т. д.).

3. Факторы, обусловленные деятельностью человека, водной и тепловой мелиорацией (обработка почвы, орошение, осушение, мульчирование и т. п.).

Для анализа процесса испарения применяют различные методы. Наибольшее распространение получил метод турбулентной диффузии, в соответствии с которым вертикальный поток водяного пара I_e в приземном слое атмосферы определяется следующим соотношением:

$$I_e = \rho K_e \frac{\partial e}{\partial z}, \quad (143)$$

где K_e — коэффициент турбулентного обмена для водяного пара;

e — влажность воздуха;

z — вертикальный масштаб;

ρ — плотность воздуха.

Величина K_e в приземном слое воздуха определяется как линейная функция коэффициента турбулентной диффузии K_d , для оценки значения которого используются различные модели.

В частности, при равновесной температурной стратификации согласно полуэмпирической теории Прандтля—Кармана коэффициент турбулентной диффузии $K_{од}$ определяется как:

$$K_{од} = \chi^2 \frac{zU}{\ln \frac{z}{z_0}}, \quad (144)$$

где U — скорость ветра на высоте z ;

z_0 — параметр шероховатости;

χ — постоянная Кармана.

При неравновесной стратификации необходимо введение поправок, учитывающих влияние термической конвекции на интенсивность процессов обмена в приземном слое:

$$K_d = K_{од} \gamma \sqrt{1 - R_i}, \quad (145)$$

где R_i — число Ричардсона $\left[R_i = \frac{g}{T} \frac{\partial T}{\partial z} \left| \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 \right| \right]$;

γ — коэффициент, являющийся функцией числа Ричардсона;

T — абсолютная температура;

g — ускорение силы тяжести.

Число Ричардсона является безразмерным параметром, определяющим основные характеристики процессов обмена в температурно-неоднородной атмосфере, и указывает на то, какой вклад вносит в эти процессы термическая конвекция. Значение $R_i > 0$ соответствует устойчивой стратификации; $R_i \approx 0$ — равновесному состоянию; $R_i < 0$ — неустойчивой стратификации температуры. В последнем случае термическая конвекция может иметь существенное значение в процессах обмена, а в двух первых основной механизм обмена связан с физической диффузией и механическим перемешиванием за счет вынужденной конвекции в турбулентном потоке.

Таким образом, для определения суммарного испарения в приземном слое атмосферы необходимы данные о вертикальных градиентах скорости ветра, температуры и влажности воздуха. Для удобства практических расчетов по методу турбулентной диффузии, называемому также градиентным методом, разработан ряд сравнительно простых вычислительных схем [55, 64].

Частным случаем метода турбулентной диффузии является метод теплового баланса, в котором для определе-

ния интегрального коэффициента обмена в приземном слое атмосферы используется уравнение теплового баланса деятельной поверхности:

$$R - Q_k - Q_n - Q_p = 0, \quad (146)$$

где R — радиационный баланс, равный разности излучения, падающего на деятельную поверхность и уходящего от нее;

Q_k — турбулентный поток тепла в атмосферу;

Q_n — затраты тепла на испарение;

Q_p — поток тепла в почву.

Выражая величины Q_k и Q_n с помощью градиентных соотношений, аналогичных (143), следует иметь в виду, что хотя в общем случае коэффициенты обмена для тепла и водяного пара K_T и K_e различаются по величине, в первом приближении для режима вынужденной конвекции можно принять $K_T = K_e = K_d$. Допущение обусловливается тем, что в этом случае молекулярная диффузия не играет существенной роли, и перенос любой пассивной субстанции обусловлен механическим перемешиванием.

С учетом изложенного получим для вычисления турбулентного потока тепла и затрат тепла на испарение следующие соотношения:

$$Q_k = C_p K_d \frac{\partial T}{\partial z}; \quad (147)$$

$$Q_n = L \rho K_d \frac{\partial e}{\partial z}, \quad (147a)$$

где C — удельная теплоемкость воздуха;

L — удельная теплота парообразования.

Подставляя значения потоков в уравнение (146) и решая его относительно K_d , нетрудно получить выражение для интегрального коэффициента обмена, характеризующего средний перенос для слоя, в котором проводятся измерения градиентов температуры и влажности воздуха:

$$K_d = \frac{(R - Q_n)}{a \Delta T + \Delta e}.$$

Подставляя полученное значение K_d в (147a), а также имея в виду, что $Q_n = L I_e$ и переходя к конечным разностям, можно записать известное соотношение:

$$L I_e = \frac{(R - Q_n) \Delta e}{a \Delta T + \Delta e}, \quad (148)$$

где a — коэффициент, определяемый физическими константами воздуха и водяного пара.

Формула (148) широко используется в практике при разработке измерительной аппаратуры, так как величина испарения в данном случае определяется через небольшое число параметров, сравнительно легко поддающихся измерению. Само соотношение (148) относительно просто моделируется с помощью несложных электронных и электромеханических элементов (описание такого рода аппаратуры достаточно полно дано в работе [84]).

Формулы типа (143) или (148) малопригодны для общего физического анализа испарения, так как основные факторы, воздействующие на испарение, в явном виде в них не входят. При использовании этих соотношений нет возможности оценить роль и влияние на процесс испарения различных климатических факторов и искусственных воздействий.

В то же время для решения практических задач, связанных с регулированием водного и теплового режима сельскохозяйственного поля, для прогнозирования эффективности применения того или иного мелиоративного мероприятия необходимы теория и инженерные методы, которые позволяли бы моделировать процессы на поле и давали бы качественную или количественную оценку эффективности воздействий.

Для этой цели необходимо определять испарение как функцию возможных факторов:

$$I_e = f(F_1; F_2; F_3), \quad (149)$$

здесь F_1 — совокупность метеорологических факторов;

F_2 — совокупность почвенных факторов;

F_3 — совокупность факторов, обусловленных обработкой почвы и применением мелиоративных мероприятий.

Решение подобной задачи представляет большой интерес для широкого круга специалистов и тесно связано с решением проблемы программирования урожая сельскохозяйственных культур. Уравнение (149) должно содержать параметры, характеризующие качественные и количественные показатели урожая, и элементарные функции, определяющие связь этих показателей с внешними факторами.

В полном объеме задача такого рода еще не сформулирована, поскольку должна содержать недостаточно изу-

ченные к настоящему времени биологические и биофизические закономерности. В последние годы предпринимаются попытки составления уравнений типа (149), отражающих чисто физические взаимодействия в системе почва—растение—приземная атмосфера. Они показывают, что даже частичный учет влияния растения на процессы обмена приводит к чрезвычайно сложным системам, содержащим до 10 дифференциальных уравнений. Решение подобных задач без существенных упрощений неосуществимо.

Относительный успех в решении подобного класса задач достигнут при введении ограничений, исключающих влияние почвенной влаги путем постулирования достаточной влагообеспеченности растительного покрова. Для этих случаев получены соотношения, связывающие испарение с метеорологическими параметрами и характеристиками растительного покрова [26, 99].

В некоторых частных случаях, например [90], из рассмотрения исключаются элементы теплового режима и исследуются зависимости испарения от некоторых характеристик почвенной влаги.

В качестве примера можно указать на использование гидрометеорологического показателя засухи $\beta = \frac{I_e}{I_{e_0}}$, где I_{e_0} — испаряемость, равная испарению при заданных метеоусловиях и неограниченном доступе влаги к деятельной поверхности. Опыты показывают, что коэффициент β связан с запасами влаги W в активном почвенном слое:

$$\beta = bW \quad \text{при} \quad W < W_K, \quad \beta = \text{const} \quad \text{при} \quad W \geq W_K,$$

где W_K — некоторая критическая влажность почвы;
 b — константа.

Такой подход позволил предложить показатель β в качестве критерия влагообеспеченности растений [84], тем более, что для определения β требуется лишь измерение перепадов температуры и влажности в приземном воздухе $\beta = \Delta e / (\Delta e + a\Delta T)$.

Оценка величины β может производиться на аппаратуре, осуществляющей определение элементов теплового баланса по формулам типа (148). В зависимости от напряженности атмосферных условий и фазы развития различных растений величина $\beta_{кр}$ меняется, обычно оставаясь меньше единицы (при $\beta \leq \beta_{кр}$ влаги для растений недостаточно).

Другой подход [69] к решению практических задач предусматривает исключение из анализа растительного покрова. В таком варианте задача принципиально разрешима, причем намечаются пути ее уточнения путем задания растительного покрова как изотропного слоя с усредненными физическими характеристиками [31].

При построении качественной теории испарения [69] принимались следующие основные исходные допущения.

1. Решается одномерная задача. В связи с этим постулируется однородность деятельной поверхности, отсутствие адвекции и постоянство метеорологических и гидрологических параметров по площади поля (параметры являются только функцией высоты). Ограничения такого рода применяются во всех случаях, когда рассматривается баланс для поля.

2. Деятельная поверхность совпадает с поверхностью почвы, т. е. все процессы обмена энергией и веществом происходят на поверхности почвы.

При этих ограничениях интересующее нас уравнение связи испарения с различными воздействующими факторами может быть получено на основе анализа уравнения теплопроводности для почвенного массива:

$$\lambda \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} = C_v \frac{\partial T(z, t)}{\partial t}, \quad (150)$$

где λ — теплопроводность почвы;

C_v — объемная теплоемкость почвы.

В этом случае влияние физико-механических и гидрофизических характеристик почвы может быть учтено по изменению λ и C_v .

Объемная теплоемкость может быть вычислена по эмпирической формуле:

$$C_v = \rho_n \left(C_k + \frac{W}{100} \right),$$

где ρ_n — плотность почвы в слое;

C_k — удельная теплоемкость сухой почвы;

W — влажность почвы, %.

Коэффициент теплопроводности связан с объемной теплоемкостью соотношением $\lambda = \kappa C_v$, где κ — коэффициент температуропроводности. Из приведенных формул видно, что регулирование теплового режима почвы возможно за счет регулирования плотности и влажности почвы. Исходя из этого, могут быть сформулированы за-

зависимости теплового и водного режима от мелноративных мероприятий, воздействующих на свойства почвы.

Воздействие метеорологических факторов задается в виде граничных условий к уравнению. Используя условие неразрывности теплового потока на границе почва—атмосфера и задавая граничные условия для этого случая, исходя из уравнения теплового баланса поверхности почвы, можно получить решение уравнения (150) в форме зависимости испарения от перечисленных параметров.

Имея в виду использование уравнения теплового баланса деятельной поверхности в качестве граничного условия, целесообразно представить его в несколько измененной форме, более удобной для расчетов. Для этой цели необходимо найти $R = Q_p - Q_\lambda$ (Q_p — радиация, поглощенная деятельной поверхностью; Q_λ — тепловое излучение почвы в атмосферу).

Можно представить

$$Q_p = (1 - r) q_p^*(t), \quad (151a)$$

где $q_p^*(t) = [q_{p, n}(t) + q_{p, p}(t)] [1 - (1 - \bar{C}) \mu]$;

r — альбедо;

μ — облачность в долях от полной;

$q_{p, n}$, $q_{p, p}$ — приток прямой и рассеянной радиации от солнца на горизонтальную поверхность;

$\bar{C}$ — коэффициент, учитывающий географическую широту местности.

Для расчета теплового излучения почвы можно использовать полученную в [69] формулу:

$$Q_\lambda = A_1 T(0, t) + A_2 T_H(t) + A_3, \quad (151b)$$

где $T(0, t)$ — температура поверхности почвы ($z = 0$); A_1 , A_2 , A_3 — коэффициенты:

$$A_1 = \sigma U (1 - \bar{C} \mu); \quad A_2 = A_1 (1 - b_1 + b_2 \sqrt{e});$$

$$A_3 = A_1 P U (b_1 - b_2 \sqrt{e});$$

σ — приведенная постоянная Стефана—Больцмана;

b_1 , b_2 — эмпирические коэффициенты;

U и P — коэффициенты ($U = 0,96$ и $P = 210$; приведенные численные значения относятся к диапазону температур 268—308 K).

В соответствии с формулой Ньютона тепловой поток в атмосферу рассчитывается по соотношению:

$$Q_k = \alpha [T(0, t) - T_H(t)], \quad (151b)$$

где α — коэффициент конвективной теплоотдачи;
 $T_H(t)$ — температура воздуха над деятельной поверхностью.

Условие неразрывности теплового потока на поверхности почвы может быть записано в виде:

$$Q_{\pi} = -\lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial z}. \quad (151r)$$

Граничное условие для поверхности почвы может быть сформулировано на основе уравнения (146) и при использовании системы уравнений (151a, б, в, г):

$$Q_{\pi} = -f(t) + NT(0, t) - \lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial z} = 0, \quad (152)$$

где $f(t) = (1 - r) q_p^*(r) + (\alpha - A_2) T_H(t) - A_3, \quad (152a)$

$$N = \alpha + A_1. \quad (152б)$$

Таким образом, решения исходного уравнения (150) будут содержать функции, связывающие суммарное испарение поля с параметрами температурного и радиационного режимов, а также с теплофизическими характеристиками почвы, обусловленными, в числе прочих факторов, и водным режимом поля.

Если в качестве второго граничного условия для почвы принять постоянство температуры на глубине, т. е.

$$T(\infty, t) = \text{const}, \quad (153)$$

а также равномерное распределение температуры в начальный момент времени

$$T(z, 0) = T_0, \quad (154)$$

то задача сводится к решению уравнения (150) при краевых условиях (152), (153) и (154). Эта задача не связана с серьезными трудностями для произвольного вида функций q_p^* и $T_H(t)$.

Возникновение градиентов температуры почвы под действием радиации может быть связано также с выделением теплоты адсорбции водяного пара (см. главу II) и охлаждением влажной почвы при испарении. Возникновение переменных по величине и знаку градиентов температуры должно приводить (см. раздел 1 настоящей главы) к возникновению переменных по величине и знаку потоков пара и жидкости в почве. Механизмы передвижения почвенной влаги под действием градиента температуры

и его значение для внутрипочвенного влагообмена рассмотрены в работе [35].

В решение уравнения (150) в явном виде не входят параметры мелиоративных мероприятий, и их влияние на процесс испарения не учитывается.

Анализ факторов, действующих при применении мелиоративных мероприятий, позволяет классифицировать эти мероприятия на три типа.

1. Мероприятия, связанные с образованием на поверхности почвы слоя с различными теплофизическими характеристиками. Предполагается при этом наличие хорошего теплового контакта между почвой и поверхностным слоем. В качестве примера подобных мероприятий можно указать различные виды обработки почвы (рыхление, прикатывание и т. п.); нанесение на поверхность почвы или внесение в ее поверхностный слой мульчирующих материалов (поверхностное пескование, внесение торфа, извести, гравия, мульчирование соломой, покрытие из теплоизолирующих пен и т. п.).

2. Мероприятия, обуславливающие изменение физических характеристик поверхности почвы. К ним можно отнести нанесение на поверхность почвы различных красителей или противозерозионных связок, приводящее к изменению величины альбедо и радиационного баланса. Другой пример — нанесение депрессоров испарения, существенно изменяющих характер теплового баланса деятельной поверхности. Для этих мероприятий характерно малое количество вносимых реактивов, которое не может привести к существенным изменениям физических характеристик самой почвы.

3. Мероприятия, приводящие к изменению характеристик обмена энергией и паром между почвой и приземным слоем воздуха. Например, мульчирование почв прозрачной пленкой или пленкой с наполнителями, мульчбумагой. Эти мероприятия приводят к радикальным изменениям теплового баланса поверхности почвы как за счет изменения величины радиационного баланса, так и за счет изоляции припочвенного слоя воздуха. Другой пример мероприятий такого рода — кулисная или стерневая культура. В этом случае изменения радиационного баланса относительно невелики, но за счет значительного уменьшения скорости ветра в припочвенном слое существенно падает коэффициент турбулентного обмена, в связи с чем меняется распределение энергии в тепловом балансе.

Для того чтобы учесть влияние мероприятий первого типа, необходимо внести уточнения в формулировку задачи. В этом случае требуется рассмотреть двухслойный почвенный слой, задавая теплофизические характеристики каждой части отдельно и дополняя граничные условия условием непрерывности теплового потока и температуры на границе между слоями.

В случае мероприятий второй группы учет мелиорации осуществляется заменой соответствующих параметров на их значение с учетом действия мульчирующего фактора.

Обобщение решения на случай применения мероприятий третьей группы аналогично учету мероприятий первого типа. Основным граничным условием становится уравнение теплового баланса наружной поверхности укрытия. Отличие от решения для мероприятий первого типа в том, что в каждом конкретном случае необходимо оговорить механизм теплопередачи между поверхностью почвы и мульчирующим укрытием. Для тонких слоев воздуха под пленкой это может быть сочетание излучения и термодиффузии.

В более сложных случаях принципиально возможно задание профиля коэффициента турбулентного обмена и решение уравнения для случая турбулентного переноса внутри мульчсложения.

В перспективе возможно использование аналогичного подхода для дальнейшего обобщения задачи на случай учета растительного покрова. Особая трудность формулировки задачи при этом связана с необходимостью учета разрыва потока тепла на границе растительного покрова. При первых попытках решения задачи такого класса [31] для этой цели использован аппарат дельта-функций.

Депрессоры испарения. В последние годы начаты исследования по применению поверхностно-активных веществ (ПАВ), в том числе жирных спиртов, для снижения испарения из почвы [16, 85, 108].

Сущность этого приема заключается в том, что на гидрофобной подложке водная пленка становится неустойчивой и пленочное движение влаги к фронту испарения прекращается ¹.

¹ Пленочный перенос по сравнению с потоком пара становится определяющим для узких капилляров ($r \leq 10^{-7}$ м) при значениях парциального давления водяных паров в окружающей среде, близких к единице [86].

Эффективность уменьшения испарения с поверхности почвы при помощи мульчсложения, обработанного ПАВ, определяется степенью гидрофобности этого слоя и, следовательно, степенью насыщенности гидрофобизируемой поверхности адсорбированными молекулами ПАВ.

На механизм адсорбции существенно влияет структура адсорбата. Например, установлено, что в жирных спиртах существуют цепи молекул (в том числе бесконечно длинные), соединенные водородными связями. Известно также, что межмолекулярное взаимодействие между молекулами и группами полимерных цепей адсорбата оказывает заметное влияние на адсорбцию. Можно предполагать, что в случае адсорбата с сильным внутримолекулярным и межмолекулярным взаимодействием за счет *H*-связей возможности для адсорбции значительно уменьшаются.

Это свойство адсорбата может быть использовано, например, для определения сравнительной эффективности неионогенных поверхностно-активных веществ (ПАВ) как депрессоров физического испарения с поверхности почвы, если известна величина энергии межмолекулярных связей ПАВ.

Используя температурную зависимость вязкости некоторых ПАВ (рис. 34), были вычислены [15] значения энергии межмолекулярных связей G для спиртов фракций $C_{14}-C_{18}$, $C_{17}-C_{20}$, кубового остатка от перегонки спиртов и нонанола (табл. 11)

Т а б л и ц а 11

Энергия межмолекулярного взаимодействия
некоторых ПАВ в интервале температур 293—333 К

Т, К	G, ккал/моль			
	спирты ($C_{14}-C_{18}$)	кубовый остаток	спирты ($C_{17}-C_{20}$)	нонанол
293—303	7,4	—	7,15	7,05
303—313	5,65	5,25	5,5	6,75
313—323	4,3	5,25	3,95	6,65
323—333	—	2,22	3,9	4,45
Средние значения	5,85	4,25	5,15	6,25

В соответствии со значениями $G_{\text{ср}}$ исследованные ПАВ по их возможности к адсорбции и, следовательно, по эффективности снижения физического испарения из почвы

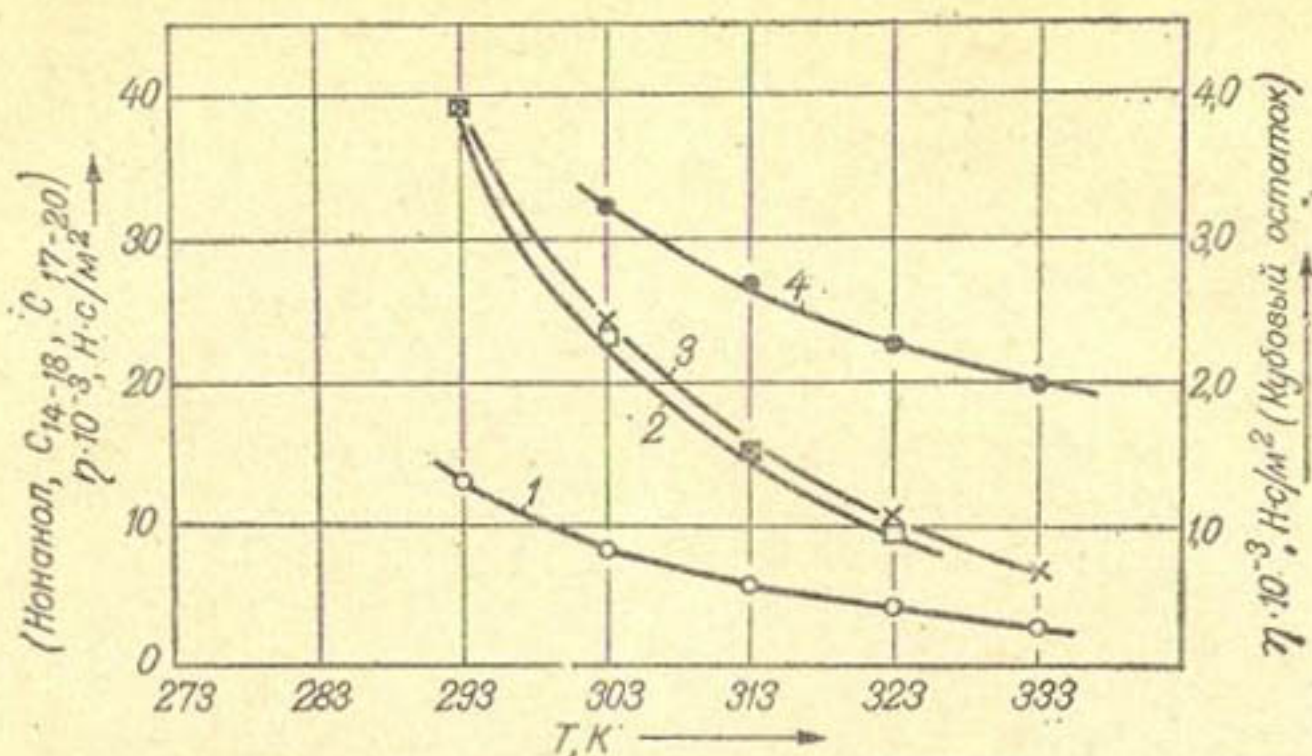


Рис. 34. Температурная зависимость вязкости некоторых ПАВ:

1 — нонанол; 2 — $C_{14}-C_{18}$; 3 — $C_{17}-C_{20}$; 4 — кубовый остаток

должны располагаться в ряд: кубовый остаток $> C_{17}-C_{20} > C_{14}-C_{18} >$ нонанол.

По результатам опытов, представленным на рис. 35, исследованные ПАВ по эффективности снижения физического испарения из почвы располагаются именно в такой последовательности¹.

С повышением температуры статистическое равновесие между адсорбированными и объемными ПАВ должно смещаться в сторону последнего. При этом будут изменяться гидрофобные свойства вещества, вплоть до их полной утраты. Критическую температуру $T_{кр}$, при которой теряются защитные свойства ПАВ, можно предсказать, если известна природа адсорбционных сил.

Если для исследованных ПАВ в механизме адсорбции существенную роль играют H -связи, то защитные свойства таких ПАВ должны теряться при температуре, близкой к 333,15 К, так как при такой температуре [15] большинство водородных связей у спиртов разрывается. При $T_{кр}$, следовательно, должны разрываться большинство H -связей между поверхностью частиц почвы и молекулами ПАВ и теряться гидрофобные свойства почвы. При этом предполагается, что энергия межмолекулярного взаимодей-

¹ Методика опытов: колонки высотой 0,1 м и внутренним диаметром 0,04 м с почвой, верхний слой которой (0,02 м) был обработан ПАВ из расчета $0,12 \cdot 10^{-3}$ кг вещества на 10^{-3} кг почвы, высушивали в термостате при температуре воздуха: 293,15 К; 313,15 К; 323,15 К; 333,15 К.

ствия адсорбата и энергия взаимодействия адсорбата с адсорбентом имеют один порядок величины.

По характеру изменения $G(T)$ (табл. 11) можно предполагать, что защитные свойства спиртов фракций C_{14} — C_{18} , C_{17} — C_{20} и нонанола будут уменьшаться пропорционально с повышением температуры; защитные же свойства кубовых остатков не должны существенно изменяться в интервале температур $293,15 \div 323,15$ К и будут резко снижаться в интервале температур $323,15 \div 333,15$ К.

Результаты опытов по исследованию влияния температуры воздуха на защитные свойства ПАВ как депрессоров физического испарения почвой (рис. 35) подтверждают выводы, сделанные относительно характера изменения защитных свойств исследованных ПАВ от температуры и критической температуры, при которой защитные свойства ПАВ практически теряются.

Рис. 35. Зависимость отношения количества оставшейся в почве воды после 600 ч сушки (g_{600}) к начальному g от температуры сушки T , К почвы с верхним слоем, обработанным различными ПАВ:

1 — кубовыми остатками от перегонки спиртов; 2 — спиртами фракций C_{17} — C_{20} ; 3 — спиртами фракций C_{14} — C_{18} ; 4 — контроль

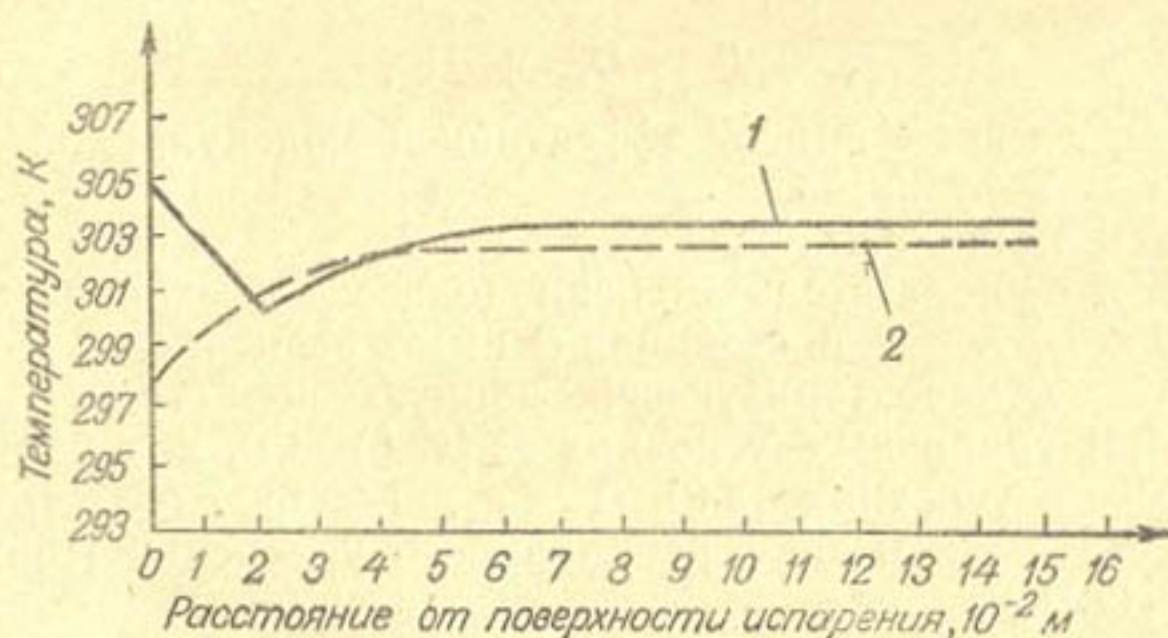
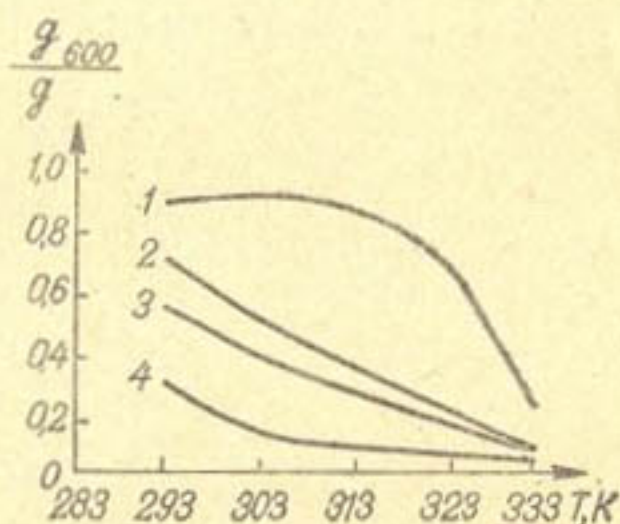


Рис. 36. Распределение температуры в почве в процессе испарения (через 300 ч):

1 — без мульчсолоя; 2 — с мульчсолоем

Так как скорость подачи воды через мульчслой к поверхности почвы меньше, чем скорость испарения, горизонт испарения передвигается к границе мульчсложения, что хорошо видно по положению наинизшего значения температуры в почве (рис. 36). При этом резко снижается скорость испарения. Наряду с общим снижением испарения уменьшается интенсивность теплопереноса влаги к фронту испарения.

9. ПЕРЕНОС И НАКОПЛЕНИЕ СОЛЕЙ

Гидродинамическая дисперсия¹. Гидродинамическая дисперсия в пористых средах — это механический или конвективный процесс вытеснения одной жидкости другой (или при смешении соленых вод с пресными) в переходной зоне — зоне дисперсии.

Дифференциальное уравнение, описывающее этот процесс, может быть представлено в следующем виде:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial X^2}, \quad (155)$$

где c — концентрация солей;

t — время;

D — коэффициент продольной дисперсии;

$X = x - vt$;

x — текущая ордината;

v — средняя скорость фильтрации.

Коэффициент продольной дисперсии равен:

$$D = D_m + \alpha v^n, \quad (156)$$

где D_m — коэффициент эффективной молекулярной диффузии;

α — постоянная;

n — показатель степени (близок к единице; при $n = 1$ постоянная α имеет размерность длины, характеризующей данную пористую среду).

При граничных условиях $c(x, 0) = 0$, $x > 0$ и начальных условиях $c(0, t) = c_0$, $t \geq 0$; $c(\infty, t) = 0$, $t \geq 0$ решением дифференциального уравнения (155) будет [122]:

¹ Различные подходы к построению математических моделей процессов миграции солей можно найти в специальной литературе [19, 32, 63, 92, 96, 105, 122].

$$\frac{c}{c_0} = (4\pi Dt)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{(x-vt)^2}{4Dt}}. \quad (157)$$

Образование солончаков. Если c_0 — концентрация солей в грунтовых водах, то при восходящем токе почвенной влаги (v положительна) может произойти накопление воднорастворимых солей в верхних горизонтах почвы. Этот процесс ведет к образованию солончаков.

Из уравнения (157), например, следует, что на расстоянии от уровня грунтовых вод $x = vt$ для $t = 1/\pi D$ концентрация солей $c = 1/2 c_0$.

В табл. 12 приведена характеристика почв по степени их засоления.

Т а б л и ц а 12

Характеристика засоленности почв [6]

Степень засоления почвы	Состояние культурной растительности	Плотный остаток, % от массы почвы	Хлор-ион Cl, % от массы почвы	Анион серной кислоты SO ₄	Примечание
Незасоленная	Нормальное	<0,3	<0,02	<0,1	—
Слабозасоленная	Слегка угнетенное	0,3—0,5 0,5—1	0,02— 0,04	0,1—0,3 0,3—0,4	Промывки не обязательны
Среднезасоленная	Угнетенное	0,5—1 1—2	<0,02 0,04— 0,1	0,3—0,4 0,4—0,6	Промывки обязательны
Сильнозасоленная	Сильно угнетенное	1—2 2—3	<0,04 0,1—0,2 <0,1	0,4—0,6 0,6—0,8	Сельскохозяйственное использование возможно после опреснения
Солончак	Гибель	>2	>0,1	>0,8	Вопрос о сельскохозяйственном освоении решается на основании экономического расчета

Наиболее распространенный метод восстановления солончаков — промывка.

Опреснение почв в процессе их промывки. Процесс промывки почв путем подачи воды на поверхность с растворением и вытеснением солей в нижележащие горизонты

или в дренаж может быть описан дифференциальным уравнением:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - v \frac{\partial c}{\partial x} + \gamma (c^* - c) = m_0 \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (158)$$

где D — коэффициент конвективной диффузии;

c^* — концентрация предельного насыщения;

γ — константа скорости растворения;

m_0 — свободная порозность.

При выводе уравнения (158) приняты следующие упрощающие предположения: $v = \text{const}$, $D = \text{const}$, $\gamma = \text{const}$.

Решение уравнения (158) при дополнительно упрощающем предположении $\gamma = 0$ с начальными и граничными условиями:

$$c(x, 0) = c_l; \quad c(0, t) = c_0; \quad \frac{dc(\infty, t)}{dx} = 0$$

получено С. Ф. Аверьяновым [105]:

$$c = c_l + (c_0 - c_l) f(\xi, \tau), \quad (159)$$

где

$$\xi = \frac{vx}{D}; \quad \tau = \frac{v^2 t}{D m_0}.$$

График функции f представлен на рис. 37.

Обычно промывная норма уточняется экспериментально. Если промывные воды имеют отток, то расчет нормы воды, необходимой для промывки почвы до заданной степени опреснения, можно произвести (Л. П. Розов) по формуле:

$$\bar{W} = W_{п.в} (1 + n) - W,$$

где $\bar{W}$ — промывная норма, м³ на 1 га;

$W_{п.в}$ — полная влагоемкость промываемого слоя;

W — запас влаги в промываемом слое;

n — экспериментальный коэффициент ($n = 1 \div 2$ — для средnezасоленных почв и $n = 2 \div 3$ — для сильнозасоленных почв).

В специальной литературе можно найти другие принципы расчета промывных норм [25].

Если уровень минерализованных грунтовых вод залегает на глубине, близкой к критической, то неконтролируемое орошение может привести к засолению первоначально незасоленных почв — вторичное засоление. Критическим уровнем грунтовых вод назы-

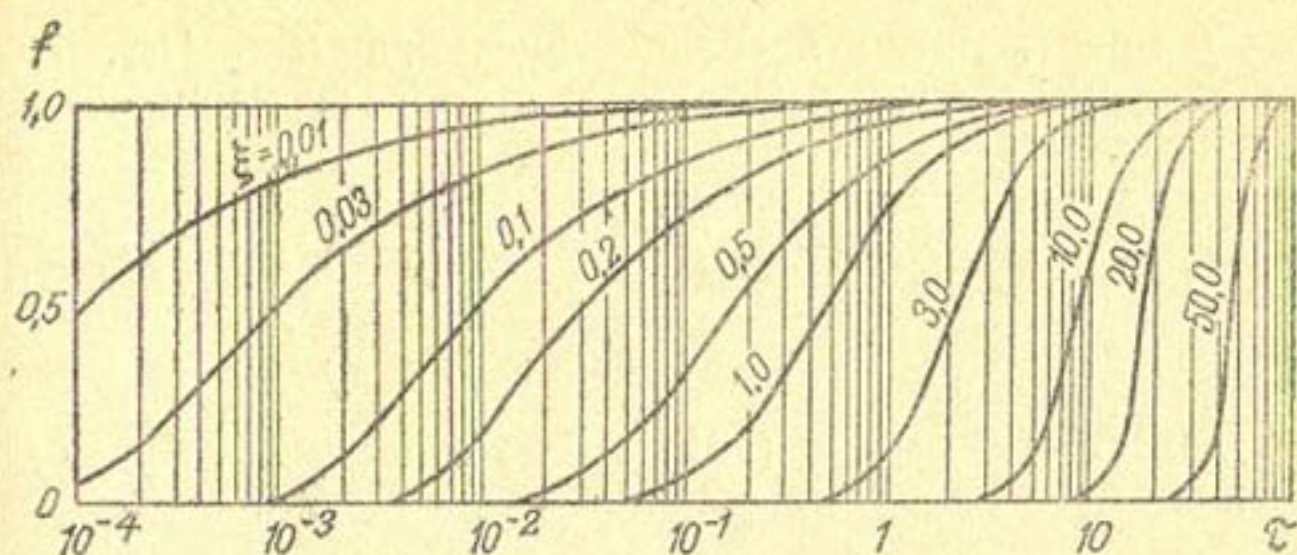


Рис. 37. График функции f [105]

вают такую глубину их залегания, при которой капиллярная кайма достигает корнеобитаемой зоны и может вызвать ее засоление.

Ориентировочно за критическую глубину залегания грунтовых вод можно принять эффективную высоту капиллярного подъема ($\approx 3,3$ м, см. раздел 3 главы III). Для тяжелых почв это значение должно быть увеличено примерно в 1,5—2 раза, а для легких песчаных — уменьшено в 1,5—2 раза.

Более точно задача о критическом уровне грунтовых вод может быть решена, если использовать подход, примененный при расчете глубины залегания грунтовых вод, обеспечивающих заданные предельные значения влажности корнеобитаемого слоя [49, 112].

Существенное понижение уровня грунтовых вод с целью предотвращения вторичного засоления достигается вертикальным дренажем.

Связь между параметрами скважины (см. рис. 30, а) и ее дебитом легко получить, исходя из следующих рассуждений. Дебит скважины q в безнапорном водоносном горизонте при стационарном режиме равен расходу потока, проходящего через цилиндрический водоносный горизонт радиусом x и мощностью y . Для закона фильтрации (71) запишем q :

$$q = 2\pi xyK_0 \left(\frac{dy}{dx} - i_0 \right), \quad (160)$$

где $i_0 = \frac{4}{3}I_0$.

Проинтегрируем (160) при следующих граничных условиях (см. рис. 30, а): $x = r_k$ для $y = H_k$; $x = R$ для $y = H_0$. Интегрирование существенно упрощается, если

для y при i_0 принять среднее значение $\bar{H} \in [H_k, H_0]$. Интегрируя и решая (160) при этом допущении относительно q , найдем

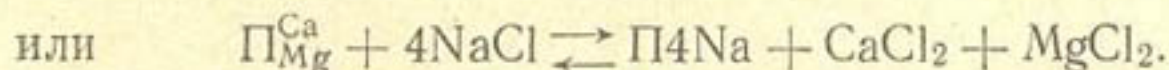
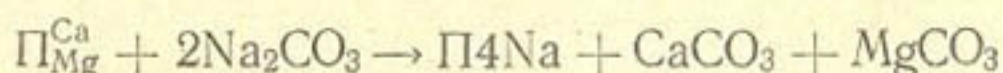
$$q = \frac{\pi K_0 [(H_0^2 - H_k^2) - 2i_0 \bar{H} (R - r_k)]}{\ln \frac{R}{r_k}}. \quad (161)$$

Для $i_0 = 0$ вместо (161) имеем известное выражение Дюпюи, полученное на основе закона Дарси:

$$q = \frac{\pi K_0 (H_0^2 - H_k^2)}{\ln \frac{R}{r_k}}. \quad (162)$$

Расчет по (162) показывает, что для реализуемых на практике условий: $K_0 = 10^{-5}$ м/с; $H_0 = 80$ м; $H_k = 30$ м; $R = 1000$ м; $r_k = 0,25$ м дебит колодца q составит $1,9 \cdot 10^{-2}$ м³/с (19 л/с), и, таким образом, один колодец сможет обслужить свыше 300 га земли. Практика показывает, что при глубине колодца 100—150 м на породах с удовлетворительными фильтрационными свойствами при дебите в 10^{-2} — 10^{-1} м³/с (10—100 л/с) один колодец обслуживает 100—500 га.

Образование солонцов. Растворенные соли, передвигаясь с водным потоком, могут вступать в обменные реакции с поглощающим комплексом почв, например, по типу:



Этот процесс может превратить почву в солонец. В табл. 13 приведено одно из существующих [6] подразделений почв по степени солонцеватости.

В главе II отмечалось, что стандартный способ освоения солонцов — гипсование: под содовые солонцы вносят примерно 20—25 т гипса на 1 га, под остальные солонцы — 5—10 т.

В тех случаях, когда в обменном комплексе почвы накапливаются водородные ионы, реакция среды становится кислой. Для большинства же культурных растений благоприятной для произрастания является нейтральная, слабокислая или слабощелочная среда.

Т а б л и ц а 13

Степень солонцеватости почв [6]

Степень солонцеватости почв	Количество поглощенного натрия, % от емкости поглощения	Примечание
Слабосолонцеватые	≤ 10	Пригодны для сельскохозяйственного использования без химизации
Сильно-солонцеватые	10—30	Пригодны для сельскохозяйственного использования, но одновременно необходима химизация с обязательной промывкой продуктов обмена
Солонцы	≥ 30	Требуют химизации и промывок до начала сельскохозяйственного освоения

По величине рН (абсолютное значение логарифма концентрации ионов водорода) различают почвы:

Сильнокислые	рН < 4,5
Среднекислые	рН 4,6—5
Слабокислые	рН 5,1—5,5

Как уже отмечалось (глава II), главным мероприятием по уменьшению кислотности почвы является известкование.

В табл. 14 приведены дозы углекислой извести для различных почв в зависимости от рН среды.

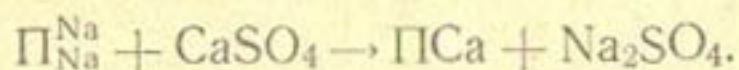
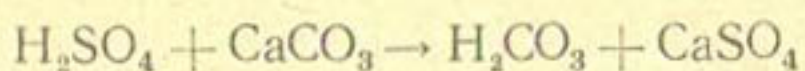
Т а б л и ц а 14

Нормальные дозы углекислой извести, т на 1 га [6]

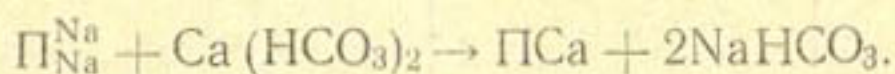
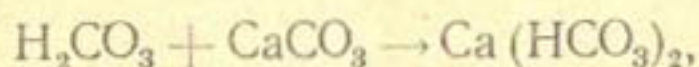
Почвы	рН					
	$\leq 4,5$	4,6	4,8	5	5,2	5,4—5,5
Супесчаные и легкие суглинки	4	3,5	3	2,5	2	1—2
Средние и тяжелые суглинки	6	5,5	5	4,5	4	3,5—4

Для мелиорации карбонатных солонцов применяют кислотование [25]. В этом методе реализуется идея об использовании серной кислоты для получения гипса в самой почве.

При внесении серной кислоты в почву реакции протекают по схеме:



Образовавшаяся углекислота также вступает в реакцию:



Как показывает практика, применение отработанной серной кислоты на фоне эффективного дренажа является мощным приемом химической мелиорации не только солонцов, но и содовых солончаков.

Материалы предыдущих разделов книги позволяют сформулировать некоторые общие требования к режиму промывок. Главные из них сводятся к следующим.

1. Промывки проводятся на хорошо спланированных территориях и лишь в том случае, когда проведены мероприятия, предотвращающие вторичное засоление, затопление и другие нежелательные последствия.

2. Скорость нисходящего потока должна быть такой, чтобы время контакта промывного раствора с почвой было достаточным для более полного протекания обменных реакций, растворения и диффузии солей за пределы двойного слоя.

3. Потери воды на инфильтрацию через крупные поры и трещины должны быть минимальными; фронт пропитки должен охватывать главным образом мелкие поры.

4. Интенсивность подачи промывной воды должна быть такой, чтобы предотвратить кольматацию порового пространства защемленным газом и коллоидными частицами.

5. Газообмен между почвенным и атмосферным воздухом в процессе промывок по возможности не должен прекращаться.

Эти требования наиболее полно выполняются при промывках дождеванием (или малыми нормами без затопления) и при электромелиорации. Практика показывает [76], что прерывистые промывки малыми нормами без затопления эффективнее в 2—3 раза по сравнению с промывками большими нормами с затоплением.

10. ЭЛЕКТРОМЕЛИОРАЦИЯ ЗАСОЛЕННЫХ ПОЧВ

Теоретические основы электромелиорации. Одной из наиболее серьезных причин малой эффективности метода промывок засоленных (особенно содово-засоленных) почв является незначительная водопроницаемость таких почв, их слабая соле- и водоотдача [4, 20, 21, 22, 133]. Поиски путей повышения фильтрационной способности засоленных почв привели к идее о применении для этих целей постоянного электрического тока (электромелиорации).

Под воздействием постоянного электрического тока в почве протекает комплекс физических и физико-химических процессов, приводящих к выносу вредных для растений солей и улучшению водно-воздушного и питательного режима почвы. Рассмотрим главные из них.

Электроосмос. Если почву моделировать набором цилиндрических непересекающихся капилляров одного размера, то для расхода Q_E вместо (36) справедлива зависимость:

$$Q_E = \frac{n\pi R^2 e \zeta E}{4\pi\eta}, \quad (163)$$

где (кроме известных обозначений) R — радиус капилляра пор;

n — плотность пор;

E — градиент потенциала электрического поля.

Для напорного потока (см. формулу 58) с учетом обозначений (59) имеем:

$$Q = \frac{n\pi R^4 \rho g I}{8\eta}. \quad (164)$$

Сравнивая (163) и (164), найдем:

$$\frac{Q_E}{Q} = \frac{A}{R^2}, \quad (165)$$

где

$$A = \frac{2e\zeta E}{\pi\rho g I}.$$

Из (165) видно, что если при прочих равных условиях,

$$R \rightarrow \infty, \text{ то } \frac{Q_E}{Q} \rightarrow 0; \quad R \rightarrow 0, \frac{Q_E}{Q} \rightarrow \infty,$$

т. е. в тех условиях, когда напорный поток $Q \rightarrow 0$, электроосмотический поток $Q_E \rightarrow \infty$.

За меру эффективности электроосмотического воздействия на грунты принимают величину $h_э = \frac{K_э}{K}$, называемую удельным электроосмотическим напором (здесь $K_э$ — коэффициент электроосмоса, K — коэффициент фильтрации).

Таким образом, относительная эффективность электроосмоса при прочих равных условиях тем выше, чем менее водопроницаемы образец или его часть для напорного потока.

Миграция ионов. Электролиз. В постоянном электрическом поле ион движется со скоростью

$$v_n = BZeE,$$

где B — подвижность иона;

Z и e — его валентность и заряд соответственно.

С учетом скорости электроосмоса результирующая скорость:

$$\bar{v} = v_n \pm v_E.$$

Здесь знак плюс относится к катионам, а знак минус — к анионам.

В табл. 15 представлены экспериментальные значения скорости передвижения некоторых ионов v_n в различных грунтах.

Т а б л и ц а 15

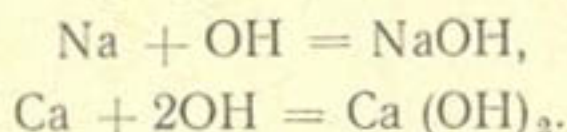
Скорость передвижения ионов в различных грунтах
(по Г. Н. Жинкину)

Грунт	$v_n \cdot 2,8 \cdot 10^{-3}, \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$			
	Na	$J^- (\text{Cl}^-)$	Ca^{2+}	Fe^{2+}
Латинская глина	0,46	0,71	0,8	—
Моренный суглинок (ленинградский)	0,58	0,61	0,9	0,2
Суглинок из Валдая	—	0,65	—	—

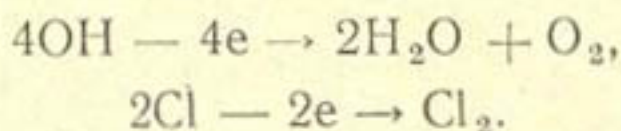
Так как на скорость передвижения ионов по грунту в постоянном электрическом поле оказывают влияние адсорбционные и обменные процессы, то эти значения несколько отличаются от истинных значений v_n . С увеличением концентрации ионов в растворе истинная скорость

движения ионов уменьшается за счет тормозящего действия взаимодействующих друг с другом ионов.

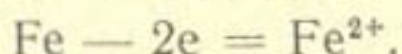
Ионы водорода восстанавливаются на катоде с выделением водорода в виде газа; катионы натрия и кальция не восстанавливаются на катоде и скапливаются в катодной зоне в виде ионов, образуя щелочные растворы:



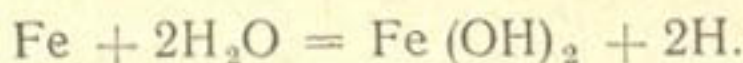
На неокисляющемся аноде (уголь, платина) происходит окисление анионов с выделением газа:



В случае окисляющихся анодов (например, железа) происходит окисление материала:



Ионы железа, взаимодействуя с водой, образуют гидрат закиси железа, повышают концентрацию ионов водорода:



Таким образом, в анодной зоне происходит понижение, а в катодной — повышение pH среды.

В применяемых схемах расстановки электродов в полевых условиях [12] размеры анодной и катодной зон составляют доли процента от обрабатываемой площади, и вклад приэлектродных процессов в мелиоративный эффект в этих случаях незначителен. Однако в практике электрозакрепления слабых грунтов и в лабораторных опытах по восстановлению засоленных почв [2] могут быть созданы условия, при которых приэлектродные процессы захватывают практически весь объем обрабатываемого грунта.

Адсорбция. Обменные реакции. На поверхности раздела фаз имеет место или увеличение, или уменьшение концентрации одного или нескольких компонентов. Адсорбционная способность поглощающего комплекса почвы носит обменный характер: при поглощении одних ионов в раствор переходит эквивалентное количество других (раздел 2 главы II).

Понижение pH среды в анодной зоне, происходящее под действием постоянного электрического тока, способ-

ствуется вытеснению натрия, находящегося в поглощающем комплексе, ионом Н в почвенный раствор. После этого ион Na переносится к катоду. Вытеснению поглощенного Na из почвы способствует увеличение концентрации ионов Ca^{2+} в почвенном растворе; на этом основаны обычные приемы мелиорации солонцов.

Растворение солей и составных компонентов почвы. Изменение рН среды при электромелиорации приводит к растворению нерастворимых до воздействия постоянного электрического тока солей и составных элементов почвы.

В работах А. А. Батурина [10] показано, что под действием электрического тока происходит быстрое разложение труднорастворимых соединений, что ведет к резкому изменению химизма почв. А. Ф. Вадюниной и Е. А. Молчановой отмечено существенное повышение растворимости гипса в процессе электромелиорации гипсоносной засоленной почвы [22].

Изменение влагопроводности почвогрунтов. При некоторой напряженности постоянного электрического поля разрушается структура почвенного раствора [15], что приводит к существенному повышению влагопроводности почвы за счет: 1) течения почвенного раствора, определяемого вязкостью разрушенной структуры η_{∞} ; 2) вовлечения в «строй действующих» мелких пор. Опыт показывает [12, 133, 134], что эти факторы во многих практических случаях являются главными в процессах электромелиорации засоленных почв.

Прочие факторы. Дополнительное повышение фильтрационной способности почв в постоянном электрическом поле может быть связано с тем, что: 1) электрофорез коллоидных частиц при определенных условиях приводит к «раскольматированию» порового пространства; 2) адсорбированные на стенках пор газы будут снесены электроосмотическим потоком (влияние адсорбированных газов на водопроницаемость, см. раздел I главы IV); 3) растворение составных компонентов почвы приводит к изменению геометрии порового пространства среды; 4) повышение температуры системы при высоких плотностях тока изменяет реологические свойства почвенного раствора, его растворяющую способность и скорость физико-химических процессов.

Следует подчеркнуть, что повышенная водопроницаемость почвы сохраняется и после прекращения воздей-

ствия постоянного электрического поля [12, 133]. В опытах А. Ф. Вадюниной и Е. А. Молчановой водопроницаемость гипсоносных солончаков при электромелиорации возросла в 2—4 раза [22].

Лабораторные и полевые опыты, краткий обзор которых дан в [15], подтверждают основной вывод, следующий из анализа процессов, протекающих в постоянном электрическом поле, — электромелиорация слабОВОдопроницаемых засоленных почв эффективна.

Полевые опыты по электромелиорации. Действие указанных выше факторов носит сложный характер. В частности, скорость удаления избытка солей, степень рассоления и экономическая эффективность электромелиорации в значительной мере зависят от соотношения электроосмоса и миграции ионов в общем явлении. Это соотношение при прочих равных условиях зависит от концентрации и состава солей в почве и почвенном растворе: при данной напряженности поля поток ионов, мигрирующих в электрическом поле, растет с увеличением их концентрации в растворе; с другой стороны, электроосмотический поток воды и солей пропорционален величине электрокинетического потенциала почвы, который понижается с увеличением концентрации почвенного раствора. Таким образом, изменение концентрации почвенного раствора оказывает взаимно противоположное влияние на оба процесса.

Способствуя вытеснению натрия из поглощающего комплекса, ионы кальция в то же время эффективно понижают электрокинетический потенциал почвы, подавляя электроосмотический поток воды и солей. Учитывая оба эффекта, можно предполагать существование оптимальных для электромелиорации соотношений указанных ионов.

В ходе электромелиорации изменяется как концентрация солей в почвенном растворе, так и их состав, что приводит к изменению исходного соотношения обоих процессов, обеспечивающих удаление солей, поэтому эффективность и технико-экономические показатели электромелиорации (например, расход энергии на удаление единицы массы вредных солей) также меняются в ходе самого процесса.

Полевые опыты производственного характера по электромелиорации, по-видимому, впервые выполнены Дж. Коллопием [15], который проводил их на четырех

участках с высоким уровнем грунтовых вод. В качестве катода использовались трубы, провода и т. п. Параллельно катоду на расстоянии от 30 до 360 м от него на глубину до 1,5 м вводились анодные стержни в основном из металла, на расстоянии 15 м друг от друга. Сила тока от 3 до 45 А, напряжение от 15 до 75 В. Автор предлагает проводить электромелиорацию на почвах с высоким содержанием кальция или с одновременным его внесением.

На опытном участке в течение 19 лет не производилось никаких посевов. Электрообработка продолжалась 58 дней (расстояние между анодными и катодными стержнями 153 м, сила тока 21 А, напряжение 24 В). К концу 50-го дня обработки почвы уровень грунтовых вод снизился на 1,5 м, содержание натрия в дренажной воде увеличилось в 20 раз. К концу опыта содержание натрия в почве настолько снизилось, что почву перевели в платный класс.

В 1967 г. на полуострове Мангышлак Казахский н.-и. институт земледелия провел опыт по электромелиорации засоленных почв¹. Участок расположен в 800—1000 м к северу от города и в 1,5—2 км от берега моря.

Климат района резко континентальный, с умеренно холодной, короткой, малоснежной зимой и жарким продолжительным летом. Среднегодовая сумма осадков до 160 мм. На территории участка уровень грунтовых вод колеблется от 1,5 до 4 м, а степень минерализации — от 9,6 до 51,3 г/л.

На опытном участке уровень грунтовых вод составлял 2,37 м со степенью минерализации 9,65 г/л. Общее содержание солей в слое 0—1 м на опытном участке 1023 кг (или 56,1 т/га).

Размер участка 192 м² (16×12 м). Общий объем грунта под опытом 307,2 м³ (192×1,6 м).

Перед опытом на участке было проведено лущение плугами без отвалов на глубину 12—14 см и двукратное дискование. Кроме того, на участок было подано 40 м³ воды, а во время опыта в анодную зону — еще 9 м³. Всего было подано 49 м³ воды, что равно 120% от полевой влагоемкости.

Катодом являлась обсадная перфорированная труба длиной 8 м, забитая в наблюдательную скважину. Анодом служили газовые трубы длиной 1,8—2 м, диаметром

¹ Опыт проводился Е. Б. Айбасовым при участии автора.

1 $\frac{1}{4}$ —1 $\frac{1}{2}$ дюйма. Трубы забивались по трем сторонам участка на глубину 1,6—1,8 м, через 5 м и сваривались между собой железными прутьями.

Источником постоянного тока был сварочный преобразователь ПСО-300 мощностью 14 кВт.

Опыт начался через 7 дней после подачи воды. Сила тока в первые 7 ч составляла 30 А, напряжение — 44 В. В последующие 7 ч сила тока была увеличена до 60 А, а напряжение — до 60 В.

Через 14 ч и до конца опыта (160 ч) напряжение составляло 6 В при силе тока 30 А.

Средняя плотность тока по аноду $D \approx 1$ А/м². Общий расход электроэнергии составил 84,8 кВт·ч.

В опыте градиент потенциала составлял $37 \cdot 10^{-5}$ — $5 \cdot 10^{-5}$ В/м.

На опытном участке были выделены анодные, срединные и катодная зоны, а также 6 площадок, на которых в 3-кратной повторности отбирались почвенные пробы на глубину до 1,6 м: через 0,1 м от 0 до глубины 1 м и через 0,2 м от 1 до 1,6 м.

У катода, как и следовало ожидать, произошло увеличение рН с 7,1 до 7,7 в слое 0—1,6 м. В срединной зоне произошло снижение рН с 7,7 до 7 на глубине 0,5—1 м.

У анода также произошло значительное снижение рН, особенно заметное на глубине 1—1,6 м.

Анализ водной вытяжки показал, что через неделю после начала опыта общее содержание солей в метровой толще на опытном участке снизилось с 1023 до 781 кг, т. е. на 23,7%.

Вследствие образования кислой среды у анода, способствующей растворению средне- и труднорастворимых соединений Са, содержание Са у анода, несмотря на большее количество воды и, следовательно, на большее вымывание, уменьшилось всего на 16,9%, в то время как у катода — на 31,8% и в середине — на 43,7% (табл. 16).

Наиболее активно растворение Са происходит в верхнем горизонте, в слое 0—0,5 м. В этом слое наблюдалось незначительное увеличение содержания SO₄ у анода и уменьшение у катода и в срединной зоне почвы (табл. 17).

Уменьшение содержания SO₄²⁻ в катодной и срединной зонах в 4—5 раз по сравнению с анодной зоной в слое 0—1 м в общем характерно для электролизной разгонки SO₄²⁻.

Содержание Cl-иона, как и Na, в составе солей незначительное. Снижение содержания Cl-иона в верхнем го-

Т а б л и ц а 16

Изменение содержания Са под воздействием электроосмоса, килоэквивалент на 1 кг почвы · 10⁵

№ площад-ки	Зона	Содержание Са до опыта в слое			Содержание Са после опыта в слое			Разница в содер-жании Са (слой 0—1 м), %
		0—0,5 м	0,5—1 м	0—1 м	0—0,5 м	0,5—1 м	0—1 м	
1	Катодная	34,1	22,7	56,8	22,9	17,5	40,4	31,8
6	Срединная	11,9	19,9	31,8	4,6	14,2	18,8	43,7
2	Анодная	10,1	11,2	21,3	10,9	6,8	17,7	16,9

Т а б л и ц а 17

Изменение содержания SO_4^{2-} под воздействием электроосмоса, килоэквивалент на 1 кг почвы · 10⁵

№ площад-ки	Зона	До опыта в слое			После опыта в слое			Разница в содер-жании Са (слой 0—1 м), %
		0—0,5 м	0,5—1,0 м	0—1,0 м	0—0,5 м	0,5—1 м	0—1 м	
1	Катодная	55,8	25	80,8	30,3	21,8	52,1	35,5
6	Срединная	14,9	24	38,9	5,7	16,6	21,9	43,6
2	Анодная	13,4	14,2	27,6	15,6	9,5	25,1	9,05

ризонте (0—0,5 м) связано не столько с электроосмотическим смещением, сколько с гравитационным потоком и вымыванием в нижние горизонты.

Однако в нижнем горизонте увеличение содержания Cl -иона у анода и уменьшение в срединной зоне характерно для электрохимического смещения Cl -иона.

Почвы опытного участка отличались средней водопроницаемостью. При подаче 49 м³ воды, в результате чего общий запас влаги в слое 0—1 м составлял 120% от полевой влагоемкости, часть солей сместилась в нижние горизонты, поэтому действительная картина перемещения солей усложняется.

В табл. 18 и 19 приведены водные вытяжки исходной почвы и почвы после опыта.

А. Ф. Вадюнина и П. Н. Березин [21] провели полевой опыт близ IV шлюза Волго-Донского канала (Волгоград) на солонцовом солончаке. Для опыта выделялись

Таблица 18

Водная вытяжка почвы до опыта, %/килоэквивалент

Зона	Глубина, м	pH почвы	Общая щелочность HCO_3	Cl-ион	SO_4^{2-}	Ca	Mg	Na	Плотный остаток, %
Катод	0—0,1	7,1	$\frac{0,04}{0,62}$	$\frac{0,02}{0,45}$	$\frac{1,74}{36,2}$	$\frac{0,42}{20,9}$	$\frac{0,16}{13,32}$	$\frac{0,07}{3,1}$	2,44
	0,1—0,2	7,1	$\frac{0,04}{0,59}$	$\frac{0,01}{0,36}$	$\frac{0,62}{13}$	$\frac{0,16}{7,8}$	$\frac{0,05}{4,08}$	$\frac{0,05}{2,07}$	0,93
	0,2—0,3	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,3—0,4	7,5	$\frac{0,04}{0,59}$	$\frac{0,01}{0,34}$	$\frac{0,1}{1,8}$	$\frac{0,03}{1,5}$	$\frac{0,003}{0,24}$	$\frac{0,02}{1}$	0,19
	0,4—0,5	7,1	$\frac{0,03}{0,56}$	$\frac{0,01}{0,22}$	$\frac{0,23}{4,75}$	$\frac{0,08}{3,9}$	$\frac{0,007}{0,57}$	$\frac{0,02}{1,06}$	0,38
	0,5—0,6	7,1	$\frac{0,04}{0,59}$	$\frac{0,01}{0,22}$	$\frac{0,22}{4,5}$	$\frac{0,08}{4,1}$	$\frac{0,005}{0,41}$	$\frac{0,01}{0,8}$	0,39
	0,6—0,7	7,1	$\frac{0,03}{0,56}$	$\frac{0,01}{0,22}$	$\frac{0,24}{5}$	$\frac{0,09}{4,55}$	$\frac{0,007}{0,57}$	$\frac{0,01}{0,66}$	0,39
	0,7—0,8	7	$\frac{0,03}{0,56}$	$\frac{0,01}{0,22}$	$\frac{0,25}{5,25}$	$\frac{0,09}{4,55}$	$\frac{0,009}{0,74}$	$\frac{0,02}{0,74}$	0,41
	0,8—0,9	6,9	$\frac{0,04}{0,59}$	$\frac{0,01}{0,22}$	$\frac{0,25}{5,25}$	$\frac{0,1}{4,85}$	$\frac{0,006}{0,5}$	$\frac{0,02}{0,72}$	0,42
	0,9—1	6,9	$\frac{0,03}{0,56}$	$\frac{0,006}{0,17}$	$\frac{0,24}{5}$	$\frac{0,09}{4,65}$	$\frac{0,007}{0,57}$	$\frac{0,01}{0,51}$	0,35
Серединка	0—0,1	7,3	$\frac{0,022}{0,36}$	$\frac{0,006}{0,16}$	$\frac{0,09}{1,9}$	$\frac{0,03}{1,4}$	$\frac{0,004}{0,3}$	$\frac{0,01}{0,58}$	0,16
	0,1—0,2	8	$\frac{0,03}{0,5}$	$\frac{0,008}{0,24}$	$\frac{0,1}{2,1}$	$\frac{0,02}{1}$	$\frac{0,01}{1}$	$\frac{0,05}{0,01}$	0,15
	0,2—0,3	7,8	$\frac{0,02}{0,38}$	$\frac{0,008}{0,24}$	$\frac{0,16}{3,3}$	$\frac{0,05}{2,6}$	$\frac{0,01}{0,6}$	$\frac{0,01}{0,57}$	0,26
	0,3—0,4	7,6	$\frac{0,02}{0,34}$	$\frac{0,0098}{0,28}$	$\frac{0,19}{4}$	$\frac{0,08}{3,9}$	—	$\frac{0,01}{0,45}$	0,14
	0,4—0,5	7,6	$\frac{0,02}{0,38}$	$\frac{0,01}{0,32}$	$\frac{0,173}{3,6}$	$\frac{0,06}{3}$	$\frac{0,01}{1}$	$\frac{0,01}{0,5}$	0,29
	0,5—0,6	7,6	$\frac{0,022}{0,36}$	$\frac{0,01}{0,32}$	$\frac{0,2}{4,1}$	$\frac{0,07}{3,3}$	$\frac{0,01}{0,9}$	$\frac{0,008}{0,36}$	0,32

Продолжение табл. 18

Зона	Глубина, м	pH почвы	Общая щелочность HCO_3^-	Cl-ион	SO_4^{2-}	Ca	Mg	Na	Плотный остаток, %
Сере- дина	0,6—0,7	7,6	$\frac{0,02}{0,38}$	$\frac{0,02}{0,46}$	$\frac{0,202}{4,2}$	$\frac{0,08}{4}$	$\frac{0,008}{0,7}$	$\frac{0,015}{0,66}$	0,35
	0,7—0,8	7,7	$\frac{0,022}{0,36}$	$\frac{0,01}{0,32}$	$\frac{0,24}{5}$	$\frac{0,07}{3,5}$	$\frac{0,02}{1,5}$	$\frac{0,05}{0,23}$	0,37
	0,8—0,9	7,7	$\frac{0,022}{0,36}$	$\frac{0,01}{0,32}$	$\frac{0,28}{5,8}$	$\frac{0,1}{4,9}$	$\frac{0,014}{1,2}$	$\frac{0,05}{0,25}$	
	0,9—1	7,9	$\frac{0,02}{0,34}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,23}{4,9}$	$\frac{0,08}{4,2}$	$\frac{0,01}{1}$	$\frac{0,005}{0,21}$	0,37
Анод	0—0,1	7,7	$\frac{0,03}{0,5}$	$\frac{0,014}{0,4}$	$\frac{0,06}{1,3}$	$\frac{0,016}{0,4}$	$\frac{0,005}{0,4}$	$\frac{0,016}{0,68}$	0,15
	0,1—0,2	7,6	$\frac{0,02}{0,4}$	$\frac{0,008}{0,24}$	$\frac{0,07}{1,5}$	$\frac{0,022}{1,1}$	$\frac{0,004}{0,3}$	$\frac{0,01}{0,44}$	0,14
	0,2—0,3	7,8	$\frac{0,03}{0,46}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,14}{3}$	$\frac{0,042}{2,1}$	$\frac{0,015}{1,2}$	$\frac{0,01}{0,42}$	0,25
	0,3—0,4	7,7	$\frac{0,02}{0,31}$	$\frac{0,008}{0,22}$	$\frac{0,125}{2,6}$	$\frac{0,04}{2}$	$\frac{0,008}{0,7}$	$\frac{0,007}{0,33}$	0,21
	0,4—0,5	7,5	$\frac{0,02}{0,3}$	$\frac{0,014}{0,4}$	$\frac{0,24}{5}$	$\frac{0,09}{4,5}$	$\frac{0,012}{1}$	$\frac{0,007}{0,3}$	0,37
	0,5—0,6	7,5	$\frac{0,02}{1,3}$	$\frac{0,008}{0,22}$	$\frac{0,235}{4,9}$	$\frac{0,09}{4,3}$	$\frac{0,009}{0,8}$	$\frac{0,004}{0,16}$	0,36
	0,6—0,7	7,5	$\frac{0,02}{0,32}$	$\frac{0,007}{0,2}$	$\frac{0,178}{3,7}$	$\frac{0,064}{3,2}$	$\frac{0,015}{1,2}$	$\frac{0,003}{0,13}$	0,27
	0,7—0,8	7,5	$\frac{0,02}{0,32}$	$\frac{0,006}{0,18}$	$\frac{0,139}{2,9}$	$\frac{0,044}{2,2}$	$\frac{0,013}{1,1}$	$\frac{0,002}{0,1}$	0,22
	0,8—0,9	7,9	$\frac{0,02}{0,3}$	$\frac{0,009}{0,12}$	$\frac{0,082}{1,7}$	$\frac{0,02}{0,9}$	$\frac{0,012}{1,1}$	$\frac{0,002}{0,1}$	0,14
	0,9—1	7,9	$\frac{0,02}{0,3}$	$\frac{0,015}{0,42}$	$\frac{0,05}{1}$	$\frac{0,01}{0,6}$	$\frac{0,011}{0,9}$	$\frac{0,002}{0,1}$	0,1

Т а б л и ц а 19

Водная вытяжка почвы после опыта, %/килоэквивалент

Зона	Глубина, м	pH почвы	Общая щелочность HCO_3	Cl	SO_4^{2-}	Ca	Mg	Na	Плотный остаток, %
Катод	0—0,1	7,7	$\frac{0,023}{0,38}$	$\frac{0,02}{0,7}$	$\frac{0,54}{11,3}$	$\frac{0,2}{9,6}$	$\frac{0,02}{1,9}$	$\frac{0,03}{1,41}$	0,80
	0,1—0,2	7,9	$\frac{0,02}{0,34}$	$\frac{0,01}{0,4}$	$\frac{0,56}{11,6}$	$\frac{0,11}{5,7}$	$\frac{0,03}{2,3}$	$\frac{0,02}{1}$	0,73
	0,2—0,3	7,8	$\frac{0,02}{0,36}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,21}{4,4}$	$\frac{0,1}{3,8}$	$\frac{0,01}{1,2}$	$\frac{0,01}{0,45}$	0,33
	0,3—0,4	7,6	$\frac{0,02}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,3}$	—	$\frac{0,02}{0,9}$	—	$\frac{0,01}{0,38}$	0,05
	0,4—0,5	7,6	$\frac{0,03}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,14}{3}$	$\frac{0,06}{2,9}$	—	$\frac{0,01}{0,39}$	0,24
	0,5—0,6	7,6	$\frac{0,03}{0,5}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,20}{4,1}$	$\frac{0,06}{3}$	$\frac{0,03}{2,2}$	$\frac{0,01}{0,41}$	0,32
	0,6—0,7	7,7	$\frac{0,03}{0,5}$	$\frac{0,0}{0,2}$	$\frac{0,21}{4,4}$	$\frac{0,09}{4}$	—	$\frac{0,01}{0,43}$	0,34
	0,7—0,8	7,7	$\frac{0,02}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,2}$	$\frac{0,2}{4,3}$	$\frac{0,09}{4,6}$	$\frac{0,01}{0,8}$	$\frac{0,01}{0,6}$	0,25
	0,8—0,9	7,9	$\frac{0,02}{0,3}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,22}{4,6}$	$\frac{0,06}{3}$	$\frac{0,01}{1}$	$\frac{0,02}{0,73}$	0,32
	0,9—1	7,8	$\frac{0,02}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,2}$	$\frac{0,21}{4,4}$	$\frac{0,06}{2,9}$	$\frac{0,02}{1,5}$	$\frac{0,01}{0,6}$	0,31
Середина	0—0,1	7,8	$\frac{0,03}{0,5}$	$\frac{0,01}{0,3}$	—	$\frac{0,01}{0,5}$	—	$\frac{0,01}{0,45}$	0,06
	0,1—0,2	7,8	$\frac{0,03}{0,6}$	$\frac{0,01}{0,2}$	—	$\frac{0,01}{0,6}$	—	$\frac{0,014}{0,6}$	0,07
	0,2—0,3	7,4	$\frac{0,03}{0,5}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,06}{1,2}$	$\frac{0,01}{0,6}$	$\frac{0,006}{0,5}$	$\frac{0,015}{0,63}$	0,12
	0,3—0,4	7,2	$\frac{0,3}{0,5}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,06}{1,2}$	$\frac{0,2}{0,9}$	$\frac{0,012}{1}$	$\frac{0,015}{0,63}$	0,15
	0,4—0,5	7	$\frac{0,03}{0,5}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,14}{2,9}$	$\frac{0,04}{2}$	$\frac{0,018}{1,5}$	$\frac{0,014}{0,64}$	0,25
	0,5—0,6	7,3	$\frac{0,02}{0,3}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,14}{2,9}$	$\frac{0,05}{2,4}$	$\frac{0,008}{0,7}$	$\frac{0,013}{0,56}$	0,26

Продолжение табл. 19

Зона	Глубина, м	pH почвы	Общая щелочность HCO_3	Cl	SO_4^{2-}	Ca	Mg	Na	Плотный остаток, %
Сере- дина	0,6—0,7	7,2	$\frac{0,02}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,4}$	$\frac{0,12}{2,6}$	$\frac{0,04}{2,1}$	$\frac{0,008}{0,7}$	$\frac{0,013}{0,55}$	0,23
	0,7—0,8	6,9	$\frac{0,02}{0,3}$	$\frac{0,01}{0,2}$	$\frac{0,17}{3,5}$	$\frac{0,06}{3}$	$\frac{0,005}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,4}$	0,27
	0,8—0,9	6,8	$\frac{0,02}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,19}{3,9}$	$\frac{0,06}{3}$	$\frac{0,014}{1,2}$	$\frac{0,011}{0,5}$	0,31
	0,9—1	6,7	$\frac{0,02}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,3}$	$\frac{0,18}{3,7}$	$\frac{0,07}{3,7}$	$\frac{0,005}{0,4}$	$\frac{0,01}{0,4}$	0,3
Анод	0—0,1	7,7	$\frac{0,03}{0,46}$	$\frac{0,012}{0,34}$	$\frac{0,082}{1,7}$	$\frac{0,02}{1,1}$	$\frac{0,009}{0,8}$	$\frac{0,019}{0,86}$	0,14
	0,1—0,2	7,7	$\frac{0,023}{0,38}$	$\frac{0,01}{0,24}$	$\frac{0,087}{1,8}$	$\frac{0,03}{1,3}$	$\frac{0,014}{1,2}$	$\frac{0,012}{0,52}$	0,16
	0,2—0,3	7,8	$\frac{0,028}{0,46}$	$\frac{0,01}{0,26}$	$\frac{0,14}{2,9}$	$\frac{0,024}{1,2}$	$\frac{0,007}{0,6}$	$\frac{0,010}{0,44}$	0,21
	0,3—0,4	7,5	$\frac{0,022}{0,36}$	$\frac{0,01}{0,2}$	$\frac{0,23}{4,7}$	$\frac{0,07}{3,5}$	$\frac{0,122}{1}$	$\frac{0,008}{0,34}$	0,34
	0,4—0,5	7,2	$\frac{0,021}{0,34}$	$\frac{0,006}{0,16}$	$\frac{0,22}{4,5}$	$\frac{0,08}{3,8}$	$\frac{0,017}{1,4}$	$\frac{0,006}{0,24}$	0,33
	0,5—0,6	7,3	$\frac{0,021}{0,34}$	$\frac{0,01}{0,2}$	$\frac{0,17}{3,5}$	$\frac{0,07}{3,4}$	$\frac{0,009}{0,8}$	$\frac{0,004}{0,17}$	0,27
	0,6—0,7	7,8	$\frac{0,023}{0,38}$	$\frac{0,005}{0,14}$	$\frac{0,14}{3}$	$\frac{0,04}{2,1}$	$\frac{0,009}{0,8}$	$\frac{0,003}{0,15}$	0,22
	0,7—0,8	7,5	$\frac{0,026}{0,42}$	$\frac{0,008}{0,22}$	$\frac{0,10}{2,1}$	$\frac{0,03}{1,5}$	$\frac{0,011}{0,9}$	$\frac{0,004}{0,18}$	0,17
	0,8—0,9	7,8	$\frac{0,023}{0,38}$	$\frac{0,006}{0,16}$	—	$\frac{0,01}{0,6}$	$\frac{0,002}{0,2}$	$\frac{0,004}{0,16}$	0,04
	0,9—1	7,5	$\frac{0,022}{0,36}$	$\frac{0,006}{0,16}$	$\frac{0,043}{0,9}$	$\frac{0,01}{0,5}$	$\frac{0,009}{0,8}$	$\frac{0,003}{0,12}$	0,09

площадки 10×10 м. Делянки 1, 3, 5 контрольные (промывки почв без тока). На делянках 2, 4, 6 промывка с электрическим током. Для анода на 2-й и 6-й делянках использовалась металлическая сетка площадью 16 и 9 м², на 4-й делянке — железная труба. Катоды делянок 2-й и 4-й располагались на расстоянии 32 м от анодов и были смонтированы из 16 железных труб, расположенных по кругу. Близ 6-й делянки, на расстоянии 5 м от ее края, была заложена дрена, в которой были установлены 10 трубок-катодов. Ток давал подвижной сварочный агрегат САК-100 с генератором постоянного тока ГСО-300 (средняя сила тока 130 А, напряжение 34 В); к источнику тока делянки подключались параллельно. На каждую делянку было подано воды из расчета 6000 м³ на 1 га.

В опыте изучалась объемная картина рассоления почвы на территории, обрабатываемой электрическим током. На 2-й делянке, где промывка осуществлялась без дренажа, а сеточный анод имел площадь 16 м², произошло рассоление на площади 36,3 м² до глубины 0,7 м. Соли были вынесены на глубину 0,7—1,2 м. На 6-й делянке, где использовался анод площадью 9 м², рассоление произошло на площади 87,5 м² до глубины 1,5 м; накопления солей глубже этой толщи не было, так как рядом с делянкой находилась дрена, в которой был установлен катод и в которую сбрасывались соли. Зона рассоления имеет в общем полусферическую форму, причем радиус существенного рассоления (по поверхности почвы) в опыте составил 4,5—5 м, а вглубь — до 1,5 м.

Солевой баланс на мелиорируемой площади складывался следующим образом (табл. 20): в связи с тем, что промывке подвергалась свежеспаханная почва, рассоление исходного слоя произошло при промывке водой. Из этого слоя водой вынесено 15—23 т/га солей, а током — всего 2 т/га. Наибольшее рассоляющее действие тока проявилось в слое 0,3—0,7 м. В обоих вариантах опыта за счет тока выщелочено около 50% от общей суммы солей, вынесенных из этого слоя при промывке водой с током. В варианте промывки почвы без дренажа соли из слоя 0—0,7 м передвинулись в слой 0,7—1,2 м. В сумме в изучаемом профиле почвы (0—1,2 м) содержание солей после промывки с током оказалось на 10 т/га больше, чем при промывке только водой.

На 6-й делянке соли были вынесены за пределы 1,5-метровой толщи почвы. Ток способствовал удалению 37 т/га

Т а б л и ц а 20

Элементы солевого баланса
(полевой опыт по электромелиорации)

Вариант	Глу- бина, м	Запас солей						Выне- сено солей, т/га	
		исход- ный		после промывки				вода + ток	вода
				вода		вода + + ток			
		%	т/га	%	т/га	%	т/га		
Делянка 2 (без дренажа)	0—0,3	0,93	34	0,28	11	0,25	10	24	23
	0,3—0,7	1,49	97	1,04	77	0,84	50	47	20
	0,7—1,2	1,4	122	0,94	72	1,45	110	12	50
Итого			253		160		170	83	93
Делянка 6 (с дренажем)	0—0,3	0,72	25	0,28	10	0,2	8	17	15
	0,3—0,7	1,37	79	0,91	50	0,46	27	52	29
	0,7—1,2	1,29	117	1,16	100	1	83	29	17
Итого			221		160		118	98	61

солей из слоя почвы толщиной 1,2 м дополнительно к 61 т/га, вынесенных при простой промывке водой.

Качественный состав оставшихся в почве солей изменился под влиянием тока. Из катионов преобладает Са, из анионов — SO_4 , т. е. гипс. При электромелиорации карбонатных почв в анодной зоне гипс образуется вновь; подкисление же среды в процессе электролиза обуславливает растворение карбонатов. Активизированный при этом Са вступает во взаимодействие с анионом SO_4 , который приносится в эту зону током. Таким же путем в почве может образоваться и CaCl_2 . Накопление ионов способствует рассолонцовыванию солонцовых почв.

Динамика удельного электрического сопротивления в полевых условиях изучалась при проведении полевого опыта по электромелиорации содовозасоленных почв Карабахской равнины АзССР на площади 4 га.

Динамика удельного электрического сопротивления почвы
при электромелиорации в полевых условиях

№ скважин расстояние от анода, м	Глубина м	ρ по срокам наблюдений, Ом·м					Исходное засоление, %	Конечное засоление, %
		30/VIII	7/IX	15/IX	20/IX	27/IX	3/X	
1 линия анода	0—0,5	1,94	2,42	3,44	4,8	6,73	7,71	0,28
	0,5—1	1,95	2,12	2,58	3,24	4,11	4,44	0,52
	1—1,5	11,4	9,12	7,29	9,97	16,1	18	0,88
2 0,5	0—0,5	2,53	3,76	3,83	4,43	6,16	8,94	0,38
	0,5—1	1,84	1,4	1,15	1,95	3,45	6,98	0,76
	1—1,5	12,8	8,65	6,17	2,09	5,89	3,84	1,22
3 5	0—0,5	2,31	3,14	5,94	6,91	10,4	9,26	0,35
	0,5—1	4,12	2,96	2,29	2,1	2,57	2,81	0,98
	1—1,5	16,1	8,9	5,64	4,82	4,61	3,92	0,96
4 13	0—0,5	2,29	2,56	3,2	3,46	3,64	3,65	0,87
	0,5—1	2,29	1,7	1,75	1,75	1,97	1,95	1,02
	1—1,5	6,85	—	3,81	3,53	3,52	—	0,77
5 55	0—0,5	2,96	3,86	4,62	5,22	6,48	6,28	0,66
	0,5—1	1,95	1,78	2,1	2,18	2,69	2,50	1,56
	1—1,5	8,04	2,34	5,37	4,91	4,82	1,47	0,63
6 100	0—0,5	1,96	2,34	3,11	3,71	4,01	4,28	0,45
	0,5—1	3,29	2,41	2,31	2,16	2,33	2,68	1,14
	1—1,5	14,2	8,31	7,25	6,73	5,11	6,1	0,72

Результаты опытов представлены в табл. 21. По результатам измерений удельного электрического сопротивления хорошо прослеживается характер промачивания почвы и выщелачивания солей при промывках. Зависимость удельного электрического сопротивления водонасыщенной почвы от плотного остатка водной вытяжки позволяет ориентировочно оценить классификационные пределы удельного электрического сопротивления, соответствующие градации засоления (табл. 22).

Т а б л и ц а 22

Классификационные пределы удельного электрического сопротивления почв по засолению

Степень засоления почвы	Плотный остаток водной вытяжки, %	Удельное электрическое сопротивление ρ , Ом·м
Незасоленные	0,25	10
Слабозасоленные	0,25—0,5	10—6
Среднезасоленные	0,5—1	6—4
Сильнозасоленные	1—2	4—2,5
Солончаки	2	2,5

Оригинальная схема размещения электродов, которая в максимальной степени использует изменение влагопроводности почвогрунтов в электрическом поле, применена в полевых опытах А. Ф. Вадюниной и А. Л. Шершнева с сотрудниками [133].

Опыт проводился с 1968 по 1970 г. в колхозе «Красный Самух» АзССР на луговом содово-сульфатном глинистом солончаке. Катод в виде сетки из алюминиевой проволоки с ячейками размером 1×1 и $1,5 \times 1,5$ м укладывался на поверхность почвы; анодом служили металлические штыри, устанавливаемые в центр каждой ячейки. Расход электроэнергии составил 12 000 кВт·ч/га (сила тока 90 А, напряжение 40 В). Промывка почвы в этих условиях промывной нормой, равной 2—3 влагоемкостям, обеспечила вынос из метровой толщи 40 т/га солей по сравнению с 1,1 т/га на контроле.

При прохождении постоянного электрического тока скорость фильтрации на опытном участке резко возрастала. После выключения тока скорость фильтрации уменьшилась, оставаясь длительное время выше (в шесть раз) скорости фильтрации на контроле.

11. ПИЩЕВОЙ И ВОДНЫЙ РЕЖИМЫ РАСТЕНИЙ

Основные законы земледелия. Средний вынос питательных элементов (N , P_2O_5 , K_2O) урожаями в предыдущие годы в нашей стране составлял: 5—7 кг на 1 ц зерна, 1—2 кг на 1 ц корней и клубнеплодов, 4—5 кг на 1 ц люцерны или клевера [30]. Для предотвращения убывания плодородия почв этот вынос должен пополняться внесением удобрений и вовлечением в кругооборот потенциальных запасов питательных элементов почвы. Это один из основных законов земледелия.

Как отмечает И. С. Шатилов [131], основой построения методик получения запланированных урожаев является правильное использование основных законов растениеводства и земледелия. Важнейшими из них являются.

1. Закон разнозначимости или незаменимости различных факторов в жизни растений, сущность которого состоит в том, что ни один из необходимых для нормального развития растения факторов (питательные вещества, влага, тепло, свет и т. п.) нельзя заменить другим.

2. Закон лимитирующего фактора, который гласит, что уровень урожайности определяется тем фактором, который находится в минимуме.

3. Закон возврата, смысл которого определен выше.

4. Закон оптимума, или закон совокупности действия факторов, согласно которому наивысшую продуктивность растений обеспечивает только оптимальное соотношение различных факторов.

5. Закон плодосмена, обосновывающий чередование культур во времени и пространстве.

6. Закон критического периода полевых культур по отношению к фосфору. Он заключается в следующем: если растения полевой культуры в начале своего развития перенесли фосфорное голодание, то они не могут сформировать высокие урожаи зерна даже при хорошей обеспеченности фосфором в последующий период.

7. Закон физиологических часов — чуткая реакция растений на длину дня и ночи.

8. Закон регуляторной системы растений — соответствие условий внешней среды требованиям растения, т. е. характеру внутренних процессов, обусловленных генотипом.

И. С. Шатилов обобщил и сформулировал общие принципы программирования урожайности. В соответствии с одним из них оценить урожай, получаемый в раз-

ных почвенно-климатических условиях и разных природно-ботанических зонах, можно по так называемому биоклиматическому потенциалу (БКП). Фактический урожай $У$ оценивается по формуле:

$$У = a + b \text{ БКП},$$

где БКП $\approx 0,001$ суммы температур воздуха выше 10°C ; a и b — параметры, причем a определяется лишь уровнем плодородия почвы, достигнутого к рассматриваемому периоду, а b , кроме этого, зависит от степени обеспеченности растений влагой и удобрениями в прогнозируемый период.

Дозы удобрений. Дозу внесения удобрений в туках для получения запланированных урожаев можно оценить по формуле, предложенной Всесоюзным научно-исследовательским институтом удобрений и агропочвоведения (ВИУА) им. Д. Н. Прянишникова и Всесоюзным н.-и. институтом сахарной свеклы:

$$Д = \frac{100В - ПК_{\Pi}}{K_y C},$$

где $Д$ — доза удобрения в туках, ц/га;

$В$ — вынос элементов минерального питания с планируемым урожаем, кг/га;

$П$ — имеется в почве доступного питательного вещества, кг/га;

K_{Π} — коэффициент использования питательного вещества почвы, %;

K_y — коэффициент использования питательного вещества удобрения, %;

$С$ — содержание действующего вещества удобрения, %.

Для пользования этой формулой необходимо сопоставить вынос элементов минерального питания с планируемым урожаем и иметь картограммы обеспеченности почв азотом, фосфором и калием. Для ориентировочных расчетов можно пользоваться следующими данными (ВАСХНИЛ) об использовании питательных веществ (N , P_2O_5 и K_2O , в %) сельскохозяйственными культурами из почвы, органических и минеральных удобрений:

	N	P_2O_5	K_2O
Из почвы	20—25	5—7	10—12
Из навоза	30	40	60
Из минеральных удобрений	50—70	20—25	60—70

Одной из важнейших задач мелиоративного почвоведения является повышение коэффициента использования питательных веществ растениями.

Необходимое (но недостаточное) условие для решения этой задачи (генотип растений здесь не рассматривается) — благоприятные водно-воздушный и тепловой режимы хорошо окультуренных почв. Достаточным условием, как следует из ранее изложенного материала, является оптимальное соотношение газов, минеральных и органических удобрений в растворе.

Заслуживают серьезного внимания технология и режим внесения питательных веществ, при которых их использование растениями максимально, а потери минимальны. Последнее обстоятельство тем более актуально, что многие водоемы стран, где применяются высокие дозы удобрений, так пересыщены химикатами, что вода из них непригодна для питья.

Удовлетворительное решение этой проблемы, по-видимому, возможно лишь в условиях применения автоматизированных систем управления технологическими процессами на сельскохозяйственном поле. Определенный эффект может быть достигнут при внесении питательных веществ с оросительными водами (дождевание, иногда внутрипочвенное орошение и др.).

Водообеспеченность планируемого урожая. Суммарное водопотребление сельскохозяйственных культур за вегетационный период E ($\text{м}^3/\text{га}$) в условиях орошаемого земледелия можно определить по формуле:

$$E = K_{\text{вп}} U,$$

где U — планируемый урожай, $\text{т}/\text{га}$;

$K_{\text{вп}}$ — коэффициент водопотребления, $\text{м}^3/\text{т}$.

Коэффициент водопотребления представляет собой отношение суммарного водопотребления к количеству сухого вещества, накопившегося за вегетационный период. Водобалансовые исследования, о которых упоминалось в разделе 6 настоящей главы, позволяют экспериментально определить $K_{\text{вп}}$.

Ориентировочно для среднесухого года в степной зоне могут быть приняты следующие значения $K_{\text{вп}}$ [25]: зерновые — $1000 \div 1300$; кукуруза — $600 \div 900$; картофель — $400 \div 700$; овощные — $200 \div 300$.

В ряде случаев (нежесткие гидрометеорологические условия, сомкнутый растительный покров и др.) суммар-

ное водопотребление посевов отождествляют с испаряемостью I_{e_0} (см. раздел 8 главы IV). Обзор различных подходов к определению испаряемости можно найти в работе [84]. В частности, для определения испаряемости (мм) можно применять приближенные методы:

$$I_{e_0} \simeq \frac{R - Q_n}{L} \quad (\text{М. И. Будыко}),$$

$$I_{e_0} \simeq 0,1 \sum T_{10} \quad (\text{Г. Т. Селянинов}),$$

где (кроме известных обозначений) $\sum T_{10}$ — сумма средних суточных температур выше 10°C за рассматриваемый период.

Зная испаряемость I_{e_0} (мм), запас продуктивной влаги в метровом слое почвы перед посевом W (мм) и сумму осадков за вегетационный период P (мм), пренебрегая подпиткой и стоком, можно оценить показатель водообеспеченности растений $K_{\text{во}}$ по формуле:

$$K_{\text{во}} = \frac{W + P}{I_{e_0}}.$$

В орошаемом земледелии норма полива N_i ($\text{м}^3/\text{га}$) определяется по формуле [25]:

$$N_i = \gamma h (W_{\text{пв}} - W) 100,$$

где γ — плотность почвы, $\text{т}/\text{м}^3$;
 h — мощность промачиваемого слоя почвы, м;
 $W_{\text{пв}}$ — полевая влагоемкость, % от массы сухой почвы;
 W — влажность почвы перед поливом, % от массы сухой почвы.

Ориентировочная глубина расчетного слоя увлажнения при вегетационных поливах по нормам МСХ СССР колеблется от 0,2 м для капусты, огурцов, лука и до 1—1,5 м — для зерновых, садов и виноградников [25].

Режим орошения осуществляется таким образом, чтобы влажность почвы за вегетационный период не выходила за пределы оптимальной; применительно к рис. 2, а — не опускалась ниже W_1 и не превышала W_2 . В этом заключается сущность метода балансовых расчетов, предложенного А. Н. Костяковым.

Величина оросительной нормы $N_{\text{нетто}}$ ($\text{м}^3/\text{га}$) определяется по формуле:

$$N_{\text{нетто}} = E - 10K_{\text{ос}}P - (W_{\text{н}} - W_{\text{к}}) - Q_{\text{г}} + Q_{\text{с}},$$

где E — суммарное водопотребление, $\text{м}^3/\text{га}$;
 P — количество осадков за вегетационный период, мм;
 $K_{\text{ос}}$ — коэффициент использования осадков;
 $W_{\text{н}}, W_{\text{к}}$ — начальные и конечные влагозапасы в расчетном слое за вегетационный период, $\text{м}^3/\text{га}$;
 $Q_{\text{г}}$ — подпитывание расчетного слоя из грунтовых вод за вегетационный период, $\text{м}^3/\text{га}$;
 $Q_{\text{с}}$ — общий сток за вегетационный период, $\text{м}^3/\text{га}$.

Общее число поливов i за вегетационный период определяется из условия $N_{\text{нетто}} = \sum_i N_i$. Задача назначения рационального режима орошения является исключительно сложной, так как на выбор нормы, сроков и числа поливов влияет большое число факторов. При этом надо иметь еще в виду случайный характер изменения метеорологических условий. Применяемый обычно критерий оптимальности систем орошения — максимальный урожай — не учитывает затрат на производство продукции. Поэтому представляет интерес постановка задач оптимизации на основе различных экологических критериев.

В качестве примера можно сослаться на работу [53], где рассматривался вопрос об оптимальном планировании оросительных норм по данным о влагообеспеченности в вегетационный период. Было показано, что доход от урожая при прочих равных условиях будет максимален, если суммарную оросительную норму $N_{\text{нетто}}$ определять по формуле:

$$N_{\text{нетто}} = E_{\text{max}} - \bar{E} - \rho \frac{\sigma_E}{\sigma_{E^*}} (E^* - \bar{E}^*) + t\sigma_E \sqrt{1 - \rho^2},$$

где E_{max} — водопотребление посевов, соответствующее получению максимально возможного урожая при заданной агротехнике;
 $\bar{E}$ — среднее многолетнее водопотребление на богаре;
 E^* — прогноз водопотребления на данный вегетационный период;

- $\bar{E}^*$ — среднее значение E^* ;
 σ_E, σ_{E^*} — средние квадратические отклонения фактических и прогнозируемых значений E и E^* ;
 ρ — коэффициент корреляции фактических и прогнозируемых значений водопотребления;
 t — параметр, зависящий от стоимости культуры и затрат на орошение.

Экономическая эффективность планирования оросительных норм может быть существенно повышена, если рационально использовать климатологические данные о ежегодных колебаниях естественной влагообеспеченности и ее долгосрочные прогнозы.

Алгоритмы выбора оптимальных решений позволяют найти рациональные схемы поливов для конкретных условий, определяемых уровнем агротехники, применяемыми техническими средствами, биологическими особенностями культуры, стоимостью, напряженностью метеорологической обстановки и т. д.

Подчеркнем, что применение экономических показателей в качестве оптимальных критериев при построении систем гидромелиораций стимулирует эффективное использование улучшенных земель.

Следует иметь в виду, что задержка с сельскохозяйственным освоением мелиорированных площадей может привести к труднопоправимым последствиям, проявляющимся главным образом в ухудшении пищевого режима почвы, ее влагопроводности и водоудерживающей способности, уменьшении равновесной плотности и др.

Борьба с потерями из оросительных каналов. Количество воды $N_{\text{брутто}}$, забираемой из вод источника, определится из соотношения:

$$N_{\text{брутто}} = \frac{N_{\text{нетто}}}{\text{к. п. д.}}$$

В настоящее время к. п. д. внутрихозяйственной и межхозяйственной сети, как правило, не превышает 0,8. К основным потерям в передаточно-распределительной сети (кроме сброса) относится фильтрация из каналов. По А. Н. Костякову, потери Q (м³/с) на 1 м длины канала при глубоком залегании грунтовых вод составляют:

$$Q = K(b + 2ch) \sqrt{1 + a^2},$$

где K — коэффициент фильтрации, м/с;
 b — ширина канала по дну, м;
 c — коэффициент (1,1 ÷ 1,4);
 h — глубина воды в канале, м;
 a — коэффициент откоса ($a = \operatorname{ctg} \varphi$).

Для уменьшения потерь из каналов, помимо широко распространенных методов (глиняная и бетонная одежда, глиняные и торфоземляные антифильтрационные экраны), в последнее время нашли применение полимерные пленки.

Из других методов борьбы с фильтрационными потерями из канала можно назвать осолонцевание ложа канала и кольматаж.

Осолонцевание целесообразно на почвах с высокой поглотительной способностью и заключается в насыщении поверхностного (или подпочвенного) слоя перед замачиванием канала ионом натрия — в создании искусственного солонца.

Реакция идет по схеме: $\text{PCa} + 2\text{NaCl} \rightleftharpoons \text{PNa} + \text{CaCl}_2$.

Возможность кольматации русла оросительных каналов для уменьшения фильтрационных потерь исследовалась, в частности, в работе [8].

Для определения допустимого диаметра d_k частиц кольматанта в суспензии получено соотношение:

$$d_k \leq D_0 \sqrt{\frac{I\alpha(n-m)\gamma_1}{51\beta(\gamma_2-\gamma_1)}},$$

где D_0 — средний диаметр фильтрационных пор грунта;
 I — гидравлический градиент;
 n — коэффициент сопротивления продвижению частиц в пористой среде (для мелкозернистого песка в среднем равен 0,85);
 m — пористость грунта;
 γ_1 — плотность воды;
 γ_2 — плотность частиц кольматанта;
 α — коэффициент, учитывающий форму и шероховатость частиц грунта;
 β — коэффициент, учитывающий форму частиц кольматанта.

Средний диаметр фильтрационных пор грунта может быть определен по известной формуле А. Н. Патрашева:

$$D_0 = 7,12 \sqrt{\frac{vK}{mg\alpha}},$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости;
 m — пористость грунта;
 K — коэффициент фильтрации;
 g — ускорение силы тяжести.

Допустимую объемную концентрацию c суспензии рекомендуется определять по формуле:

$$c \leq \frac{\pi m^3}{6} \left[\frac{I \alpha (n - m) \gamma_1}{51 \beta (\gamma_2 - \gamma_1)} \right]^{3/2}.$$

В зависимости от насыщенности мелкозернистых песков экспериментально устанавливается связь между начальной (K_0) и конечной (K) величиной коэффициента фильтрации:

$$K = K_0 (1 - \sqrt{S})^z,$$

где S — средняя величина насыщенности порового пространства песка кольматантом по глубине закольматированного слоя;

z — экспериментальный коэффициент.

Насыщенность $S(x, t)$ для промежутка времени $0 \leq t \leq t_1$ при начальном и граничном условиях $S(x, 0) = 0$, $c(0, t) = c_0$ определяется по формуле:

$$S(x, t) = \frac{e^{bc_0 t} - 1}{e^{bc_0 t} + e^{bD_t x} - 1},$$

где $b = b_0 u_0$;

b_0 — опытная постоянная;

u_0 — начальная скорость фильтрации;

$$D_t = \frac{m_0}{q(t)};$$

m_0 — начальная пористость песка;

$q(t)$ — единичный расход.

ДИНАМИКА СРЕДЫ ОБИТАНИЯ РАСТЕНИЙ

1. ОБЩИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ПОЧВ

В широком смысле реология представляет собой учение о деформациях и течении любой материальной системы.

Основные термины, применяемые в механике дисперсных систем, следующие.

Д е ф о р м а ц и я — всякое изменение формы тела (происходящее под влиянием приложенных внешних сил), заключающееся в смещении частиц (микроагрегатов, агрегатов) относительно друг друга, или в изменении среднего расстояния между ними, или одновременно и в том и в другом. Из всех типов простых деформаций — сжатия (растяжения), сдвига, изгиба и кручения — в приложении к дисперсным системам рассматриваются главным образом первые две.

Сжатие (растяжение) характеризуется изменением размеров тела, связанным как с взаимным перемещением частиц, так и с изменением расстояния между ними.

Сдвиг связан лишь со смещением частиц относительно друг друга без изменения объема тела.

Если после устранения внешних сил деформация тела полностью исчезает, то такая деформация называется обратимой, а тело — упругим или эластичным; не исчезающая деформация называется остаточной, а такое тело — пластичным. Одна и та же дисперсная система может быть одновременно и упругой и пластичной, что связано со степенью упаковки дисперсных частиц (агрегатов), толщиной водной прослойки между ними и интенсивностью внешних сил (при постоянной температуре).

Если влажность водонасыщенной дисперсной системы (почвы) постепенно уменьшать, то она перейдет из текучего состояния в пластичное, а затем в твердое. Влажность W_p , при которой дисперсная система переходит из пластичного состояния в твердое, называют п р е д е л о м

пластичности (по другой терминологии — нижним пределом пластичности, границей раскатывания). Влажность W_L , при которой система переходит из пластичного в текучее состояние, называют пределом текучести (верхним пределом пластичности, нижней границей текучести).

Разность $P_l = W_L - W_p$ называют числом пластичности (по Аттербергу).

Классификация пород по числу пластичности
(по В. А. Приклонскому)

Название почвогрунта	Число пластичности
Высокопластичные (глины)	>17
Пластичные (суглинки)	$17-7$
Слабопластичные (супеси)	$7-0$
Непластичные (пески)	0

Если дальнейшее уменьшение влажности почвенной массы не сопровождается сокращением объема, то достигается предел усадки.

Пределы пластичности Аттерберга позволяют вычислить еще один показатель W_k — показатель консистенции, если известна естественная влажность W образца:

$$W_k = \frac{W - W_p}{P_l}.$$

В отечественной лабораторной практике за предел текучести принимают влажность, при которой конус массой 0,076 кг с углом при вершине 30° погружается в увлажненную почвенную массу на 0,01 м; за предел пластичности принимается влажность, при которой жгутик почвенной массы с диаметром 0,003 м начинает крошиться на куски длиной 0,008—0,01 м.

Для определения предела усадки берут образец, известный по объему и массе при влажности, превышающей предел текучести, и высушивают его в печи. По массе, объему и начальной влажности высушенного образца вычисляют ту влажность, при которой он оказался бы водонасыщенным. Эту влажность и принимают за предел усадки.

Дилатансия. Зависимость между касательным напряжением τ и скоростью деформации $\dot{\gamma}$ может быть записана в виде:

$$\tau = \eta_{эф} \dot{\gamma}.$$

Здесь параметр $\eta_{\text{эф}}$ по аналогии с жидкообразными системами может быть назван эффективной (кажущейся) вязкостью. Если с ростом скорости сдвига величина $\eta_{\text{эф}}$ уменьшается, то систему называют псевдопластичной; у дилатансных систем величина $\eta_{\text{эф}}$ увеличивается с ростом скорости сдвига.

Явление дилатансии обычно наблюдается особенно отчетливо в суспензиях, пастах и т. п., в которых частицы упакованы почти плотно.

Полагают, что в подобных системах в состоянии покоя объем прослоек между твердыми частицами минимален. При небольших скоростях сдвига жидкость в прослойках служит смазкой, уменьшающей трение частиц друг о друга. При больших скоростях сдвига большинство частиц неизбежно отодвигается друг от друга, и объем, занимаемый каркасом частиц, таким образом, увеличивается; при этом жидкость засасывается в область пониженных значений потенциала влаги, вызывая осушение остальной части системы. Так как жидкости теперь недостаточно для смазки трущихся друг о друга частиц, то напряжения трения должны возрасти.

Дилатансией (при прочих равных условиях) можно объяснить возрастание удельного сопротивления влажной почвы при увеличении скорости обработки. Один из механизмов этого явления заключается в следующем. Уплотнение почвы у поверхности почвообрабатывающего орудия приводит к отсосу влаги из уплотненного слоя, при этом на границе почва — поверхность обрабатывающего орудия заметно возрастают капиллярные силы сцепления¹, что приводит к залипанию почвообрабатывающего орудия и, следовательно, к возникновению трения почва — почва. Из рассмотрения данного механизма следует важный вывод — конструкция почвообрабатывающего орудия должна быть такова, чтобы при увеличении скорости обработки не происходило прогрессирующее уплотнение прилегающего слоя.

Для обычного плуга это достигается, в частности, уменьшением угла установки лемеха к стенке и дну борозды.

Тиксотропия. Выше рассматривались системы со стационарными реологическими характеристиками. Имеются

¹ Такой механизм налипания увлажненных дисперсных материалов на твердые поверхности рассмотрен, например, в работе [77].

системы, свойства которых обусловлены предисторией (покой, возбуждение), а не только внешними условиями. В зависимости от продолжительности предшествующей деформации эффективная (кажущаяся) вязкость $\eta_{эф} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$ затем либо понижается (тиксотропия), либо повышается (реопексия), причем время для восстановления вязкости покоя после прекращения деформирования может быть значительным.

В узком смысле под тиксотропией понимают изотермический обратимый переход: структурированная система $\rightleftharpoons$ бесструктурная, т. е. способность самопроизвольно восстанавливать свою структуру во времени после ее механического разрушения.

Тиксотропные свойства наблюдаются преимущественно в системах с удлинёнными частицами. Взаимодействие сил различной природы приводит к возникновению у таких частиц пространственной решетки (со слабыми связями), которая легко разрушается при механических воздействиях и восстанавливается после прекращения воздействия.

Присутствие в грунте даже небольших количеств тиксотропных (бентонитовых) глин может служить причиной оползней; некоторые виды пльвунов также могут быть тиксотропными: они являются твердыми телами в покое, но теряют сопротивляемость деформации после начала движения.

2. СОПРОТИВЛЕНИЕ СДВИГУ СТРУКТУРНЫХ ПОЧВ

Реальные почвы всегда имеют структуру, отличающуюся существенными отклонениями реологических характеристик отдельных элементов объема от средних их значений для всей системы вследствие непостоянства ее жесткости. В такой системе возникают значительные отклонения величины нормальных напряжений от среднего значения, что приводит к появлению в системе сдвиговых напряжений даже в случае всестороннего сжатия образца одинаковой нагрузкой.

Мгновенное условие прочности почвы на сдвиг для некоторой ступени нагрузки можно записать в виде:

$$\tau_0 = (q + q_{\chi, \text{кр}} + q_p + q_c + q_\tau) \operatorname{tg} \varphi, \quad (166)$$

где τ_0 — предельное сопротивление сдвигу при мгновенном приложении сдвигающего усилия;
 q — внешняя нагрузка;
 $q_{\tau, \text{кр}}$ — молекулярная прочность контактов на разрыв;
 q_p — силы дальнего действия (в том числе и молекулярного происхождения);
 q_c — капиллярные силы;
 q_{τ} — пластическое сопротивление сближению и отделению частиц;
 φ — угол внутреннего трения в почве.

Скорость релаксации составляющих в уравнении (166) может существенно различаться. Например, скорость релаксации пластической составляющей $q_{\tau} \operatorname{tg} \varphi$ может быть значительно выше скорости релаксации других составляющих; $q \operatorname{tg} \varphi$ при неизменном значении φ вообще не может релаксировать.

Обозначая через τ_n сумму составляющих правой части (166) с малой скоростью релаксации, а через τ_s сумму составляющих с относительно высокой скоростью релаксации¹, условие длительной прочности τ_t запишем в виде:

$$\tau_t = \tau_n + \tau_s, \quad (167)$$

где τ_n — порог ползучести, т. е. напряжения, при достижении которых в системе возникают ползучие деформации;

τ_s — напряжения, воспринимаемые системой при ползучести.

Релаксация составляющих, входящих в (167), приводит к появлению некоторого предельного напряжения сдвига $\tau_{\infty} = (\tau_n + \tau_s)_{\infty}$, характеризующего предельно длительное сопротивление системы разрушению (рис. 38). Величина τ_t изменится в пределах $\tau_{\infty} \leq \tau_t \leq \tau_0$.

При каждой ступени нагрузки может нарушаться условие прочности (167) и превышать порог ползучести по микрощадкам образца; в первом случае произойдут быстрые, во втором — длительные микросдвиги.

Сдвиговые деформации прекратятся в тот момент, когда в результате нового, более равномерного распределения пор по размерам и упрочнения почвы при сближении ча-

¹ Скорость релаксации в общем случае непостоянна для любой из составляющих сопротивления сдвигу; она повышается с увеличением сдвигающих сил.

стиц и их агрегатов по микроплощадкам контакта будет соблюдаться условие прочности (167) для всей системы и не будет превышать порог ползучести.

Характер изменения деформации образца в зависимости от величины сдвигающего усилия τ_i показан на рис. 39 [14].

При всех значениях сдвигающих усилий τ_i , меньших предела длительной прочности τ_∞ , деформации стабилизировались (кривые 1 и 2). При этом для $\tau_i = 69 \text{ кгс/м}^2 < \tau_n$ (кривая 1) деформация прекратилась сразу после стадии неустойчивой ползучести (участок OB_1); для $\tau_i = 81 \text{ кгс/м}^2 > \tau_n$ (кривая 2) после участка неустойчивой ползучести (OB_2) замечен участок установившейся ползучести (B_2C_2), после которого деформация образца прекратилась.

При сдвигающих усилиях $\tau_i \approx \tau_\infty$ стадия неустойчивой ползучести (участок OB_3 кривой 3) переходит в стадию установившейся ползучести, характеризуемую постоянной скоростью деформирования. Сдвигающие усилия $\tau_i > \tau_\infty$ приводят к разрушению образца (кривая 4).

На рис. 39 также нанесена кривая 5, полученная при сдвигающем усилии $\tau_i = \tau_0$.

В опытах использовался тяжелосуглинистый чернозем (Ростовская область) при влажности 52%. Почва в воздушно-сухом сыпучем состоянии загружалась в специальную обойму, предотвращающую возможность бокового расширения образца под действием нормальной на-

грузки. В обойме почва увлажнялась капельным методом до расчетной влажности. Обойма герметически закрывалась, и образец оставался в ней на 3 сут при температуре 293,15 К.

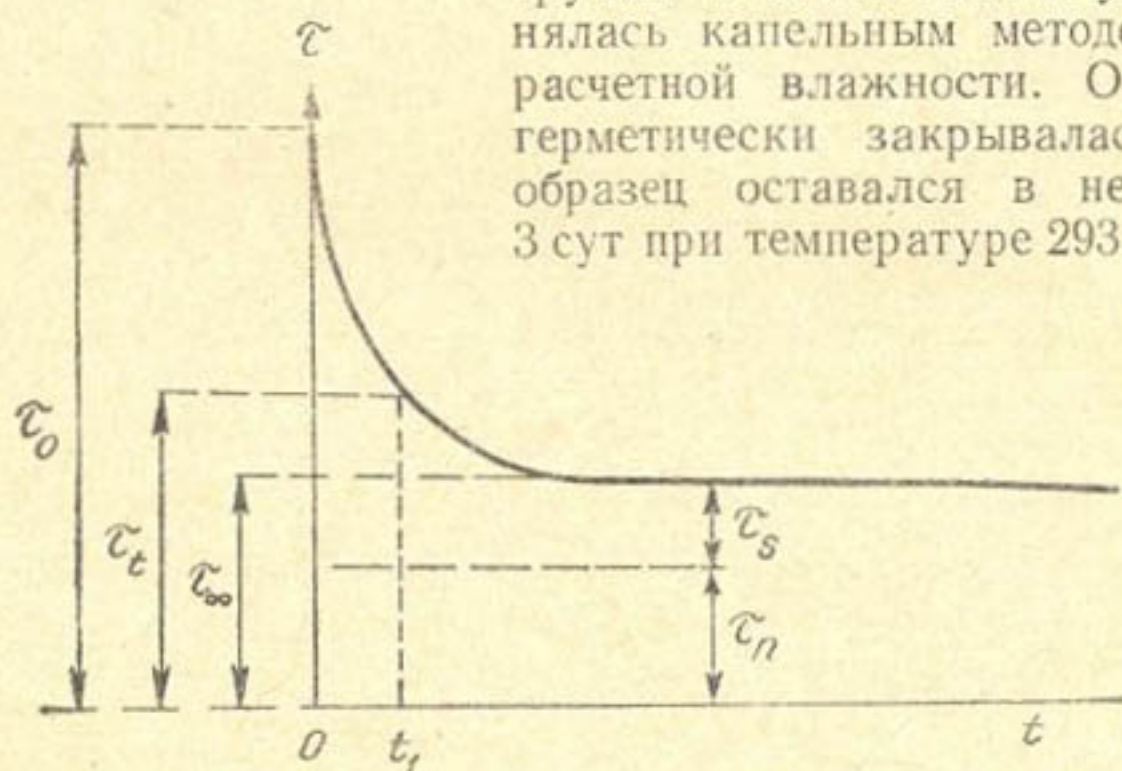


Рис. 38. Кривая длительной прочности почвы

Затем через ребристую пластину на почву задавалась нормальная нагрузка до стабилизации деформации, отмечавшейся индикатором часового типа с точностью до 10^{-5} м. После окончания уплотнения обойма удалялась и на образец через блок задавалось сдвигающее усилие τ_i ; с этого момента проводилось наблюдение за деформируемостью образца. Действие сдвигающего усилия на образец снималось путем пережигания нити. Величина деформации измерялась в делениях измерительной шкалы микроскопа «Мир-1».

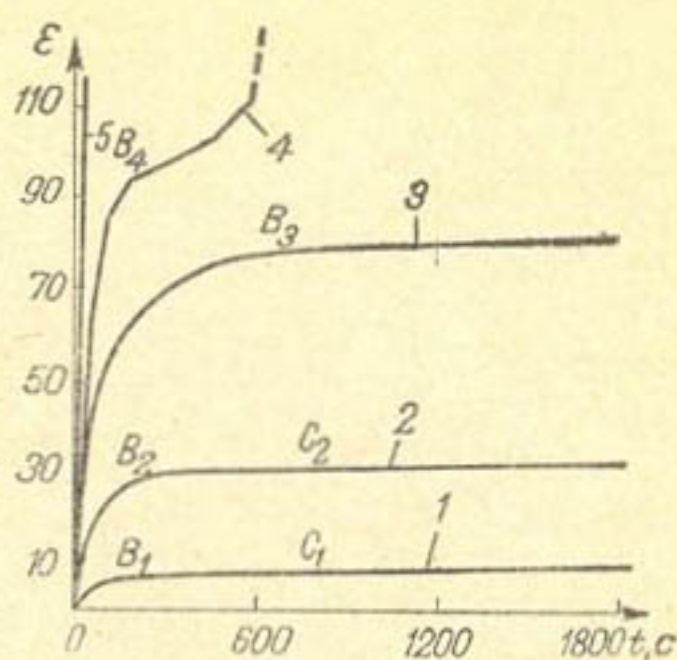


Рис. 39. Кинетика сдвиговых деформаций во времени в зависимости от величины сдвигающих усилий τ (нормальная нагрузка $P = 100$ кгс/м²; влажность $W = 51,9\%$):

Значения τ (кгс/м²): 1 — 69; 2 — 81; 3 — 110; 4 — 123; 5 — 152

Экспериментальные кривые для стабилизированных деформаций удовлетворительно описываются уравнением:

$$\varepsilon = \frac{A(t)L}{\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)} \tau^m + \frac{L}{G(t)}, \quad (168)$$

где ε — общая стабилизированная деформация образца;

$A(t)$ — функция ползучести, которая при больших значениях t является линейной функцией времени (для любого момента t ее можно получить умножением ординаты кривой ползучести, за вычетом восстанавливающейся деформации, на $\frac{1 - \tau/\tau_0}{L\tau^m}$);

τ — действующее напряжение сдвига;

τ_0 — предельное напряжение сдвига;

L — длина образца;

$G(t)$ — параметр, который можно условно назвать модулем упругости при сдвиге;

m — опытный коэффициент;

t — время.

Первое слагаемое правой части уравнения (168) представляет собой деформацию ползучести ϵ_n , второе слагаемое — восстанавливающуюся деформацию ϵ_v .

Восстанавливающаяся деформация

$$\epsilon_v = \frac{\tau L}{G(t)} \quad (169)$$

сравнительно быстро затухает со временем.

Затухание восстанавливающейся деформации при $\tau = \text{const}$ в зависимости от времени нахождения образца под действием сдвигающего напряжения изучалось на образцах черноземной почвы. Сдвигающее напряжение снималось через (1,2; 2,4; 3,6; 5,4; 9) $\cdot 10^3$ с после начала опыта и замерялась восстанавливающаяся деформация ϵ_v (рис. 40). Для всех указанных интервалов времени опыты проводились в четырехкратной повторности. Для рассмотренных выше моментов времени t по уравнению (169) рассчитан параметр $\frac{L}{G(t)}$ (рис. 41).

Для достаточно большого промежутка времени ($t \rightarrow \infty$), $\epsilon_v \ll \epsilon$, и тогда вместо (168) можно записать:

$$\epsilon = \frac{A(\infty)L}{\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right)} \tau^m. \quad (170)$$

В логарифмической форме выражение (170) примет вид:

$$\ln \left[\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0} \right) \epsilon \right] = \ln [A(\infty)L] + m \ln \tau. \quad (171)$$

Отложим по оси ординат $\ln \left[\left(1 - \frac{\tau}{\tau_0} \right) \epsilon \right]$, а по оси абсцисс $\ln \tau$. Тогда наклон прямой определит показатель

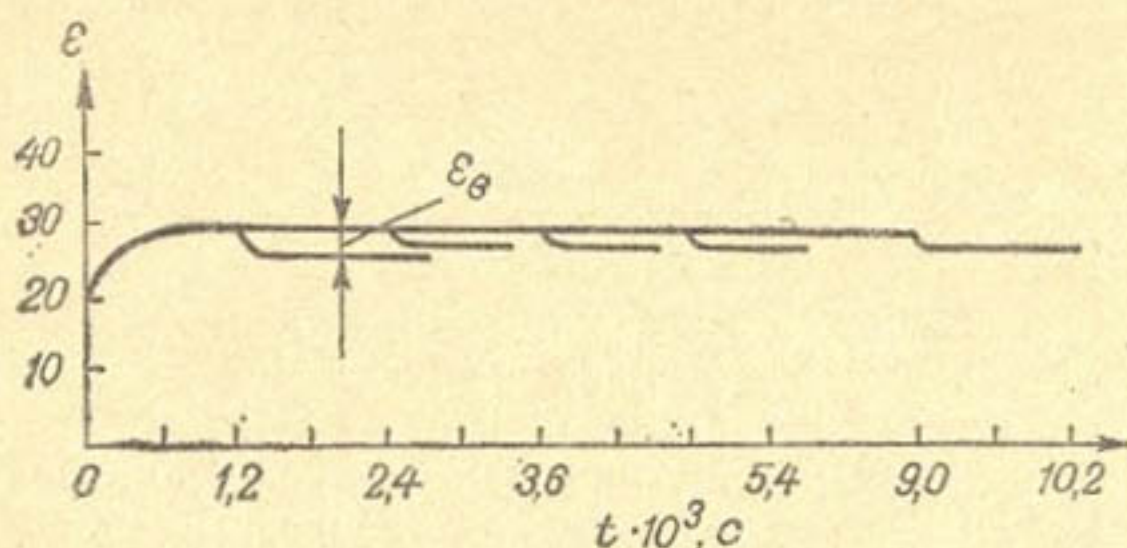


Рис. 40. Восстанавливающаяся деформация при ползучести ($P = 172$ кгс/м²; $W = 51,9\%$; $\tau = 152$ кгс/м²)

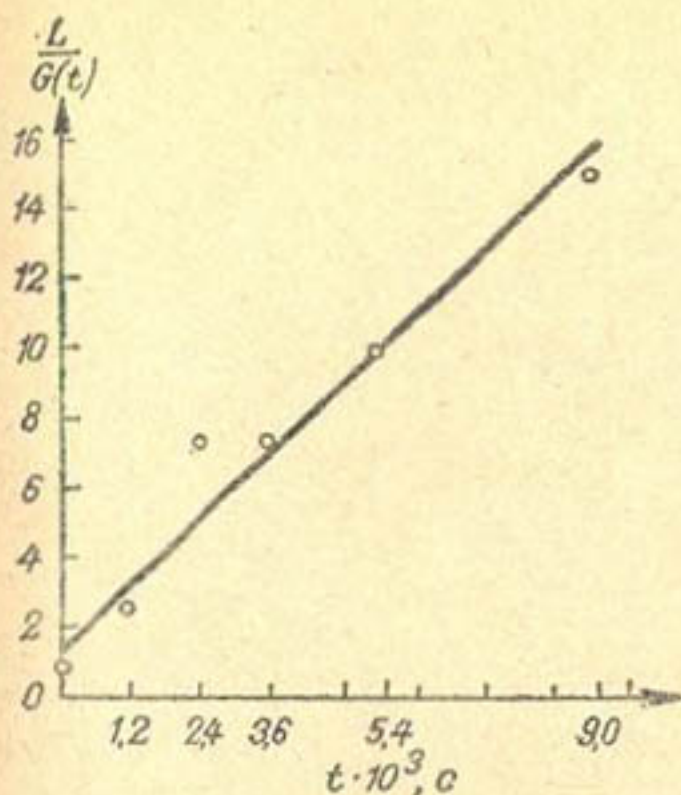


Рис. 41. Зависимость условного модуля упругости при сдвиге от времени нахождения образца под сдвигающей нагрузкой

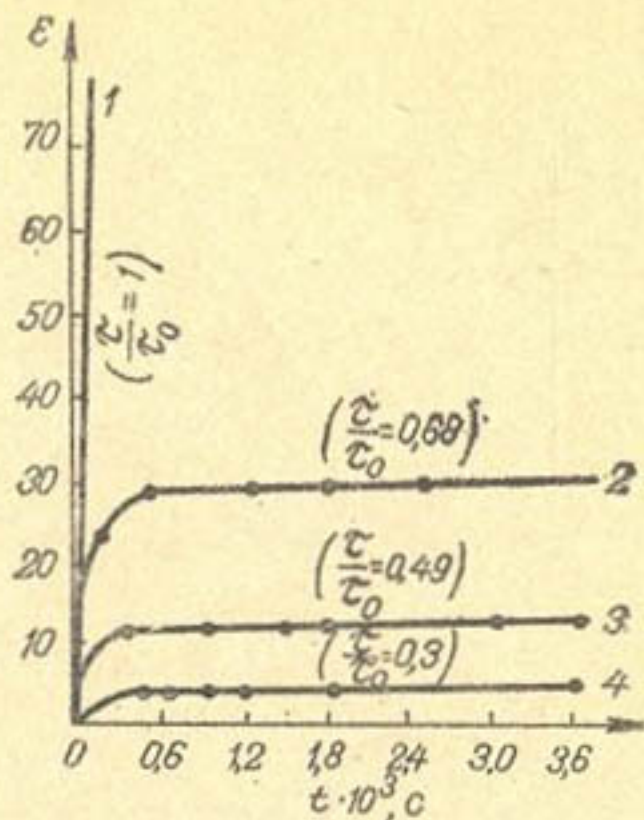


Рис. 42. Кинетика сдвиговых деформаций во времени ($P = 172 \text{ кгс/м}^2$; $W = 51,9\%$):

Значения τ (кгс/м²): 1 — 225; 2 — 152; 3 — 110,4; 4 — 68,7

степени m ; отрезок от начала до пересечения прямой с осью ординат будет равен $\ln [A (\infty) L]$.

Экспериментальные данные о кинетике сдвиговых деформаций во времени в зависимости от величины сдвигающих усилий $\tau_i < \tau_0$ при нормальной нагрузке 172 кгс/м^2 представлены на рис. 42.

При $\tau_3 = 110,4 \text{ кгс/м}^2$ и $\tau_4 = 68,7 \text{ кгс/м}^2$, меньших τ_n (кривые 3 и 4), деформации стабилизировались после стадии неустановившейся ползучести. При $\tau_n < \tau_2 = 152 \text{ кгс/м}^2 < \tau_\infty$ ($0,6 \cdot 10^3 \leq t \leq 2,4 \cdot 10^3 \text{ с}$; кривая 2) расположен участок установившейся ползучести, после которого деформации стабилизировались ($2,4 \cdot 10^3 \leq t \leq 3,6 \cdot 10^3 \text{ с}$). Кривая 1 на рис. 42 соответствует предельному сопротивлению сдвига τ_0 .

Для определения параметров m и $A (\infty) L$ на рис. 43 приводится вспомогательный график, построенный по уравнению (171).

На исследуемых почвах при $P = 172 \text{ кгс/м}^2$ параметры оказались равными: $m = 1,5$; $A (\infty) L = 0,16$. Поскольку показатель степени m не равен единице, суммарная деформация $\sum \varepsilon_{\tau_i}$ от ряда ступеней τ_i ($\tau = \sum \tau_i$) не будет равна деформации ε_τ при сдвигающем напряжении, приложенном мгновенно.

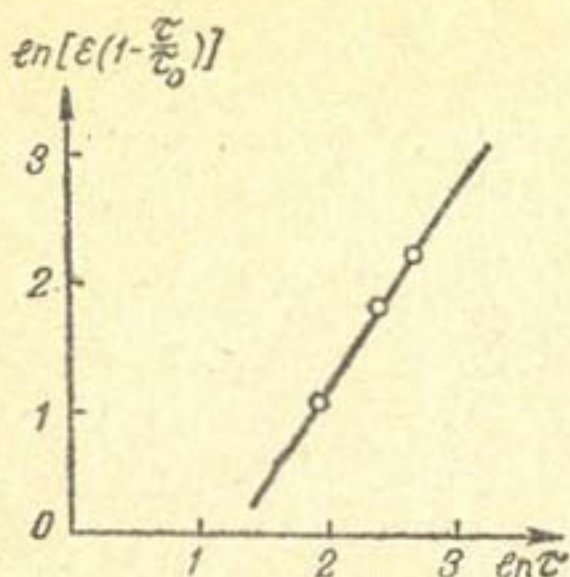


Рис. 43. К определению параметров m и $A(\infty)L$

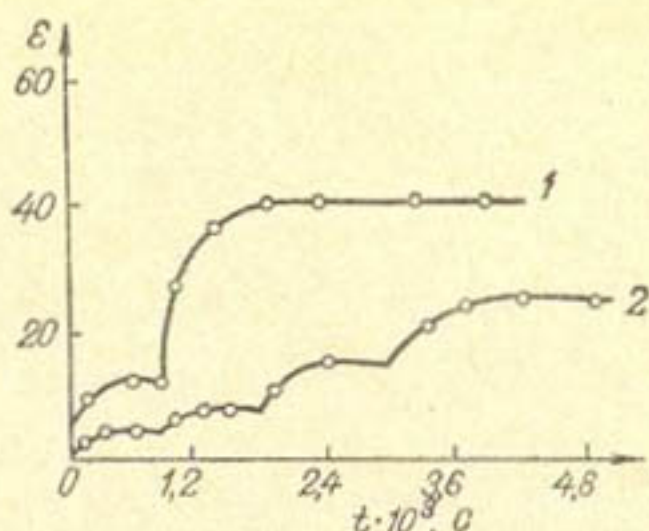


Рис. 44. Зависимость сдвиговой деформации от времени при многоступенчатой сдвигающей нагрузке ($P = 172 \text{ кгс/м}^2$; $W = 51,9\%$):

$$1 - \tau = \tau_1 + \tau_2; \quad 2 - \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$$

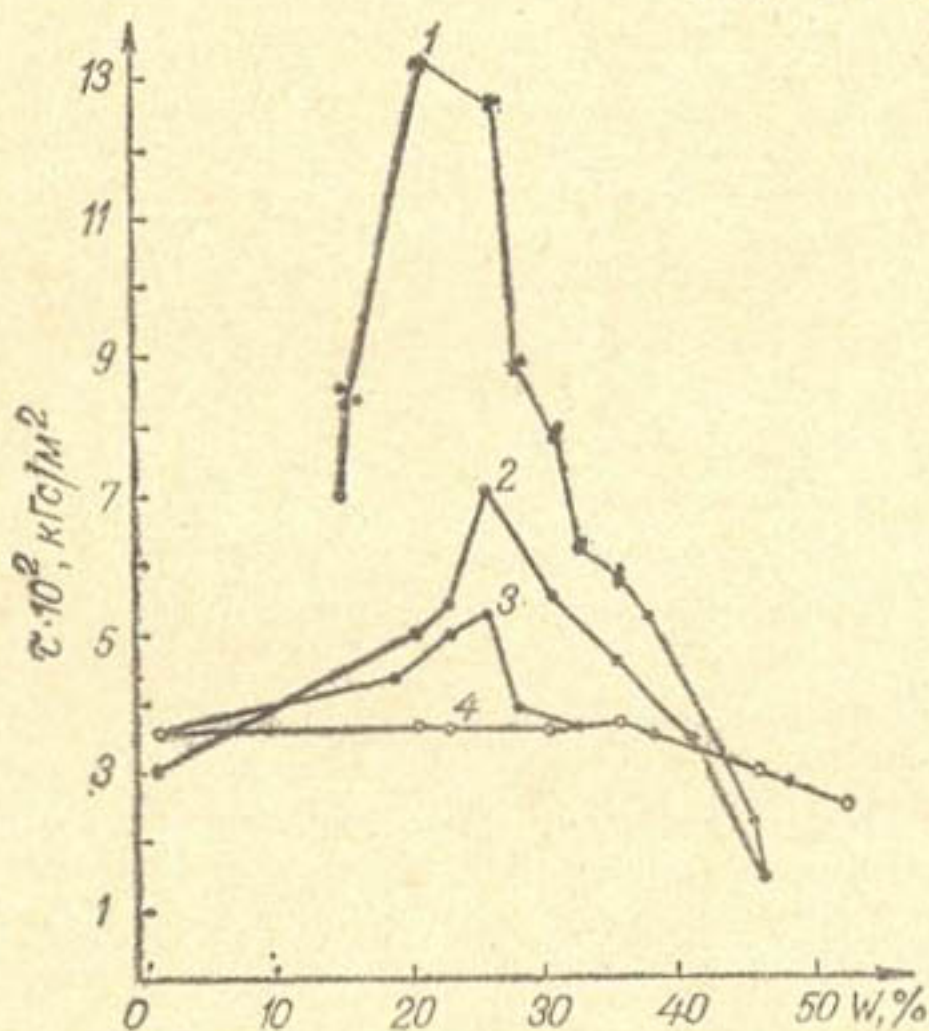


Рис. 45. Изменение предельного сопротивления сдвигу образцов дерново-подзолистой почвы в зависимости от влажности (нормальная нагрузка $P = 416,4 \text{ кгс/м}^2$):

Микроструктурные образцы: 1 — при подсушивании; 2 — при увлажнении; макроструктурные образцы: 3 — при подсушивании; 4 — при увлажнении

Для этого случая уравнение (170) должно быть записано в следующем виде:

$$\varepsilon = \sum_1^i \frac{A(\infty) L}{\left[1 - \frac{\sum_1^i \tau_i}{\tau_0} \right]} \tau_i^m, \quad (172)$$

где τ_i — i -ая ступень сдвигающего усилия.

В качестве примера приведем следующий расчет деформаций по уравнению (172). Для $\tau = 194$ кгс/м², заданного двумя ступенями: $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 110 + 84 = 194$ кгс/м², найдем $\varepsilon_1 = 11,6$; $\varepsilon_2 = 28,5$; $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 40,1$.

Для четырех ступеней приложения сдвигающей нагрузки $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = (69,7 + 41,7 + 41,7 + 41,7) = 194$ кгс/м² будем соответственно иметь: $\varepsilon_1 = 4,5$; $\varepsilon_2 = 3$; $\varepsilon_3 = 4,5$; $\varepsilon_4 = 10$; $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4 = 22$.

На рис. 44 приведены опытные значения $\varepsilon(l)$ для ступеней сдвигающих усилий, использованных при расчете. Опытные и расчетные значения для конечных деформаций от каждой ступени нагрузки и суммарной деформации различаются незначительно.

Предельное сопротивление сдвигу почв зависит от влажности образца и характера увлажнения (подсушивание — увлажнение).

Образцы дерново-подзолистой почвы при различной влажности уплотнялись в обойме сдвигового прибора компрессией до плотности 1100 кг/м³; после этого проводились испытания на сдвиг [104].

Контрольные образцы, первоначально увлажненные до 57,8%, медленно подсушивались при температуре 298 К. Плотность образцов по мере подсыхания изменялась от 1100 до 1140 кг/м³. По достижении намеченной влажности обоймы герметически закрывались, и через одни сутки образцы подвергались испытаниям. Результаты опытов приведены на рис. 45.

Как видно из рисунка, предельное сопротивление сдвигу микроструктурных образцов (кривые 1 и 2) значительно выше, чем макроструктурных образцов той же почвы (кривые 3 и 4) как при увлажнении, так и при подсушивании. При подсушивании микроструктурных образ-

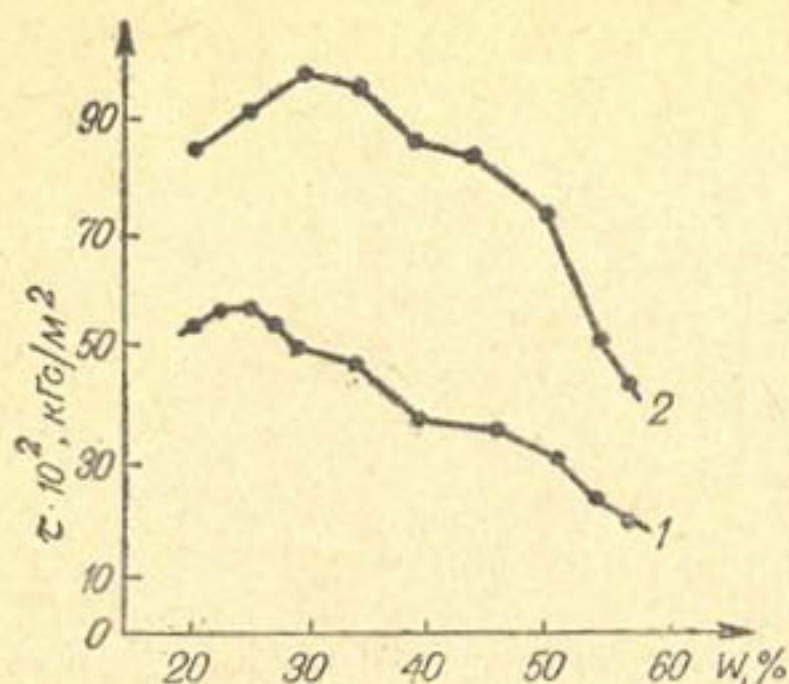


Рис. 46. Влияние скорости деформации образца $\dot{\gamma}$ на величину предельного сопротивления сдвигу τ образца почвы при различной влажности:

1 — $\dot{\gamma} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$; 2 — $\dot{\gamma} = 2,62 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$

влияние оказывают вязкопластические свойства водных прослоек (рис. 46).

При действии сдвигающих усилий на структурную почву могут возникать деформации следующих видов: опрокидывание агрегатов, вращение агрегатов без опрокидывания, относительное смещение агрегатов без вращения, опрокидывание и срез агрегатов. Следовательно, в диапазоне влажности, при которой наблюдается максимальное сопротивление сдвигу, устойчивость агрегатов разрушающим деформациям максимальна.

Если под физической спелостью почвы понимать влажность $W_{\text{сп}}$, при которой обеспечивается максимальное содержание агрегатов в процессе обработки почвы, то за такую влажность можно принять ее диапазон, соответствующий максимальным τ для макроагрегатных образцов нарушенной структуры.

Такой подход объясняет ряд особенностей этой характеристики почвы: смещение $W_{\text{сп}}$ вправо (в сторону больших влажностей) в случае мероприятий по окультуриванию почвы (см. рис. 45, кривая 4) и при увеличении скорости обработки [11, 60, 107] (сравни кривую 2 с кривой 1 на рис. 46).

Подчеркнем, что метод оценки физической спелости по максимальным значениям τ относится к образцам (нарушенной структуры), сложенным из макроагрегатов. Для

цов до влажности 17% и менее наблюдается снижение предельного сопротивления сдвигу за счет появления микротрещин.

Различие в величине предельного сопротивления сдвигу при увлажнении и подсушивании объясняется компрессионным гистерезисом за счет одновременного действия сил различной природы (см. раздел 2 главы III).

На величину предельного сопротивления сдвигу существенное

образцов ненарушенной структуры, где в механизме сопротивления сдвигу могут решающее значение иметь цементационные и другие связи, максимальные значения τ смещаются влево [11] (в сторону меньших значений влажности) и не могут служить мерой оценки физической спелости почв.

Опыты показывают [11], что удельное сопротивление почвы при пахоте в диапазоне влажности, соответствующем физической спелости, минимально.

В работе [18] установлена тесная корреляционная связь между удельным сопротивлением почв при пахоте, их влажностью, твердостью, сопротивлением сдвигу и разрыву.

Обработка почвы за пределами ее физической спелости может привести к измельчению почвенной структуры и, следовательно, к снижению эрозийной устойчивости.

3. ЭРОЗИЯ ПОЧВ

Под эрозией почв понимают совокупность процессов разрушения почвенного слоя и перемещения продуктов этого разрушения под влиянием потока воды и ветра.

Водная эрозия. Водная эрозия может возникнуть везде, где есть склоновый сток. Формирование стока связано с распределением осадков с момента их выпадения до достижения ими водоемов (русла рек, озера, моря и т. п.) или возвращения в атмосферу вследствие испарения и транспирации. Относительные величины составляющих, на которые можно рас-

считать количество осадков, выпавших за определенный ливень, зависят



Рис. 47. Схема цикла стока [122]

от физических особенностей и условий земной поверхности как природных, так и искусственных (дренаж и т. п.), а также от характеристики ливня.

Осадки слабой интенсивности и небольшой продолжительности могут быть полностью перехвачены растительностью, просочиться в почву и испариться.

Эти три группы осадков составляют поверхностное задержание. Когда растительный покров уже не в состоянии удержать влагу, а понижения заполнены водой, она начинает инфильтроваться в грунт. Когда интенсивность осадков у поверхности почвы превысит инфильтрационную способность, начинается склоновый сток и поверхность земли покрывается H слоем воды, называемым поверхностным смачиванием (рис. 47).

Среднее значение H за рассматриваемый период определится из выражения:

$$H = p - S_i - F,$$

где p — средняя высота слоя осадков, выпавших в течение рассматриваемого периода t (одного дождя, сезона, года) на определенной площади;

S_i — поверхностное задержание;

F — общая инфильтрация за тот же период.

Средняя скорость равномерного плоского потока $\bar{v}$ высотой H ($H \approx R$, где R — гидравлический радиус) может быть определена по формуле:

$$\bar{v} = C \sqrt{H i}, \quad (173)$$

где C — коэффициент Шези¹, м^{1/2}/с;

i — гидравлический уклон.

Как только средняя скорость потока достигнет некоторого критического значения и перейдет его, поток начинает систематически и в массовом порядке отрывать почвенные частицы от поверхности, поднимать и транспортировать их. В динамике русловых процессов ту наименьшую среднюю скорость потока, при которой происходит беспрестанный срыв отдельных частиц на поверхности и при которой средний уровень пульсационных подъемных усилий примерно равен массе частицы в воде, называют с р ы в а ю щ е й с к о р о с т ь ю v_c [36].

В условиях турбулентного обтекания выступов для равномерного плоского потока с деформируемой поверх-

¹ Таблицы значений C можно найти в справочной литературе [67].

ностью, сложенной из смеси несвязных частиц разной крупности,

$$v_c = \lg \frac{8,8H}{d_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)d}{1,75\gamma}}, \quad (173a)$$

где d_5 — средний размер тех наиболее крупных частиц, доля которых составляет 5%;

d — средний размер частиц (радиус равновеликого шара);

γ_1 — плотность частиц;

γ — плотность воды.

Ту наибольшую скорость потока, при которой еще не происходит перемещения и сдвига частиц на дне и при которой наибольшие пульсационные значения подъемной силы еще не превосходят массы частиц в воде, именуют не сдвигающей, или неподвижной, скоростью v_n .

Из опытных данных найдено соотношение $v_c \approx 1,4v_n$ и, следовательно,

$$v_n = \lg \frac{8,8H}{d_5} \sqrt{\frac{2g(\gamma_1 - \gamma)d}{3,5\gamma}}. \quad (1736)$$

Для весового расхода G перемещения тяжелых частиц ($d > 1,5 \cdot 10^{-4}$ м) на единицу ширины плоского турбулентного потока В. Н. Гончаровым [36] получено уравнение:

$$G = \frac{1+\varphi}{500} v_n d \left(\frac{v^3}{v_n^3} - 1 \right) \left(\frac{v}{v_n} - 1 \right), \quad (174)$$

где v — действительная средняя по глубине скорость потока;

φ — параметр турбулентности, значения которого для различных размеров частиц можно найти в таблицах [36] (для $d > 1,5 \cdot 10^{-3}$ м, $\varphi = 1$; в диапазоне от $d = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м до $d = 1,5 \cdot 10^{-4}$ м φ изменяется от 1 до 7; при $d = 10^{-5}$ м φ увеличивается до 300).

Уравнения (173a), (1736) и (174) экспериментально подтверждены для чисел Рейнольдса $Re > 240$ ($Re = \frac{2Hv}{\nu}$, где ν — кинематическая вязкость), относительных глубин $\frac{H}{d}$ от 10 до 1550, относительных скоростей $\frac{v}{H}$ от 1 до 18,3 и частиц крупностью от $8 \cdot 10^{-5}$ до 10^{-2} м.

Выражение для коэффициента Шези в условиях размываемого дна при наличии дополнительных сопротивлений n_p по сравнению с основными n_0 получено В. Н. Гончаровым в виде [36]:

$$C = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{8,8H}{d_b} \frac{n_0}{n_p}.$$

Подставляя это значение в (173), получим:

$$\bar{v} = 4 \sqrt{2g} \lg \frac{8,8H}{d_b} \frac{n_0}{n_p} \sqrt{Hi}.$$

С учетом последнего выражения и (173а) критерий устойчивости почвенных частиц против водной эрозии можно записать в таком виде:

$$\xi = \frac{\bar{v}}{v_c} = \frac{A \sqrt{Hi}}{\sqrt{d}} \leq 1,$$

где

$$A = \frac{n_0}{n_p} \frac{4}{\sqrt{\frac{\gamma_1 - \gamma}{1,75\gamma}}}.$$

Анализ этого критерия показывает, что в распространенных на практике случаях $\frac{H}{d} \approx 10 \div 10^2$ для склонов с уклоном $i \leq 0,017$ ($\leq 1^\circ$), $\xi < 1$ — эрозия в этих условиях практически не наблюдается. Для $0,017 \leq i \leq 0,052$ ($1-3^\circ$), $\xi \leq 1,8$ — эрозия для таких склонов слабо выражена. Для анализа были приняты значения: $\gamma_1 = 2,75$; $\gamma = 1$; $\frac{n_0}{n_p} = 0,2$ [82]; $A = 0,8$.

На рис. 48 в логарифмическом масштабе нанесены значения $\frac{v}{v_c}$ в зависимости от среднего диаметра почвенных частиц для различных значений $A \sqrt{Hi}$. Как видно из рисунка, при $A \sqrt{Hi} \leq 10^{-5}$ все частицы устойчивы против водной эрозии ($\frac{v}{v_c} < 1$). При значениях $A \sqrt{Hi} > 10^{-5}$ появляется область неустойчивых против водной эрозии частиц: для $A \sqrt{Hi} = 10^{-4}$ неустойчивы все частицы, средний размер которых $d \leq 10^{-8}$ м; для $A \sqrt{Hi} = 10^{-2}$ неустойчивы частицы, начиная с $d \leq 10^{-4}$ м.

Более подробные сведения о методах расчета и прогноза эрозионных процессов даны в работе [82]. Там же

сделана попытка учета сцепления почвогрунтов в расчетных формулах.

Как следует из выражения для критерия устойчивости ξ (см. с. 176), противоэрозионные мероприятия условно можно разделить на три группы.

1. Мероприятия, обеспечивающие дополнительное сопротивление потоку n_p и, следовательно, ведущие к уменьшению коэффициента A (залужение многолетними травами, мульчирование стерней, задернение, пахота и посев поперек склона и т. п.).

2. Мероприятия, обеспечивающие сохранение структуры почвы, характеризуемой средним размером частиц d (безотвальная обработка почвы, минимизация обработок почвы, применение искусственных структурообразователей [108].)

3. Мероприятия, ведущие к уменьшению глубины потока H до допустимых значений (водозадерживающие валы и террасы, водоотводящие валы и каналы, глубокая вспашка, повышающая общую инфильтрацию осадков, и т. п.).

Расстояние между валами, канавами, террасами можно оценить, если в любой формуле, принятой для определения скорости склонового потока, заменить ее значение на v_n по (1736).

В частности, при таком подходе известная формула Костякова примет вид:

$$v_n = \sqrt{Cx\sigma p},$$

где $C = \alpha_1 \sqrt{i}$;

α_1 — коэффициент, зависящий от шероховатости ($\alpha_1 = 7 \div 30$ и более);

x — расстояние от водораздела;

p — интенсивность осадков;

σ — коэффициент стока.

При известных значениях v_n , C , σ , p из последней формулы можно найти расстояние x между валами, тер-

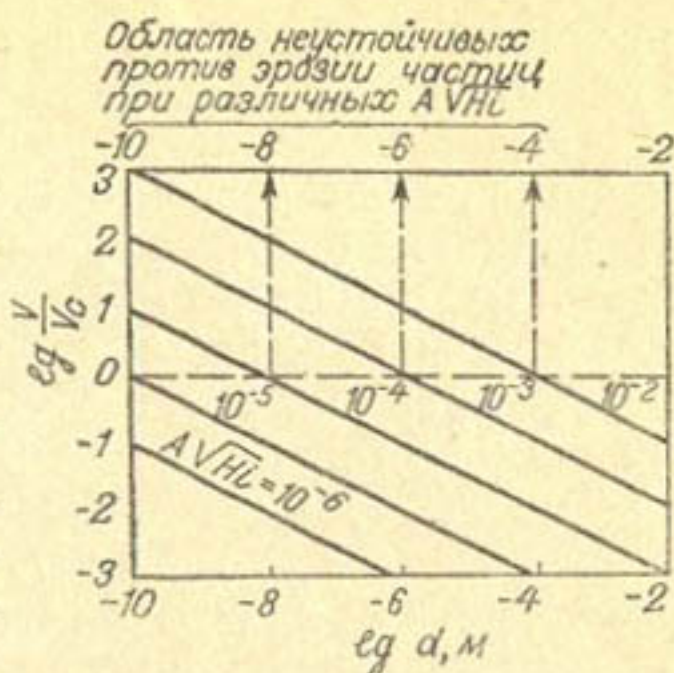


Рис. 48. Схема к определению области неустойчивых против эрозии почвенных частиц (агрегатов)

расами и канавами, при котором скорость склонового стока не достигнет размывающей.

Подчеркнем условность приведенной выше классификации противоэрозионных мероприятий. Действительно, мероприятия одной группы, например применение искусственных структурообразователей (2-я группа), ведут и к повышению инфильтрации (3-я группа); посевы многолетних трав (1-я группа) обеспечивают улучшение структурного состояния почвы (2-я группа) и т. д.

Все противоэрозионные мероприятия будут эффективны лишь на фоне высокой культуры земледелия, включающей правильное размещение различных угодий, обоснованные приемы орошения, внесение повышенных доз органических и минеральных удобрений и т. п.

Ветровая эрозия. Механизм отрыва и перемещения почвенных частиц ветровым потоком аналогичен ранее рассмотренному: время пребывания частиц во взвешенном состоянии, от которого зависит дальность переноса, определяется интенсивностью турбулентного обмена в движущейся воздушной среде. Ветровой эрозией в первую очередь поражаются песчаные и супесчаные почвы; черные бури разрушают пахотные горизонты также суглинистых и глинистых почв. Подробное обоснование мероприятий по борьбе с ветровой эрозией почв (как и водной) дано в монографии С. С. Соболева [117]. Поэтому мы остановимся лишь на недавно разработанном [127] методе расчета взаимодействия приземного потока воздуха с лесной полезащитной полосой, позволяющем более эффективно проектировать лесопосадки для защиты почв от ветровой эрозии.

В предположении достаточной продуваемости лесной полосы, равенства нулю горизонтального градиента давления, нейтральной температурной стратификации исходная система уравнений метеорологического режима в полосе и за ней имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} k \frac{\partial u}{\partial y} - C_f S \frac{u^2}{2}; \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0; \\ u \frac{\partial b}{\partial x} + v \frac{\partial b}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \alpha_b k \frac{\partial b}{\partial y} + k \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + C_f S \frac{u^3}{2} - \frac{C_1 b^2}{k}; \end{aligned} \right\} \quad (175)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{l} &= -\frac{1}{\kappa C_1^{1/4}} \frac{\frac{\partial}{\partial y} \frac{b}{k}}{\frac{b}{k}} + \frac{S}{a}; \\ k &= l \sqrt{b}, \end{aligned} \right\} \quad (175)$$

где x, y — горизонтальная и вертикальная координаты;
 u, v — компоненты средней скорости ветра;
 k — коэффициент вихревой вязкости;
 b — интенсивность турбулентности;
 l — масштаб турбулентности;
 S — удельный листовой индекс;
 C_1 — коэффициент сопротивления элементов растительности;
 a — параметр, характеризующий влияние размера листа на величину масштаба турбулентности в межлистном пространстве;

κ, C_1, α_v — постоянные.

В систему уравнений (175) входят: проекция уравнения движения на ось x , уравнение неразрывности, уравнение баланса интенсивности турбулентности и два соотношения, одно из которых является обобщением гипотезы Кармана о масштабе турбулентности (гипотеза Лайхтмана—Зилинтинкевича), а другое представляет собой гипотезу Прандтля—Колмогорова о взаимной связи b, k и l .

Граничные условия для исходной системы уравнений ставятся в таком виде:

при $x = 0$ (на «входе» в полосу)

$$u = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{y + y_0}{y}; \quad v = 0; \quad k = \kappa v_* (y + y_0); \quad b = C_1^{-1/2} v_*^2;$$

при $y = 0$

$$u = v = 0; \quad \alpha_v k \frac{\partial b}{\partial y} = 0; \quad l = \kappa C_1^{1/4} y_0;$$

при $y = H$

$$k \frac{\partial u}{\partial y} = v_*^2; \quad \alpha_v k \frac{\partial b}{\partial y} = 0.$$

В этих выражениях: v_* — динамическая скорость, y_0 — параметр шероховатости, H — уровень над поверхностью почвы, на котором влиянием проницаемого препятствия на характеристики потока можно пренебречь.

Нелинейная система уравнений параболического типа (175) в частных производных второго порядка аппро-

ксимируется системой конечно-разностных уравнений, которая решается методом последовательных приближений по нелинейным членам уравнений движения и баланса интенсивности турбулентности, с прогонкой в каждом приближении в широком диапазоне изменения удельной поверхности растительности S , высоты h_2 и ширины L лесополосы, расстояния h_1 от поверхности почвы до начала кроны деревьев.

На рис. 49 в качестве примера приведен результат [127] расчета взаимодействия приземного потока воздуха с продуваемой внизу ($h_1 = 2$ м) лесополосой шириной $L = 8$ м и высотой $h_2 = 8$ м, с удельной поверхностью растительности в кроне, постоянной в $h_1 \leq y \leq h_2$ и равной 0,01. В расчете использованы следующие значения параметров: $\kappa = 0,4$; $C_1 = 0,046$; $y_0 = 0,05$ м; $\alpha_v = 0,73$; $a = 0,2$. На рисунке показаны изменения горизонтальной скорости ветра u , отнесенной к соответствующим значениям скорости набегающего потока u_0 , в зависимости от расстояния, измеряемого от начала лесополосы.

Кривые построены для трех уровней над поверхностью почвы: $y = 0,1$ м; $y = 1$ м; $y = 5$ м. Как видно из рисунка, скорость потока в лесной полосе и на некотором расстоянии за нею падает, а затем стремится к своему значению на «входе» в полосу; причем это стремление неодинаково для разных уровней над поверхностью почвы.

В качестве критерия эффективности лесной полосы предлагается использовать величину касательного напряжения турбулентного трения τ_0 у поверхности почвы, т. е. сдвиговое усилие, передаваемое турбулентным потоком верхнему слою почвы. Оптимальная конструкция определяется на основании зависимостей τ_0 от геометрических характеристик полосы. Анализ этих зависимостей привел автора к следующим выводам.

1. Действие лесной полосы (по крайней мере с расстояния, равного 10 высотам) прямо пропорционально ее высоте.

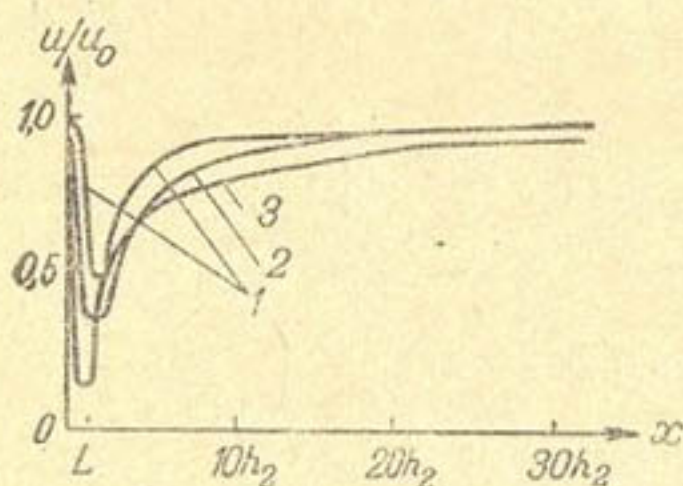


Рис. 49. Относительное изменение горизонтальной скорости ветра [127]:

1 — $y = 0,1$ м; 2 — $y = 1$ м; 3 — $y = 5$ м

2. Увеличение ширины полосы более 10—12 м не усиливает эффективности полосы.

3. Существует оптимальное значение продуваемости (под продуваемостью понимается расстояние от поверхности почвы до начала кроны), при котором достигается наибольший ветрозащитный эффект; так, для полосы высотой 8 м это расстояние равно 2—3 м.

4. Численные эксперименты с различным вертикальным распределением удельного листового индекса S показали, что наилучшим защитным действием (при $\int S dy = \text{const}$) обладает лесная полоса с распределением элементов растительности по типу продуваемой внизу лесной полосы.

5. Сравнительная оценка защитного действия отдельно стоящего ветролома шириной 8 м и системы из двух ветроломов (каждый шириной 4 м) той же высоты и проницаемости, отстоящих друг от друга на расстоянии 4 м, показывает, что система из двух ветроломов обладает большим защитным действием. Таким образом, если полоса имеет в своем составе несколько рядов деревьев, то для усиления ее ветрозащитных свойств эти ряды нужно располагать не вплотную, а на некотором расстоянии друг от друга.

4. УПЛОТНЕНИЕ — НАБУХАНИЕ ПОЧВОГРУНТОВ

В последние годы выполнены исследования природы деформаций грунтов, основанные на учете расклинивающего давления тонких слоев жидкости и пластических свойств, определяющих связность (прилипание) грунтов. К числу этих исследований относятся работы Дерягина, Нерпина, Котова, Козубова, в которых дана общая постановка задачи деформации глинистых грунтов и намечены пути ее разрешения (см., например, [62, 65]).

Расчетная модель [62]. Предполагается, что среда является двухфазной дисперсной системой, представленной совокупностью как отдельных минеральных частиц, так и целых их агрегатов, разделенных порами, которые в зависимости от размеров могут быть как микро-, так и макропорами, заполненными водой.

При этом уплотнение слоя грунта в соответствии с расчетной моделью будет представлять два связанных между собой процесса, а именно: процесс сближения частиц (агрегатов), происходящий за счет выдавливания воды из

разделяющих их пор в транзитные поры, и процесс фильтрации этой воды по транзитным порам к граничным поверхностям слоя (рис. 50, а).

Принимается, что фильтрационные явления в соответствии с обычными допущениями теории фильтрации грунтовых вод с достаточным приближением могут быть описаны законом Дарси. В этом случае закон Дарси можно записать в виде:

$$u_s = -K_0 \frac{\partial H}{\partial S}. \quad (176)$$

Здесь

$$H = \frac{P}{\rho g} + z = \frac{P}{\gamma} + z. \quad (177)$$

Среднюю скорость движения воды в порах можно представить зависимостью Дарси в виде:

$$u = -\frac{K_0}{m} \frac{\partial H}{\partial S}. \quad (178)$$

Величина m обозначает поверхностную пористость для жидкой фазы, т. е. площадь транзитных пор в единице площади сечения слоя грунта. В теории фильтрации грунтовых вод ее принимают постоянной для любого сечения грунта (ввиду малости размеров твердых частиц по сравнению с размерами рассматриваемой области земляной среды, а также полной беспорядочности расположения этих частиц).

Малость и беспорядочность расположения твердых частиц позволяет также принять допущение о постоянстве деформационных свойств грунта в любом направлении.

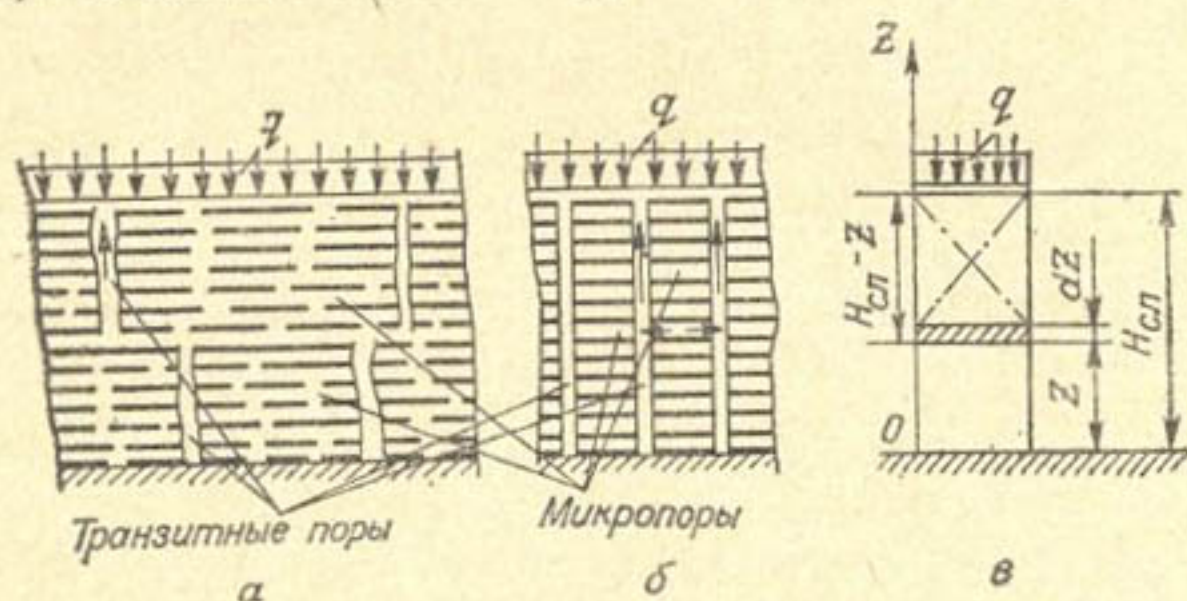


Рис. 50. Расчетная модель:

а — модель почвогрунта; б — упрощенная модель; в — расчетная схема

Для глинистых почвогрунтов, учитывая специфический для них характер упаковки и относительного расположения частиц в слое, принимается одинаковость деформационных свойств на любой вертикали рассматриваемого слоя.

Принятые допущения позволяют в качестве расчетной принять схему грунта, представленную совокупностью одинаковых частиц (агрегатов), отделенных друг от друга в горизонтальных плоскостях микропорами, в вертикальных — макропорами (транзитными), заполненными водой (рис. 50, б). Эта схема эквивалентна в деформационном и фильтрационном отношении реальному рассматриваемому слою почвогрунта.

Дифференциальные уравнения уплотнения грунта. Кинетика сближения частиц (агрегатов) в слое рассматривается с учетом вязкопластических свойств жидкости, выжимаемой из пространства между частицами в транзитные поры, расклинивающего давления тонких слоев жидкости, разделяющих частицы, и давлений, возникающих при фильтрации жидкости по транзитным порам к граничным поверхностям слоя.

Условие равновесия частицы записывается в виде:

$$\frac{\tau_0 B_1}{h} + \frac{\eta B_2}{h^3} v + R(h) + P - q = 0, \quad (179)$$

где τ_0 — предельное напряжение сдвига жидкости;
 η — вязкость;
 B_1 и B_2 — постоянные коэффициенты, зависящие от формы и размеров частиц;
 h — расстояние между частицами;
 q — интенсивность приложенной к частицам нагрузки;
 P — давление воды в порах;
 v — скорость движения частицы.

В уравнении (179) первых два слагаемых учитывают влияние вязкопластических свойств жидкости на равновесие частицы, третье слагаемое $R(h)$ — расклинивающее давление тонких слоев.

Если бы поры, разделяющие частицы в группе, а также транзитные поры, отделяющие одну группу частиц от другой, не были заполнены водой, то мгновенное приложение к этой группе равномерно распределенной нагрузки q (а в общем случае любой нагрузки в виде той или иной совокупности поверхностных или объемных сил) вы-

звало бы соответствующее сближение частиц. Однако вода, заполняющая в действительности поры земляной среды, препятствует этому сближению.

Если в соответствии с принятой расчетной моделью двухфазной системы пренебречь сжимаемостью как жидкости, так и минеральных частиц, то деформация почвогрунта будет происходить лишь за счет выжимания жидкости из пор и ее фильтрации к граничным поверхностям слоя.

Количество жидкости Q , выдавливающейся из тонких прослоек в транзитные поры за единицу времени, может быть определено зависимостью:

$$Q = \sum_{i=1}^n v \omega = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial t} \omega = - F \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (180)$$

где ω — площадь поперечного сечения поры;
 F — общая площадь поперечного сечения прослоек;
 n — количество тонких прослоек жидкости в рассматриваемой группе частиц;
 $v = - \frac{\partial h}{\partial t}$ — скорость движения частиц, которая может быть определена из формулы (179).

Примем вместо разделенной системы частиц сплошное тело (рис. 50, в), учитывая при этом, что деформации его будут происходить не за счет всей высоты, а лишь за счет ее части, соответствующей занимаемой тонкими прослойками жидкости в слое.

Примем прямоугольную систему координат и расположим координатные оси, как указано на рис. 50, в.

Обозначив через C толщину частицы, а через h — расстояние между соседними частицами, можно получить формулу для вычисления высоты, занимаемой тонкими прослойками жидкости в элементе, определяющую деформационную способность слоя:

$$dh_z = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon_0} dz, \quad (181)$$

где ε_0 — коэффициент относительной пористости грунта, соответствующий моменту приложения нагрузки.

Относительная деформация пор в элементе dz запишется в виде:

$$v_z = \frac{(dz)}{dh_z}, \quad (182)$$

откуда

$$\delta(dz) = v_z dh_z = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon_0} v_z dz, \quad (183)$$

где $\delta(dz)$ — абсолютная деформация элемента dz ;

v_z — его относительная деформация.

Абсолютная деформация слоя высотой z выразится соотношением:

$$\delta(z) = \int_0^z \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon_0} v_z dz. \quad (184)$$

Выражение (184) соответствует случаю постоянства коэффициента относительной пористости по высоте слоя в момент приложения к его поверхности уплотняющей нагрузки.

Из выражения (179) следует, что:

$$v = - \frac{\partial h_z}{\partial t} = \frac{h^3}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{h} - R(h) \right]; \quad (185)$$

Тогда значение относительной деформации v_z для любого момента времени можно записать в виде:

$$v_z = \frac{dh}{h_z} = - \frac{1}{h} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{h} - R(h) \right] \frac{h^3}{\eta B_2} dt, \quad (186)$$

где h — расстояние между частицами в момент времени $t = 0$.

Подставив (186) в (184), получим абсолютную деформацию элемента dz :

$$\delta(z) = \int_0^t \int_0^z \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon_0} \frac{1}{h} \frac{h^3}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{h} - R(h) \right] dz dt, \quad (187)$$

Выражая расстояние между частицами через толщину частицы C и коэффициент относительной пористости ε

$$h = C\varepsilon \quad (188)$$

и подставляя его в (187), получим:

$$\delta(z) = - \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon_0} \int_0^t \int_0^z \frac{C^2 \varepsilon^2}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{\varepsilon C} - R(\varepsilon) \right] dz dt. \quad (189)$$

Скорость перемещения частицы на высоте z относительно начала координат за время dt определяется соотношением:

$$v_z = \frac{\delta(z)}{dt} = \frac{1}{1 + \varepsilon_0} \frac{1}{t} \int_0^t \int_0^z \frac{C^2 \varepsilon^3}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{\varepsilon C} - R(\varepsilon) \right] dz dt =$$

$$= \frac{1}{1 + \varepsilon_0} \int_0^z \frac{C^2 \varepsilon^3}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{\varepsilon C} - R(\varepsilon) \right] dz. \quad (190)$$

Абсолютное изменение объема Δz слоя высотой z за единицу времени, равное

$$\Delta_z = v_z \omega, \quad (191)$$

происходит за счет фильтрации жидкости из пор этой группы через сечение на высоте z с расходом

$$\Delta_Q = u_z \omega. \quad (192)$$

Из условия неразрывности движения $\Delta_z = \Delta_Q$ имеем

$$\frac{1}{1 + \varepsilon_0} \int_0^z \frac{C^2 \varepsilon^3}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{\varepsilon C} - R(\varepsilon) \right] dz = -K_0 \frac{\partial H}{\partial z}. \quad (193)$$

Дифференцируя (193) по z , получим:

$$\frac{1}{1 + \varepsilon_0} \frac{C^2 \varepsilon^3}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{\varepsilon C} - R(\varepsilon) \right] = -\frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial H}{\partial z}. \quad (194)$$

Из сопоставления (185) и (188) следует, что

$$\frac{C^2 \varepsilon^3}{\eta B_2} \left[q - P - \frac{\tau_0 B_1}{\varepsilon C} - R(\varepsilon) \right] = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \quad (195)$$

тогда окончательно получаем:

$$\frac{1}{1 + \varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} K_0 \frac{\partial H}{\partial z}. \quad (196)$$

Уравнения (195) и (196) являются основными дифференциальными уравнениями консолидации среды.

Уравнение (196) идентично уравнению консолидации, полученному ранее другим путем В. А. Флориным [125]:

$$\frac{1}{1 + \varepsilon_0} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \beta \frac{\partial P}{\partial t} - \operatorname{div} K_0 \operatorname{grad} H = 0. \quad (197)$$

Для случая полного заполнения пор скелета водой ($\beta = 0$) В. А. Флорин величину $1 + \varepsilon$ рекомендует принимать по-

стоянной и равной $1 + \varepsilon_{\text{ср}}$, где $\varepsilon_{\text{ср}}$ — среднее значение величины ε в рассматриваемом диапазоне ее изменения.

Вязкопластические свойства жидкости в микропорах можно учесть введением в (196) вместо постоянного значения K_0 функции $K(I)$.

При подстановке в (196) получим:

$$\frac{1}{1 + \varepsilon_{\text{ср}}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = K_0 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial H}{\partial z} - \frac{4}{3} I_0 \right] = K_0 \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \quad (198)$$

Принимая во внимание зависимость (177), найдем:

$$\frac{1}{1 + \varepsilon_{\text{ср}}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = K_0 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\gamma} \frac{\partial P}{\partial z} + 1 - \frac{4}{3} I_0 \right] = \frac{K_0}{\gamma} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}. \quad (199)$$

Исследование одномерной задачи уплотнения сводится к совместному решению уравнений (195) и (199).

Уплотнение слоя почвогрунта сплошной равномерно распределенной нагрузкой. Рассматривается случай сжатия слоя почвогрунта, вызванный мгновенным приложением к его поверхности в момент времени $t = 0$ равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q .

В процессе уплотнения, как уже указывалось, происходит отжатие воды как из микро-, так и макропор к граничным поверхностям слоя. Процесс этот требует известного времени, определяемого, с одной стороны, проницаемостью грунта и расклинивающим эффектом, и вязкопластическими свойствами жидкости в тонких слоях — с другой. Поэтому непосредственно в момент приложения внешней нагрузки явления отжатия воды еще не успевают возникнуть, вследствие чего пористость грунта в момент $t = 0$ остается неизменной, т. е. такой же, как и до приложения нагрузки.

Скорость уплотнения на любой глубине в слое непосредственно после приложения нагрузки определится из уравнения (195), если подставить в него соответствующее моменту времени $t = 0$ значение относительной пористости $\varepsilon = \varepsilon_0$.

Подставив в уравнение (199) вместо $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$ его значение из формулы (195), получим:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon^3 C^2 \gamma}{(1 + \varepsilon_{\text{ср}}) K_0} \frac{1}{\eta B_2} \left[-q + P + \frac{\tau_0 B_1}{\varepsilon C} + R(\varepsilon) \right]. \quad (200)$$

Интегрирование полученного дифференциального уравнения (200) в совокупности с имеющимися граничными

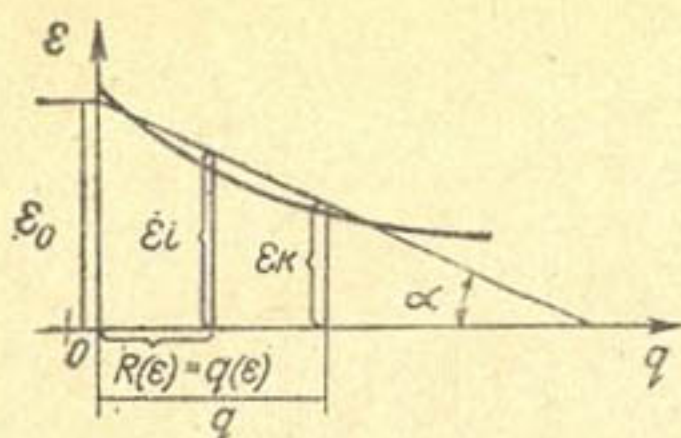


Рис. 51. Компрессионная кривая

и начальными условиями позволит получить распределение поровых давлений по высоте слоя. Подставив далее полученное выражение в (195) и выполнив интегрирование этого уравнения, можно получить закон изменения ε во времени.

Однако выполнить интегрирование уравнения (195) не представляется возможным ввиду его сложного построения.

Принимая во внимание то обстоятельство, что в начале уплотнения и после окончания процесса консолидации значения соответствующих этим моментам коэффициентов относительной пористости постоянны по высоте слоя, и учитывая сравнительно небольшой диапазон изменения этих коэффициентов на всем этапе уплотнения, можно допустить постоянство значений их по высоте и для произвольных моментов времени. Принятое допущение приводит систему нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными (195) и (199) к двум независимым обыкновенным дифференциальным уравнениям, которые решаются относительно просто.

Анализ выражения (200) позволяет заключить, что сумма двух последних слагаемых, стоящих в правой части уравнения, представляет собой значение напряжения на компрессионной кривой $R(\varepsilon)$, соответствующее коэффициенту относительной пористости ε . В дальнейшем для решения задачи вместо уравнения (200) применяется тождественное ему уравнение, полученное на основании использования компрессионной кривой (рис. 51).

Уравнение спрямленного участка компрессионной кривой (рис. 51) записывается в виде:

$$\varepsilon - \varepsilon_0 = -qa, \quad (201)$$

где a — коэффициент сжимаемости почвогрунта ($a = \text{tg } \alpha$).

Из уравнения (201) получаем:

$$R(\varepsilon) = q(\varepsilon) = \frac{1}{a} \varepsilon_0 - \frac{1}{a} \varepsilon. \quad (202)$$

Уравнение (200) в этом случае можно представить в виде:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = m\epsilon^3 \left(\frac{\epsilon_0}{a} - \frac{\epsilon}{a} - q + P \right), \quad (203)$$

где

$$m = \frac{C^2 \gamma}{(1 + \epsilon_{cp}) K_0} \frac{1}{\eta B_2}. \quad (204)$$

Применительно к уплотнению слоя под действием внешней нагрузки интенсивностью q и собственной массы γ взвешенного в воде почвогрунта уравнение (200) будет иметь вид:

$$P'' = m\epsilon^3 \left[\frac{\epsilon_0}{a} - \frac{\epsilon}{a} - q - (H_{сл} - z) \gamma - (H_{сл} - z) \bar{\gamma} + P \right] \quad (205)$$

или

$$P'' - m\epsilon^3 P = m\epsilon^3 \left[\frac{\epsilon_0}{a} - \frac{\epsilon}{a} - q - (H_{сл} - z) \gamma - (H_{сл} - z) \bar{\gamma} \right], \quad (206)$$

где $H_{сл}$ — мощность уплотняемого слоя.

Общее решение уравнения (206) будет:

$$P = A_1 e^{\sqrt{\epsilon^3 m} z} + A_2 e^{-\sqrt{\epsilon^3 m} z} - (\gamma + \bar{\gamma}) z + (\gamma + \bar{\gamma}) H_{сл} - \left(\frac{\epsilon_0}{a} - \frac{\epsilon}{a} - q \right). \quad (207)$$

Произвольные постоянные интегрирования определяются из граничных условий применительно к рассматриваемой схеме уплотнения слоя.

Граничные условия обычные, применяемые в теории движения грунтовых вод: 1) на водонепроницаемых участках граничной поверхности производная напорной функции по нормали к граничной поверхности должна обращаться в нуль, т. е. $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$; 2) на водопроницаемых участках напорная функция должна принимать заданные значения, соответствующие рассматриваемой задаче.

В качестве примера рассмотрен случай, когда уплотняемый слой с верхней водопроницаемой поверхностью расположен на водоупоре (см. рис. 50, в).

Граничные условия:

$$1) \text{ при } z = 0, \frac{\partial H}{\partial z} = 0; \quad 2) \text{ при } z = H_{сл}, P = 0; \quad (208)$$

или с учетом зависимости (177):

$$1) \text{ при } z = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\gamma; \quad (209)$$

$$2) \text{ при } z = H_{\text{сл}}, \quad P = \gamma H_{\text{сл}} - \gamma z = 0.$$

Из уравнения (207) в соответствии с условиями (209) следует:

$$A_1 = \frac{\left(\frac{\varepsilon_0}{a} - \frac{\varepsilon}{a} - q\right) - \frac{\bar{\gamma} e^{BH_{\text{сл}}}}{B}}{e^{BH_{\text{сл}}} + e^{-BH_{\text{сл}}}} + \frac{\bar{\gamma}}{B}; \quad (210)$$

$$A_2 = \frac{\left(\frac{\varepsilon_0}{a} - \frac{\varepsilon}{a} - q\right) - \frac{\bar{\gamma} e^{BH_{\text{сл}}}}{B}}{e^{BH_{\text{сл}}} + e^{-BH_{\text{сл}}}}, \quad (211)$$

где

$$B = \sqrt{\varepsilon^3 m}. \quad (212)$$

После подстановки выражений (210) и (211) в уравнение (207) и выполнения соответствующих преобразований можно получить:

$$P = \left(q - \frac{\varepsilon_0}{a} + \frac{\varepsilon}{a}\right) \left(1 - \frac{\text{ch } Bz}{\text{ch } BH_{\text{сл}}}\right) + \\ + \bar{\gamma} \left[(H_{\text{сл}} - z) - \frac{1}{B} \frac{\text{sh } B(H_{\text{сл}} - z)}{\text{ch } BH_{\text{сл}}}\right] + \gamma(H_{\text{сл}} - z). \quad (213)$$

Полученная зависимость выражает распределение поровых давлений по высоте уплотняемого слоя для произвольного момента времени, которое учитывается в данном уравнении косвенно, через посредство ε .

Как показывает анализ, отношения

$$y_1 = \frac{\text{ch } Bz}{\text{ch } BH_{\text{сл}}} \text{ и } y_2 = \frac{\text{sh } (H_{\text{сл}} - z)}{\text{ch } BH_{\text{сл}}}$$

незначительно меняются при изменении величины ε .

Это дает основание в дальнейшем при решении задачи считать указанные отношения функциями, зависящими только от z . Кроме того, для упрощения расчетов входящие в данные отношения значения коэффициента относительной пористости ε целесообразнее заменить средним значением $\varepsilon_{\text{ср}}$ этой величины.

Напряжения, передающиеся на скелет почвогрунта, можно определить, составив уравнение равновесия призмы водонасыщенного грунта высотой ($H_{\text{сл}} = -z$), верхнее

основание которой совпадает с верхней граничной плоскостью слоя

$$\sigma_z = P_{H_{сл}} + \sigma_{H_{сл}} + (H_{сл} - z) \gamma + (H_{сл} - z) \bar{\gamma} - P_z, \quad (214)$$

где $P_{H_{сл}}$ и $\sigma_{H_{сл}}$ — граничные значения давления в воде и интенсивность внешней нагрузки на верхней поверхности слоя ($\sigma_{H_{сл}} = q$);

P_z и σ_z — давление в воде и напряжение в скелете грунта в момент времени t на уровне нижнего основания призмы.

Подстановка в уравнение равновесия (214) значения P из (213) и преобразование полученного выражения с учетом принятых ранее обозначений дает

$$-\frac{\eta B_2}{C^2} \frac{1}{\varepsilon^3} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{y_1}{a} \varepsilon + y_1 \left(q - \frac{\varepsilon_0}{a} \right) + \frac{1}{\varepsilon \sqrt{\varepsilon}} \frac{y_2}{\sqrt{m}} \bar{\gamma}. \quad (215)$$

Выполнив интегрирование уравнения (215) при соблюдении соответствующих начальных условий, получают зависимость для определения коэффициента относительной пористости как во времени, так и по высоте.

Для случая, когда уплотнение вызывается лишь внешней сплошной равномерно распределенной нагрузкой, получается зависимость вида:

$$\begin{aligned} \frac{\eta B_2}{y_1 C^2} \frac{1}{q_a} \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} - \frac{1}{\varepsilon_0^2} \right) - \frac{1}{\varepsilon_K} \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{\varepsilon_K^2} \ln \frac{(\varepsilon - \varepsilon_K) \varepsilon_0}{(\varepsilon_0 - \varepsilon_K) \varepsilon} \right] = t, \end{aligned} \quad (216)$$

где ε_K — конечное значение коэффициента относительной пористости;

$$q_a = \frac{\varepsilon_0}{a} - q.$$

В результате математической обработки зависимости (216) удалось получить простую формулу для расчета затухания осадок во времени [203]:

$$\Delta H_t = \Delta H_K \left[1 - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0} e^{-nt} \right], \quad (217)$$

где ΔH_t — осадка слоя к моменту времени t ;
 ΔH_K — конечная осадка слоя;

ε_t — осредненное значение коэффициента относительной пористости по высоте слоя в момент времени t ;

n — параметр, зависящий от свойств грунта.

Параметр n можно определить из зависимости:

$$n = \frac{\varepsilon_{cp} \sqrt{\varepsilon_{cp} (1 + \varepsilon_{cp})}}{\alpha} \sqrt{10^{-1} K_0} \frac{1}{aH}, \quad (218)$$

где α — коэффициент, учитывающий размеры частиц в грунте ($\alpha^2 = \frac{B_2}{C_2}$);

H — толщина сжимаемого слоя.

Значения ε_t определяются из компрессионных испытаний образца, при которых величина H приравнивается к толщине образца.

Зависимость (217) лишена недостатков, свойственных аналогичной зависимости теории фильтрационной консолидации, основанной на законе Дарси.

Действительно, скорость уплотнения слоя по (217) зависит от толщины слоя в первой степени (что находится в полном соответствии с экспериментом), а не во второй, как это получается по теории фильтрационной консолидации.

Кроме того, из теории фильтрационной консолидации следует, что сжатие слоя грунта при отсутствии в его порах воды должно протекать мгновенно, что находится в явном противоречии с действительным протеканием процесса уплотнения. Зависимость (217) лишена и этого недостатка — при $K_0 \rightarrow \infty$ коэффициент n принимает конечное значение.

Обширные исследования, выполненные Ничипоровичем в натурных условиях, позволили установить следующую эмпирическую зависимость:

$$H_t = H_{\infty} (1 - e^{-dt}), \quad (219)$$

где H_t — осадка сооружения в данный момент времени;
 t — время осадки в годах;

H_{∞} — конечная (стабилизированная) осадка;

d — коэффициент, 1/год (для исследованных объектов $d = 0,35 - 2,2$).

Эмпирическая формула (219) совпадает по структуре с теоретической зависимостью (217), что свидетельствует о правильности исходных предпосылок, положенных в основу теории. В случае рассмотрения задачи о разбу-

хании слоя грунта величины ε_0 , ε_k и q_a берутся на спрямленной ветви декомпрессии.

Случай изменяющейся во времени нагрузки. Формула (217) может быть использована для получения зависимости, описывающей затухание осадки во времени при изменяющейся нагрузке $q = q(t)$.

Запишем (217) в виде

$$\varepsilon_0 - \varepsilon = aq \left(1 - \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0} e^{-nt} \right). \quad (220)$$

Принимая $\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_0} \approx 1$ и дифференцируя (220) по t , найдем:

$$-\frac{d\varepsilon}{dt} = aqne^{-nt}. \quad (221)$$

Интегрируя (221) и учитывая, что $q = q(t)$, получим:

$$-\varepsilon = an \int q(t) e^{-nt} dt + C. \quad (222)$$

Определяя постоянную интегрирования C из условия $\varepsilon|_{t=0} = \varepsilon_0$ и подставляя ее в (222), найдем:

$$\varepsilon_0 - \varepsilon = an \left[\int q(t) e^{-nt} dt - \left(\int q(t) e^{-nt} dt \right)_{t=0} \right]. \quad (223)$$

После преобразований уравнение (223) можно привести к виду:

$$\Delta H_t = \frac{an}{1 + \varepsilon_0} H \left[\int q(t) e^{-nt} dt - \left(\int q(t) e^{-nt} dt \right)_{t=0} \right]. \quad (224)$$

Трехфазная система. Газообразная составляющая почвы оказывает большое влияние на скорость и характер процессов ее уплотнения и набухания. Поскольку деформации сжатия — разбухания трехфазной системы в основном также определяются изменением пористости, то они могут оцениваться (как и для рассмотренной выше двухфазной модели) изменением коэффициента пористости ε при изменении внешних воздействий.

Следовательно, выражения (217) и (224) справедливы и в этом случае. Однако численные значения ε_t , ε_0 и n , при прочих равных условиях, для трехфазной системы будут существенно отличаться от значений для водонасыщенных почв и грунтов.

Помимо осадок под влиянием собственной массы, почвообрабатывающих орудий и сельскохозяйственных машин, уплотнение корнеобитаемого слоя вызывают механическое действие дождевых капель, разрушение почвенных агрегатов, высыхание и оттаивание почвы. Увеличение объема корнеобитаемого слоя связано не только с рыхлением почвы орудиями, но и с набуханием ее при увлажнении, образованием газов при разложении органических веществ, замерзанием воды в почве, изменением пористости и агрегатного состава при воздействии корней растений, роющих животных и органических удобрений.

В период между механическими обработками в почве одновременно протекают оба процесса: уплотнение и набухание.

Итоговой характеристикой, описывающей равновесное состояние между этими процессами, является **равновесная плотность почвы**.

Т а б л и ц а 23

Ориентировочные значения оптимальной
плотности некоторых почв

Почва	Культура	Оптимальная плотность, кг/м ³	Авторы исследований
Дерново-подзолистая суглинистая на моренном тяжелом суглинке	Овес	1100	И. Б. Ревут
Тяжелосуглинистая пылеватая	Картофель	1100—1190	Б. А. Писарев, В. Д. Воривода
Дерново-слабоподзолистая супесчаная	Кукуруза	1450	И. Б. Ревут
Дерново-слабоподзолистая тяжелосуглинистая	»	1100	»
Чернозем-смольница (Болгария)	Овес	1000—1100	А. Иванов, К. Стойнев
Выщелоченная лугово-коричневая (Болгария)	»	1200—1400	То же
Выщелоченный суглинистый чернозем	Сорго	1150—1300	Б. П. Гончаров, В. А. Паршин
Мощный тяжелосуглинистый чернозем	Кукуруза	1110—1200	Н. А. Соколовская

Необходимым (но недостаточным) условием минимальных обработок почв (сущность которых заключается в сокращении или полном отказе от механических междурядных обработок) является совпадение равновесной плотности с оптимальной (для данных почв и культур).

Ориентировочные значения оптимальной плотности для некоторых почв приведены в табл. 23.

Достаточным условием минимальных механических обработок почвы является отсутствие сорной растительности (или ее уничтожение, например, высокоселективными гербицидами).

Под влиянием окультуривания (своевременные обработки, удобрения, культурная растительность) равновесная плотность уменьшается [100], что создает предпосылки для минимизации обработок, а следовательно, для повышения противоэрозионной устойчивости почв.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЙ ¹

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Событие. Вероятность события. Случайная величина. Понятия «событие» и «вероятность» являются основными в теории вероятностей.

Под **с о б ы т и е м** понимается факт, который в результате опыта может произойти, а может и не произойти.

Каждому событию целесообразно поставить в соответствие число, которое тем больше, чем более возможно событие. Такое число называют вероятностью события.

В е р о я т н о с т ь — численная мера объективной возможности события.

Событие, которое обязательно должно произойти в результате опыта, называют **д о с т о в е р н ы м**.

Достоверному событию (C) ставят в соответствие вероятность, равную 1, т. е. можно записать, что $P(C) = 1$, где буквой P обычно принято обозначать вероятность.

Н е в о з м о ж н ы м называют событие, которое в результате опыта не может произойти.

Невозможному событию L ставят в соответствие вероятность, равную нулю, т. е. $P(L) = 0$.

Вероятности событий A , которые в результате опыта могут произойти, а могут и не произойти, выражаются числами, заключенными между нулем и единицей:

$$0 < P(A) < 1.$$

При подбрасывании кубика, на гранях которого нанесены цифры 1—6, могут произойти следующие случаи:

A_1 —	выпадение 1
A_2 —	» 2
A_3 —	» 3
A_4 —	» 4
A_5 —	» 5
A_6 —	» 6

¹ Глава написана совместно с Т. С. Сафроновой.

Рассмотрим событие A — появление четного числа при подбрасывании кубика. Все множество случаев $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$ можно разбить на два подмножества: случаи, благоприятствующие появлению события A , и не благоприятствующие его появлению.

Теперь можно ввести классическое определение вероятности. Вероятность события A равна отношению числа случаев, благоприятных A , к общему числу случаев.

Событию A благоприятствует подмножество $\{A_2, A_4, A_6\}$, поэтому по классическому определению вероятности $P(A) = 3/6 = 1/2$.

Следующим основным понятием теории вероятностей является понятие случайной величины.

В описанном выше эксперименте с подбрасыванием кубика вместо того, чтобы вводить множество событий $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$, будем говорить о случайной величине x_i , где $i = 1, 2, \dots, 6$ — число очков, выпавших при бросании кубика. Очевидно, вероятность появления x_i может быть описана следующей таблицей:

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Переменная, которая принимает различные числовые значения, сопряженные с определенными вероятностями, получила название случайной величины.

Случайные величины могут быть двух видов: дискретные и непрерывные.

Дискретной случайной величиной называют такую случайную величину, которая принимает отдельные значения на числовой оси. Например, дискретной будет случайная величина, характеризующая влажность образцов почвы данного типа при некотором фиксированном значении всасывающего давления (потенциала влаги).

Непрерывной случайной величиной называют такую случайную величину, которая может принять любое значение в заданном интервале.

Случайная величина является полностью описанной с вероятностной точки зрения, если задан закон распределения случайной величины.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение,

устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Про случайную величину будем говорить, что она подчиняется данному закону распределения.

Для дискретной случайной величины простейшей формой задания закона распределения является таблица, в которой перечислены возможные значения случайной величины и соответствующие им вероятности:

$$\begin{array}{c} X \quad x_1 \quad x_2 \dots x_i \dots x_n \\ P \quad p_1 \quad p_2 \dots p_i \dots p_n \end{array}$$

Такая форма задания дискретной случайной величины получила название **ряда распределения**.

Часто ряд распределения изображают в прямоугольной системе координат. Полученную при таком построении фигуру, состоящую из отрезков, соединяющих последовательно точки (x_i, p_i) $i = 1, \dots, n$, называют **многоугольником распределения** (рис. 52).

Биномиальный закон распределения. Закон Пуассона. В качестве примеров, описывающих законы распределения дискретной случайной величины, приведем биномиальный закон распределения и закон Пуассона.

Биномиальный закон распределения. Отправной точкой для вывода биномиального закона распределения может служить следующая модель, лежащая в основе многих практических исследований, особенно в области контроля качества.

Пусть требуется проверить качество крупной партии образцов почвы ненарушенной структуры, предназначенных для фильтрационных исследований. Произвольный выбор одного образца из партии может привести к двум различным результатам: образец негоден (событие A); образец годен (событие $\bar{A}$).

Предположим далее, что процесс отбора, упаковки, транспортировки и хранения образцов налажен так, что вероятность получить бракованные образцы равна P , т. е. $P(A) = P$; $P(\bar{A}) = 1 - P = q$.

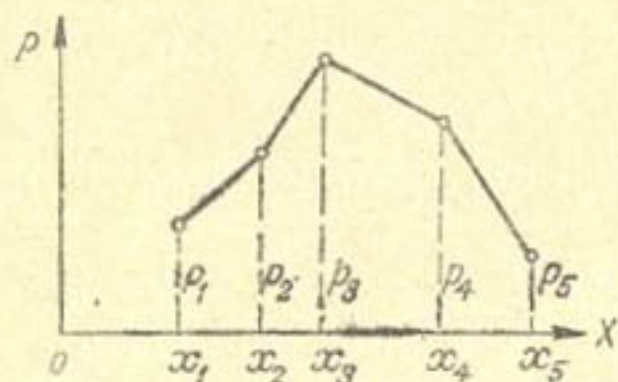


Рис. 52. Многоугольник распределения

Из партии независимо один от другого отбирается n образцов. Биномиальный закон распределения позволяет вычислить вероятность того, что среди n образцов будет обнаружено ровно m дефектных.

Эта вероятность вычисляется по формуле:

$$P_n(m) = C_n^m P^m q^{n-m}; \quad C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!};$$

$$m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots i \dots m; \quad 0! = 1.$$

Если случайная величина X подчиняется биномиальному закону распределения, то ряд распределения запишется в виде:

$$\begin{array}{ccccccc} X & 0 & 1 & \dots & m & \dots & n \\ P & q^n & C_n^1 P q^{n-1} & \dots & C_n^m P^m q^{n-m} & \dots & P^n \end{array}$$

При этом

$$\begin{aligned} q^n + C_n^1 P q^{n-1} + \dots + C_n^m P^m q^{n-m} + \dots + P^n &= \\ &= (P + q)^n = 1. \end{aligned}$$

Закон Пуассона. Этот закон описывает дискретную случайную величину и является предельным законом для биномиального закона.

Можно доказать, что при следующих условиях, дополнительных к биномиальному закону распределения: n — велико ($n \rightarrow \infty$), а P — мало, но так, что nP является постоянной ($nP = \text{const} = \lambda$),

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n(m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda},$$

где e — основание натурального логарифма ($e = 2,71828$).

Интегральная функция распределения. Случайная величина полностью описана, если задан ее закон распределения. Общим способом задания как дискретных, так и непрерывных случайных величин является интегральная функция распределения.

Пусть x — действительное число. Вероятность события, состоящего в том, что X примет значение, меньше x , т. е. вероятность события $X < x$, обозначим через $F(x)$, тогда $F(x) = P(X < x)$.

Если x будет изменяться, то будет изменяться и $F(x)$, т. е. $F(x)$ есть функция от x .

Интегральной функцией распределения называют функцию $F(x)$, определяющую для каждого значения x вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее x , т. е. $F(x) = P(X \leq x)$.

Определение функции распределения имеет простую геометрическую интерпретацию. Если рассматривать случайную величину как случайную точку X на оси Ox (рис. 53), которая в результате опыта может занять то или иное положение, то функция распределения $F(x)$ есть вероятность того, что случайная точка X в результате опыта попадет левее точки x .

Для дискретной случайной величины X , которая может принимать значения $x_1, x_2, \dots, x_n$, функция распределения будет иметь вид:

$$F(x) = \sum_{x_i < x} P(x_i). \quad (225)$$

Из выражения (225) следует, что функция распределения дискретной случайной величины X разрывна и возрастает скачками при переходе через точки ее возможных значений $x_1, x_2, \dots, x_n$, причем величина скачка равна вероятности соответствующего значения.

Пример 1. В некоторый момент времени с вероятностью 0,4 грунтонос стал извлекать дефектные образцы. Из совокупности таких образцов было отобрано независимо одна от другой 3 пробы. Построить ряд распределения и интегральную функцию распределения бракованных образцов в партии из 3 проб.

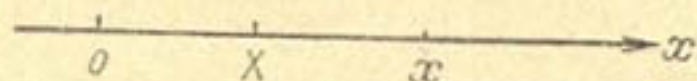


Рис. 53. Геометрическая интерпретация одномерной случайной величины

Решение. Обозначим число бракованных образцов в партии через X . Тогда возможные значения случайной величины X будут следующие: $x_1 = 0$; $x_2 = 1$; $x_3 = 2$; $x_4 = 3$.

Соответствующие этим значениям вероятности вычисляем

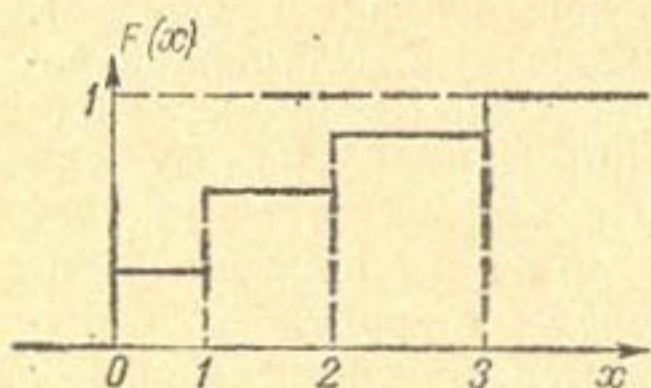


Рис. 54. График интегральной функции распределения $F(x)$ для дискретной случайной величины

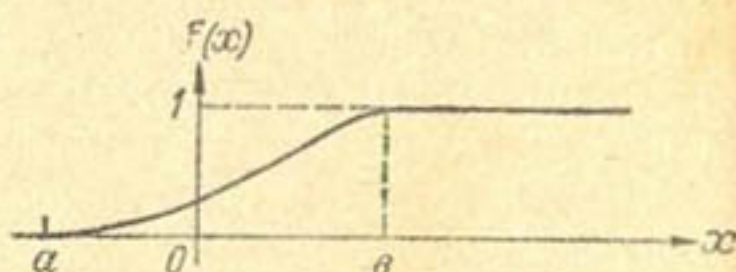


Рис. 55. График интегральной функции распределения $F(x)$ для непрерывной случайной величины

по биномиальному закону распределения. В наших условиях $P = 0,4$; $q = 0,6$; $n = 3$:

$$P_3(x_i) = C_3^{x_i} \cdot 0,4^{x_i} \cdot 0,6^{3-x_i}; \quad (i = 1, \dots, 4). \quad (226)$$

После расчета по формуле (226) ряд распределения примет вид:

x_i	0	1	2	3
$P(x_i)$	0,216	0,432	0,288	0,064

Теперь с помощью выражения (225) построим интегральную функцию распределения случайной величины X .

1. При $x < 0$ $F(x) = \sum P(X = x_i) = 0$.
2. При $0 \leq x < 1$ $F(x) = \sum_{x_i < 1} P(X = x_i) = P(X = 0) = 0,216$.
3. При $1 \leq x < 2$ $F(x) = \sum_{x_i < 2} P(X = x_i) =$
 $= P(X = 0) + P(X = 1) = 0,216 + 0,432 = 0,648$.
4. При $2 \leq x < 3$ $F(x) = \sum_{x_i < 3} P(X = x_i) =$
 $= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,936$.
5. При $3 \leq x < \infty$ $F(x) = P(X = 0) + P(X = 1) +$
 $+ P(X = 2) + P(X = 3) = 1$.

График функции распределения представлен на рис. 54. В рассмотренном примере значения случайной величины разделены интервалами, внутри которых других возможных значений нет. Характерно, что на этих интервалах функция распределения $F(x)$ постоянна, т. е. график функции распределения представляет собой ступенчатую ломаную линию. Из графика видно, что при каждом новом значении случайной величины ступень поднимается выше на величину, равную вероятности этого значения.

По мере увеличения числа возможных значений случайной величины и уменьшения интервалов между ними число скачков становится больше, а сами скачки — меньше; в том случае, когда значения случайной величины непрерывно заполняют некоторый интервал (a, b) , функция $F(x)$ будет представлять собой монотонно возрастающую функцию на этом интервале, причем общий характер графика примет вид, изображенный на рис. 55.

Свойства интегральной функции распределения. 1. Значения интегральной функции принадлежат отрезку $[0, 1]$; причем $F(-\infty) = 0$, $F(\infty) = 1$.

2. $F(x)$ — неубывающая функция, т. е. $F(x_2) \geq F(x_1)$, если $x_2 > x_1$.

3. Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале (a, b) , равна приращению функции на этом интервале, т. е.

$$P(a \leq X < b) = F(b) - F(a).$$

Если X — непрерывная случайная величина, а $F(x)$ — монотонно возрастающая функция, то

$$P(X = \alpha) = \lim_{\beta \rightarrow \alpha} P(\alpha \leq X < \beta) = \lim_{\beta \rightarrow \alpha} [F(\beta) - F(\alpha)] = 0,$$

т. е. вероятность любого отдельного значения непрерывной случайной величины равна нулю.

Дифференциальная функция распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины является ее исчерпывающей вероятностной характеристикой. Но она имеет недостаток, заключающийся в том, что по ней трудно судить о характере распределения случайной величины в небольшой окрестности той или другой точки числовой оси. Более наглядное представление о характере распределения непрерывной случайной величины в окрестностях различных точек дается функцией, которая называется дифференциальной функцией распределения, или плотностью распределения вероятностей.

Дифференциальной функцией распределения $f(x)$ называют первую производную от интегральной функции.

Кривая, изображающая плотность распределения $f(x)$ случайной величины, называется кривой распределения. Примерный вид кривой распределения $f(x)$ изображен на рис. 56.

Свойства дифференциальной функции распределения. 1. Плотность распределения $f(x)$ не отрицательна, т. е. $f(x) \geq 0$.

2. Интегральная функция распределения случайной величины равна интегралу от плотности в интервале от $-\infty$ до x , т. е.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx.$$

3. Вероятность того, что непрерывная случайная величина X принимает свои значения на участке (α, β) ,

равна интегралу от плотности распределения, взятому по этому участку, т. е.

$$P(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx.$$

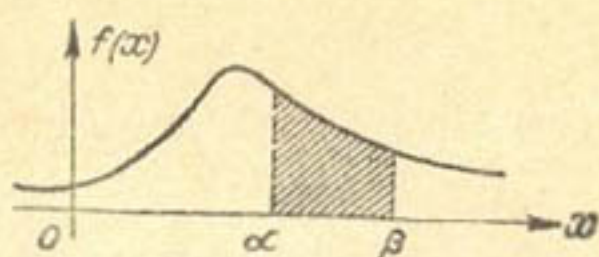


Рис. 56. Дифференциальная функция распределения $f(x)$

Геометрически полученный результат можно истолковать так: вероятность того, что непрерывная случайная величина примет значение, принадлежащее интервалу (α, β) , равна площади криволинейной трапеции (заштрихованной на рис. 56).

4. Интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения равен единице:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1.$$

2. ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН. ИХ РОЛЬ И НАЗНАЧЕНИЕ

Указание закона распределения полностью определяет случайную величину с вероятностной точки зрения. Однако во многих вопросах практики нет необходимости характеризовать случайную величину исчерпывающим образом, а зачастую и сам закон распределения бывает неизвестен, поэтому в такой ситуации довольствуются описанием отдельных числовых характеристик случайной величины: математическим ожиданием, модой, медианой, дисперсией, средним квадратическим отклонением, моментами.

Математическое ожидание является важнейшей характеристикой положения случайной величины на числовой оси. Математическое ожидание случайной величины X здесь обозначается $M(X)$.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности.

Пусть случайная величина X задается рядом распределения:

$$X \quad x_1 \quad x_2 \dots x_l \dots x_n$$

$$P \quad p_1 \quad p_2 \dots p_l \dots p_n$$

Тогда

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i.$$

При вычислении математического ожидания непрерывной случайной величины суммирование заменяется интегрированием, а p_i — плотностью распределения, поэтому:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Пример 2. Рассчитать математическое ожидание для случайной величины X из примера 1.

Решение. Так как X — дискретная случайная величина, то $M(X) = 0 \cdot 0,216 + 1 \cdot 0,432 + 2 \cdot 0,288 + 3 \cdot 0,064 = 1,2$.

Пример 3. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } x > 2. \end{cases}$$

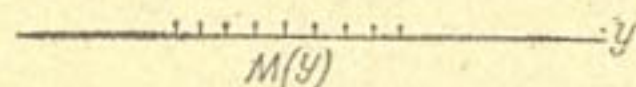
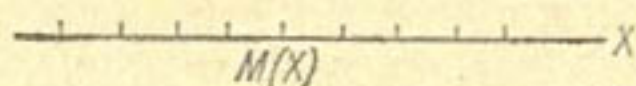
Определить математическое ожидание случайной величины X .

Решение. Так как X — непрерывная случайная величина, то:

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^2 x x^2 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^2 = 4.$$

Теперь рассмотрим две случайные величины X и Y , возможные значения которых расположены так, как показано на рис. 57, при этом $M(X) = M(Y)$.

Из анализа расположения точек на числовых прямых x и y мы можем сделать заключение о том, что случайная величина X имеет больший разброс относительно своего центра, чем случайная величина Y . Поэтому целесообразно ввести такую числовую характеристику, которая оценивала бы разброс значений случайной величины около математического ожидания. Такой характеристикой служит дисперсия [обозначается $D(X)$, или $\sigma^2(X)$].



Для дискретной случайной величины X дисперсия определяется как:

$$D(X) = \sum_{i=1}^n [x_i - M(X)]^2 p_i.$$

Рис. 57. Геометрическая интерпретация понятия дисперсии

При вычислении дисперсии непрерывной случайной величины суммирование заменяют интегрированием, и дисперсия вычисляется по формуле:

$$D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - M(X)]^2 f(x) dx.$$

Иногда в качестве показателя разброса пользуются положительным корнем квадратным из дисперсии. Эта характеристика разброса получила название *среднее квадратическое отклонение*, или *стандарт*:

$$\sigma(X) = + \sqrt{D(X)}.$$

Из других используемых мер рассеивания следует отметить коэффициент вариации γ , определяемый как процент среднего квадратического отклонения по отношению к математическому ожиданию:

$$\gamma = \frac{\sigma}{M(X)} 100 \%,$$

и размах случайной величины, определяемый как

$$\Delta = X_{\max} - X_{\min}.$$

Размах иногда используют для того, чтобы быстро (хотя и очень грубо) оценить среднее квадратическое отклонение, исходя из следующего соотношения между ними:

$$\sigma \approx \frac{\Delta}{C},$$

где C — коэффициент, зависящий от числа наблюдений n .

n	5	10	20	30	100
C	2,3	3,1	3,7	4,1	5

Обобщением основных числовых характеристик случайных величин является понятие *моментов* случайной величины.

В теории вероятностей различают моменты двух видов: начальные и центральные.

Начальным моментом k -го порядка случайной величины называют математическое ожидание величины X^k , т. е.

$$\alpha_k = M[X^k].$$

Следовательно, для дискретной случайной величины начальный момент выражается суммой:

$$\alpha_k = \sum_{i=1}^n x_i^k p_i,$$

а для непрерывной — интегралом:

$$\alpha_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x) dx.$$

Из начальных моментов случайной величины особое значение имеет момент первого порядка, который представляет собой не что иное, как математическое ожидание.

Начальные моменты высших порядков используются главным образом для облегчения вычисления центральных моментов.

Центральным моментом k -го порядка случайной величины называют математическое ожидание величины $[x - M(X)]^k$, т. е.

$$\mu_k = M[x - M(X)]^k.$$

Для дискретной случайной величины центральный момент выражается суммой:

$$\mu_k = \sum_{i=1}^n [x_i - M(X)]^k p_i,$$

а для непрерывной — интегралом:

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(X)]^k f(x) dx.$$

Среди центральных моментов случайной величины особое значение имеет центральный момент второго порядка, который представляет собой не что иное, как дисперсию случайной величины.

Доказывается, что центральный момент первого порядка равен 0, т. е. $\mu_1 = 0$.

Существуют соотношения, устанавливающие связь между начальными и центральными моментами, а именно:

$$\mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2; \quad M(X) = \alpha_1; \quad D(X) = \mu_2 = \alpha_2 - \alpha_1^2.$$

Эту формулу часто применяют на практике для вычисления дисперсии.

3. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Среди распределений непрерывных случайных величин центральное место занимает нормальный закон распределения, или, как его иногда называют, закон Гаусса, плотность вероятности которого имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(X) \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{[x - M(X)]^2}{2\sigma^2(X)}\right),$$

где $M(X)$ — математическое ожидание;

$\sigma^2(X)$ — дисперсия случайной величины X .

Нормальный закон распределения определяется двумя параметрами $M(X)$ и $D(X)$.

Этот закон распределения очень широко распространен в задачах практики. Он проявляется во всех тех случаях, когда случайная величина X является результатом действия большого числа различных факторов. Каждый фактор в отдельности на величину X влияет незначительно, и нельзя указать, какой именно в большей степени, чем остальные. Примерами случайных величин, имеющих нормальное распределение, могут служить ошибки при измерении, отклонения при стрельбе и т. д.

График плотности вероятности нормального распределения представлен на рис. 58; его называют нормальной кривой, или кривой Гаусса.

Отметим некоторые свойства нормальной кривой.

1. Функция определена на всей числовой оси Ox .
2. График расположен над осью Ox , т. е. $f(x) > 0$ при любом значении x в интервале $-\infty < x < +\infty$.
3. При $|x| \rightarrow \infty$ ветви кривой асимптотически приближаются к оси Ox .
4. Кривая симметрична относительно ординаты, проходящей через $x = M(X)$.
5. Функция $f(x)$ имеет максимум в точке $x = M(X)$, при этом:

$$f[M(X)] = \frac{1}{\sigma(X) \sqrt{2\pi}}.$$

Теперь остановимся на вопросе о влиянии параметров нормального закона распределения на форму кривой.

Изменение математического ожидания $M(X)$ при $\sigma(X) = \text{const}$ приводит к смещению кривой распределения

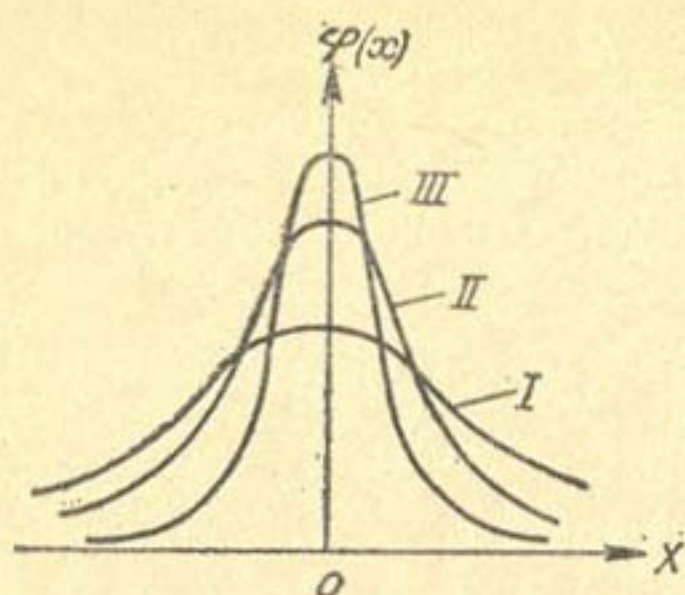


Рис. 58. Характер кривой распределения при различных $\sigma(x)$

вдоль оси Ox . При этом кривая распределения сохраняет свой вид.

При изменении среднего квадратичного отклонения $\sigma(X)$ и $M(X) = \text{const}$ кривая распределения изменяет свой вид.

На рис. 58 кривая I соответствует случаю $\sigma(X) = 2,5$; кривая II — $\sigma(X) = 1$; кривая III — $\sigma(X) = 0,4$.

Теперь запишем интегральную функцию

случайной величины, подчиняющейся нормальному закону распределения. Согласно определению интегральной функции распределения можно записать, что

$$F(x) = \frac{1}{\sigma(X)\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{[x - M(X)]^2}{2\sigma^2(X)}} dx.$$

Можно показать, что

$$F(\infty) = \frac{1}{\sigma(X)\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{[x - M(X)]^2}{2\sigma^2(X)}} dx = 1,$$

поэтому площадь части плоскости, ограниченная кривой нормального распределения и осью Ox , равна 1.

Во многих задачах практики приходится определять вероятность попадания случайной величины, имеющей нормальное распределение, на заданный участок.

Из раздела 1 настоящей главы известно, что

$$P(\alpha < x < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx.$$

Тогда для случайной величины X , подчиняющейся нормальному закону распределения, можно записать:

$$P(\alpha < x < \beta) = \frac{1}{\sigma(X)\sqrt{2\pi}} \int_{\alpha}^{\beta} e^{-\frac{[x - M(X)]^2}{2\sigma^2(X)}} dx.$$

Однако всякий раз вычислять значение этого интеграла не представляется удобным, поэтому для его вычисления пользуются функцией Лапласа:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{z^2}{2}} dz,$$

для которой составлены специальные таблицы.

Можно показать, что

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - M(X)}{\sigma(X)}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - M(X)}{\sigma(X)}\right). \quad (227)$$

В приложении 1 приведены значения функции $2\Phi(x)$ для различных аргументов x .

Функция Лапласа обладает следующими свойствами.

1. $\Phi(0) = 0$.

2. $\Phi(\infty) = \frac{1}{2}$.

3. $\Phi(-x) = -\Phi(x)$, т. е. функция Лапласа нечетная.

Пример 4. Исследуемой случайной величиной X является число пластичности данного типа почвы. Из опыта известно, что величина X распределена с математическим ожиданием $M(X) = 31$ и средним квадратическим отклонением $\sigma(X) = 3,2$. Найти вероятность того, что значение числа пластичности заключено между 29 и 32.

Решение. Пользуясь формулой (227) и приложением 1, получим:

$$\begin{aligned} P(29 < x < 32) &= P\left(\frac{29 - 31}{3,2} < \frac{x - 31}{3,2} < \frac{32 - 31}{3,2}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{32 - 31}{3,2}\right) - \Phi\left(\frac{29 - 31}{3,2}\right) = \Phi(0,31) - \Phi(-0,63) = \\ &= \Phi(0,31) + \Phi(0,63) = 0,1217 + 0,2357 = 0,3574 \approx 0,36. \end{aligned}$$

Отметим важный частный случай формулы (227) — вероятность отклонения значения случайной величины X от ее математического ожидания $M(X)$ на величину α :

$$P(|x - M(X)| < \alpha) = 2\Phi\left(\frac{\alpha}{\sigma(X)}\right). \quad (228)$$

Пример 5. Размер диаметра кольца фильтрационного прибора можно считать нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием $M(X) = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м и дисперсией $\sigma^2(X) = 10^{-8}$ м². В каких границах можно практически гарантировать размер

диаметра кольца, если за вероятность практической достоверности принимается 0,997?

Решение. Обозначим через l величину, на которую может отклониться размер диаметра кольца от математического ожидания с вероятностью 0,997.

Тогда, согласно формуле (228), имеем:

$$P(|x - M(X)| < l) = 2\Phi\left(\frac{l}{\sigma(X)}\right) = 2\Phi\left(\frac{l}{10^{-4}}\right) = 0,997.$$

По таблице функции Лапласа найдем, что вероятности 0,997 отвечает число, равное 2,97, т. е. $\frac{l}{0,0001} = 2,97$, следовательно: $l = 2,97 \cdot 0,0001 = 0,0297 \cdot 10^{-2} \approx 0,03 \cdot 10^{-2}$.

Таким образом, размер диаметра кольца с вероятностью 0,997 принадлежит интервалу $[(2,5 - 0,03) \cdot 10^{-2}; (2,5 + 0,03) \cdot 10^{-2}]$, т. е. $[2,47 \cdot 10^{-2}; 2,53 \cdot 10^{-2}]$.

Практический интерес также представляет вычисление вероятности отклонения случайной величины от математического ожидания кратного среднему квадратическому отклонению:

$$\begin{aligned} P(|x - M(X)| \leq \sigma(X)) &= \\ &= 2\Phi(1) = 0,68269; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(|x - M(X)| \leq 2\sigma(X)) &= \\ &= 2\Phi(2) = 0,9545; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(|x - M(X)| \leq 3\sigma(X)) &= \\ &= 2\Phi(3) = 0,9973. \end{aligned}$$

Если случайная величина подчиняется нормальному закону распределения, то с вероятностью, близкой к 1 (0,9973), можно утверждать, что отклонение случайной величины от ее математического ожидания не превысит $3\sigma(X)$. Это положение получило название **правил трех сигм**.

4. МНОГОМЕРНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Законы распределения системы двух случайных величин. До сих пор мы рассматривали величины, каждое значение которых определялось одним числом, т. е. одномерные величины. Функция распределения одномерной

случайной величины определялась одной независимой переменной.

При постановке практических задач понятия одномерной случайной величины часто оказывается недостаточно. Например, известно, что между влажностью W и потенциалом почвенной влаги Φ существует определенная зависимость. Это означает, что $(\Phi; W)$ может рассматриваться как двумерная случайная величина.

В зависимости от типа одномерных случайных величин, образующих систему, системы случайных величин могут быть дискретными и непрерывными, а также смешанными, состоящими из случайных величин различных типов.

Для систем случайных величин остаются справедливыми основные понятия, введенные для одномерных случайных величин: закон распределения, интегральная и дифференциальная функции распределения, основные числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, стандарт, начальные и центральные моменты k -го порядка.

Рассмотрим основные характеристики системы двух случайных величин. Для n -мерного случая эти характеристики вводятся аналогично. Подробно эти вопросы изложены у Е. С. Вентцель (1964) «Теория вероятностей».

Законом распределения системы случайных величин или многомерной случайной величины называется соотношение, устанавливающее связь между областями возможных значений системы случайных величин и вероятностями появления системы в этих областях.

Так же как и для одномерной случайной величины, закон распределения системы случайных величин может быть задан в различных формах. Если многомерная случайная величина дискретна, то ее можно задать в виде таблицы. Рассмотрим задание системы случайных величин таблицей на примере двумерной случайной величины.

Обозначим через X и Y дискретные случайные величины, возможные значения которых (x_i, y_j) , причем $i = \overline{1, n}$, а $j = \overline{1, m}$. Тогда распределение системы таких случайных величин может быть охарактеризовано соответствующими вероятностями $p_{ij} = P(X = x_i; Y = y_j)$ того, что случайная величина X примет значение x_i и одновременно с этим случайная величина Y примет

значение y_j . Вероятности p_{ij} можно свести в таблицу следующего вида:

x_i	y_j					
	y_1	y_2	$\cdot \cdot \cdot$	y_j	$\cdot \cdot \cdot$	y_m
x_1	p_{11}	p_{12}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{1j}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{1m}
x_2	p_{21}	p_{22}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{2j}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{2m}
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
x_i	p_{i1}	p_{i2}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{ij}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{im}
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$	$\cdot$
x_n	p_{n1}	p_{n2}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{nj}	$\cdot \cdot \cdot$	p_{nm}

Такая таблица называется **таблицей распределения** системы двух дискретных случайных величин с конечным числом возможных значений.

Очевидно, что:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} = 1;$$

$$\sum_{j=1}^m p_{ij} = \sum_{j=1}^m P(X = x_i, Y = y_j) = P(X = x_i);$$

$$\sum_{i=1}^n p_{ij} = \sum_{i=1}^n P(X = x_i, Y = y_j) = P(Y = y_j).$$

Интегральная функция распределения. Функцией распределения системы двух случайных величин (X, Y) называется функция двух аргументов (x, y) , равная вероятности совместного выполнения двух неравенств: $X \leq x, Y \leq y$, т. е.

$$F(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y).$$

Геометрически функция распределения системы двух случайных величин представляет собой вероятность попадания случайной точки (x, y) в левый нижний бесконечный квадрант плоскости с вершиной в точке (x, y) .

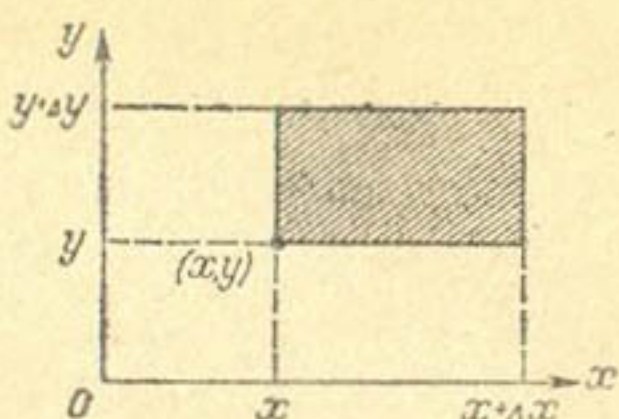


Рис. 59. Геометрическая интерпретация вероятности двумерной случайной величины

Дифференциальная функция распределения, или плотность распределения. Интегральная функция распределения является универсальной формой задания двумерной случайной величины. Она может быть применена для описания систем как дискретных, так и непрерывных случайных величин. Основное практическое значение имеют системы непрерывных случайных величин, распределение которых более удобно характеризовать не интегральной функцией распределения, а плотностью.

Плотность распределения является исчерпывающей характеристикой системы непрерывных случайных величин, с помощью которой расчет вероятностей попадания в различные области производится проще, а описание распределения системы становится более наглядным.

Пусть имеется система двух непрерывных случайных величин (X, Y) . Рассмотрим (рис. 59) вероятность попадания случайной точки (x, y) в прямоугольник со сторонами Δx и Δy , примыкающий к точке с координатами (x, y) . Плотность распределения $f(x, y)$ определяется как вторая смешанная частная производная функции $F(x, y)$, т. е.

$$f(x, y) = \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x \partial y}.$$

Если случайные величины зависимы между собой, то закон распределения системы не может быть выражен через законы распределения отдельных случайных величин, входящих в систему. Это приводит к необходимости введения условных законов распределения.

Распределение одной или нескольких случайных величин, входящих в систему, найденное при условии, что остальные случайные величины этой системы приняли определенные значения, называется *условным законом распределения*.

Условный закон распределения можно задавать в виде интегральной или дифференциальной функции распределения. В этом случае интегральная функция распределения для двумерной случайной величины обозначается $F(x/y)$, а дифференциальная $f(x/y)$.

Условная плотность распределения обладает всеми свойствами безусловной плотности распределения.

Для краткого описания условного распределения вводятся числовые характеристики подобно тому, как они вводились для одномерной случайной величины.

Наиболее важной характеристикой является **у с л о в н о е м а т е м а т и ч е с к о е о ж и д а н и е**. Условным математическим ожиданием дискретной случайной величины X при $Y = y$ (y — определенное возможное значение случайной величины Y) называется сумма произведений возможных значений $X = x_i$ на их условные вероятности:

$$M(X/Y = y) = \sum_{i=1}^n x_i P(x_i/y).$$

Для непрерывных случайных величин:

$$M(X/Y = y) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x/y) dx,$$

где $f(x/y)$ — условная плотность распределения случайной величины X при $Y = y$.

Определение условного математического ожидания $M(Y/X = x)$ аналогично вышеизложенному.

Подобным образом вводятся условные дисперсии и условные моменты более высоких порядков.

Из определения условного математического ожидания $M(X/Y = y)$ следует, что с изменением значения y будет изменяться и $M(X/Y = y)$, а это значит, что мы можем рассматривать функцию $m_x(y) = M(X/Y = y)$, областью определения которой является множество возможных значений случайной величины Y . Данная функция носит название **р е г р е с с и и X по Y** .

Аналогично условное математическое ожидание $M(Y/X = x)$ является функцией x , т. е. $m_y(x) = M(Y/X = x)$.

Уравнения $Y = m_y(x)$ и $X = m_x(y)$ называются **у р а в н е н и я м и р е г р е с с и и** соответственно Y

по X и X по Y , а линии, определяемые этими уравнениями, называются **линиями регрессии**. Линии регрессии вводятся лишь для непрерывных случайных величин (для дискретных случайных величин линии регрессии будут состоять из изолированных точек плоскости).

Зависимые и независимые случайные величины. Понятия зависимости или независимости случайных величин являются одними из важнейших понятий теории вероятностей. Случайная величина X называется независимой от случайной величины Y , если закон распределения величины X не зависит от того, какое значение приняла величина Y . Для непрерывных случайных величин условие независимости X от Y может быть записано в виде $f(x/y) = f_1(x)$ при любом y .

Если же случайная величина X зависит от случайной величины Y , то $f(x/y) \neq f_1(x)$.

Укажем простой признак независимости случайных величин. Для того чтобы непрерывные случайные величины X и Y были независимыми, необходимо и достаточно, чтобы плотность распределения системы (X, Y) была равна произведению плотностей распределения отдельных величин, входящих в систему: $f(x/y) = f_1(x) f_2(y)$.

Законы распределения системы случайных величин являются ее исчерпывающими вероятностными характеристиками. Однако очень часто в связи с ограниченностью экспериментального материала, громоздкостью и трудностью математических выкладок не удается построить закон распределения системы. Поэтому при описании многомерной случайной величины возрастает роль **числовых характеристик системы**, которые в определенной степени могут дать представление также и о характере закона распределения. В основу получения числовых характеристик системы случайных величин положено понятие моментов. Как и для одномерной случайной величины, здесь различают начальные и центральные моменты.

Начальным моментом a_{ks} порядка $k + s$ системы (X, Y) называется $M[X^k Y^s]$.

Запишем формулы для вычисления начальных моментов двумерной случайной величины:

для системы дискретных случайных величин

$$a_{ks} = \sum_i \sum_j x_i^k y_j^s p_{ij},$$

где $p_{ij} = P(X = x_i, Y = y_j)$ вероятность того, что система (X, Y) примет значение (x_i, y_j) , а суммирование распространяется по всем возможным значениям случайных величин X и Y ;

для системы непрерывных случайных величин

$$a_{ks} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x^k y^s f(x, y) dx dy,$$

где $f(x, y)$ — плотность распределения системы.

На практике наиболее употребительными являются начальные моменты первого порядка:

$$a_{10} = M[X^1 Y^0] = M[X] = m_x;$$

$$a_{01} = M[X^0 Y^1] = M[Y] = m_y.$$

Перейдем теперь к рассмотрению центральных моментов.

Центральным моментом μ_{ks} порядка $k + s$ системы (X, Y) называется

$$M[(X - m_x)^k (Y - m_y)^s] = \mu_{ks}.$$

Формулы для вычисления моментов μ_{ks} двумерной случайной величины записываются следующим образом: для системы дискретных случайных величин

$$\mu_{ks} = \sum_i \sum_j (x_i - m_x)^k (y_j - m_y)^s p_{ij};$$

для системы непрерывных случайных величин

$$\mu_{ks} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^k (y - m_y)^s f(x, y) dx dy.$$

В практике наибольшее применение имеют центральные моменты второго порядка.

Из центральных моментов второго порядка нам уже известна дисперсия, т. е.

$$\begin{aligned} \mu_{20} &= M[(X - m_x)^2 (Y - m_y)^0] = \\ &= M[(X - m_x)^2] = D(X), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_{02} &= M[(X - m_x)^0 (Y - m_y)^2] = \\ &= M[(Y - m_y)^2] = D(Y). \end{aligned}$$

Моменты типа a_{10} и μ_{20} являются числовыми характеристиками всякой одномерной случайной величины, вхо-

дящей в систему, и не несут никакой информации о связи между одномерными случайными величинами, образующими систему. Поэтому особую роль при исследовании двумерной случайной величины играет второй смешанный центральный момент, который называется корреляционным моментом, или моментом связи, или ковариацией.

Для двумерной случайной величины он записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} K_{xy} = \mu_{11} &= M[(X - m_x)(Y - m_y)] = \\ &= \sum_i \sum_j (x_i - m_x)(y_j - m_y) p_{ij}. \end{aligned}$$

Однако оценивать силу взаимного влияния X и Y по K_{xy} затруднительно в силу того, например, что X и Y могут иметь разную размерность. Более удобно применять для оценки связи между X и Y безразмерное отношение:

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y},$$

которое называется коэффициентом корреляции.

Корреляционный момент и коэффициент корреляции обладают следующим свойством: если случайные величины X и Y независимы, то корреляционный момент и коэффициент корреляции равны нулю.

Равенство нулю коэффициента корреляции является только необходимым, но не достаточным условием для независимости случайных величин. Это значит, что может существовать система зависимых случайных величин, коэффициент корреляции которой равен нулю.

Две случайные величины X и Y называются некоррелированными, если их коэффициент корреляции равен нулю; X и Y называются коррелированными, если их коэффициент корреляции отличен от нуля.

Следовательно, если случайные величины X и Y независимы, то они и некоррелированы, но из некоррелированности случайных величин нельзя в общем случае сделать вывод об их независимости.

Кроме корреляционного момента и коэффициента корреляции, взаимная связь двух случайных величин может быть описана с помощью линии регрессии. Действительно, хотя при каждом значении $X = x_i$ величина Y остается случайной величиной, допускающей рассеивание своих

значений, однако зависимость Y от X сказывается часто в изменении средних размеров Y при переходе от одного значения X к другому. Эту зависимость и описывает кривая регрессии:

$$y = m_y(x).$$

Аналогичные рассуждения можно привести при описании кривой регрессии X от Y .

Вычисление числовых характеристик систем двух случайных величин по опытным данным будет изложено в разделе 5 настоящей главы.

5. ОБРАБОТКА ОПЫТОВ

Одномерные случайные величины. *Числовые характеристики случайных величин.* Пусть имеется случайная величина X . Обозначим через $M(X)$ математическое ожидание X , через $D(X)$ — ее дисперсию, $f(x)$ — плотность распределения.

Первый случай. Для определения этих характеристик над величиной X проведено n независимых опытов, давших результаты: $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Найдем оценки для $M(X)$ и $D(X)$.

В качестве оценки для математического ожидания (обозначим ее $\bar{x}$) естественно предложить среднее арифметическое полученных значений:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

Второй случай. В N независимых испытаниях X принимает n значений, причем значение x_i наблюдалось m_i раз, тогда случайная величина X задается статистическим рядом следующего вида:

$$\begin{array}{ccccccc} X & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ m_i & m_1 & m_2 & \dots & m_n, \end{array}$$

а оценка математического ожидания $\bar{x}$ определяется формулой:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i m_i}{N} \quad (229)$$

или

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i, \quad (230)$$

где

$$p_i = \frac{m_i}{N}$$

и

$$N = \sum_{i=1}^n m_i.$$

При большом числе испытаний ($N > 50$) и большом разнообразии значений x_i , получаемых в результате опыта, полезно объединять эти значения в группы, но так, чтобы значения x_i , попадающие в одну группу, не слишком отличались друг от друга, а число x_i в одной группе было порядка 5—10 значений. В этом случае статистический ряд может быть представлен в таком виде:

$$\begin{array}{ccccccc} x_{i-1} - x_i & x_1 - x_2 & x_2 - x_3 & \dots & x_{n-1} - x_n \\ m_i & m_1 & m_2 & \dots & m_n \end{array}$$

Для вычисления $\bar{x}$ в этом случае значения x_i берутся равными середине интервала.

В качестве оценки для неизвестной дисперсии $D(X)$ следует брать статистическую дисперсию $\bar{D}(X)$, вычисляемую для первого случая по формуле:

$$\bar{D}(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}, \quad (231)$$

а для второго случая по формуле:

$$\bar{D}(X) = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (x_i - \bar{x})^2}{N - 1}. \quad (232)$$

Заметим, что сумму, стоящую в числителе формулы (232), удобно вычислять из равенства

$$\sum m_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum m_i x_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum m_i x_i \right)^2$$

или, если вычислена $\bar{x}$,

$$\sum m_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum m_i x_i^2 - n\bar{x}^2.$$

Значения $\bar{x}$, $\bar{D}(X)$ называются точечными оценками неизвестных параметров $M(X)$ и $D(X)$.

В ряде задач требуется не только найти для параметров $M(X)$ и $D(X)$ их точечные оценки, но оценить точность и надежность этих оценок.

Такого рода задачи особенно актуальны при малом числе наблюдений, когда точечные оценки в значительной мере случайны и приближенная замена $M(X)$ на $\bar{x}$ может привести к серьезным ошибкам.

Чтобы дать представление о точности и надежности оценок $\bar{x}$ и $\bar{D}(X)$, пользуются так называемыми доверительными интервалами и доверительными вероятностями.

Пусть для $M(X)$ получена из опыта оценка $\bar{x}$. Мы хотим оценить возможную при этом ошибку. Назначим некоторую достаточно большую вероятность β (например, $\beta = 0,9; 0,95; 0,99$), такую, что событие с вероятностью β можно считать практически достоверным, и найдем такое значение ε , для которого

$$P(|\bar{x} - M(X)| < \varepsilon) = \beta. \quad (233)$$

Тогда диапазон практически возможных значений ошибки, возникающей при замене $M(X)$ на $\bar{x}$, будет $\pm\varepsilon$. Большие по величине ошибки будут появляться с очень малой вероятностью $\alpha = 1 - \beta$.

Перепишем (233) в виде:

$$P(\bar{x} - \varepsilon < M(X) < \bar{x} + \varepsilon) = \beta. \quad (234)$$

Равенство (234) показывает, что с вероятностью β неизвестное значение параметра $M(X)$ попадает в интервал J_β :

$$J_\beta = (\bar{x} - \varepsilon, \bar{x} + \varepsilon).$$

Вероятность β принято называть доверительной вероятностью, интервал J_β — доверительным интервалом.

Можно показать (Е. С. Вентцель, 1964), что вероятность неравенства $-\varepsilon < \bar{x} - M(X) < +\varepsilon$ будет равна $\Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right)$, где σ — стандарт выборки.

$$\text{Откуда } \beta = \Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right).$$

Обозначим $\frac{\varepsilon \sqrt{n}}{\sigma} = t_{\beta}$. При заданном β для облегчения вычислений ε составлены специальные таблицы соответствующих значений t_{β} .

β	t_{β}	β	t_{β}	β	t_{β}	β	t_{β}
0,80	1,282	0,86	1,475	0,91	1,694	0,97	2,169
0,81	1,31	0,87	1,513	0,92	1,75	0,98	2,325
0,82	1,34	0,88	1,554	0,93	1,81	0,99	2,576
0,83	1,371	0,89	1,597	0,94	1,88	0,997	3,00
0,84	1,404	0,9	1,643	0,95	1,91	0,999	3,29
0,85	1,439			0,96	2,053		

Зная t_{β} , найдем ε :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t_{\beta}.$$

Тогда доверительный интервал J_{β} :

$$J_{\beta} = \left(\bar{x} - t_{\beta} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\beta} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right).$$

Пример 6. Пусть влажность W_i десяти образцов ($n=10$), отобранных на одной и той же глубине данного разреза, принимает следующие значения:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
W_i	0,265	0,27	0,268	0,29	0,295	0,275	0,3	0,285	0,28	0,285

Построить доверительный интервал для $\bar{W}$ соответствующий доверительной вероятности $\beta = 0,8$:

$$\bar{W} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} W_i = 0,280;$$

$$\bar{D}(W) = \frac{\sum (W_i - \bar{W})^2}{9} = 0,00014; \quad \sigma = 0,012.$$

При $\beta = 0,8$ $t_{\beta} = 1,282$ (см. таблицу на с. 221):

$$\varepsilon = t_{\beta} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,282 \cdot \frac{0,012}{\sqrt{10}} = 0,0048.$$

Тогда $\bar{W}$ принадлежит интервалу J_{β} : $J_{\beta} = (0,280 \pm 0,0048)$ с вероятностью $\beta = 0,8$.

Существует краткое практическое правило приближенной оценки $M(X)$ при помощи $\bar{x}$ и σ : с большой вероятностью (обычно когда распределение случайной ве-

личины не слишком отличается от нормального) можно полагать, что значение $M(X)$ заключается в границах $\bar{x} - \frac{3\sigma}{\sqrt{n}} < M(X) < \bar{x} + \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$.

Аналогичным способом может быть построен доверительный интервал для дисперсии $\bar{D}(X)$.

Пусть для дисперсии $\bar{D}(X)$ получена оценка:

$$\bar{D}(X) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}.$$

Требуется построить для нее доверительный интервал J_β с доверительной вероятностью β и доверительными границами $\bar{D}(X) \pm \varepsilon_1$.

В этом случае, как и прежде, для заданного β по таблице находим t_β , а ε_1 вычислим по формуле

$$\varepsilon_1 = t_\beta \sqrt{\frac{0,8n + 1,2}{n(n-1)}} \bar{D}(X),$$

т. е.

$$\varepsilon_1 = 1,282 \sqrt{\frac{9,2}{90}} \cdot 0,0048 = 0,0625.$$

Очевидно, может быть решена и обратная задача: задаваясь точностью t_β при нахождении $\bar{x}$ и зная σ , можно вычислить объем выборки n для получения заданной точности. Действительно, пусть требуется, чтобы неточность при определении $\bar{x}$ не превышала некоторого значения Δ , т. е.

$$t_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \Delta.$$

Отсюда легко найти n :

$$n \geq \frac{t_\beta^2 \sigma^2}{\Delta^2}.$$

На практике обычно задаются не абсолютной неточностью Δ , а относительной неточностью $\bar{e}$, которая определяется из соотношения:

$$\bar{e} = \frac{t_\beta \sigma}{\bar{x} \sqrt{n}}.$$

Решая последнее равенство относительно n , получим

$$n = \frac{t_\beta^2}{\bar{e}^2} \frac{\sigma^2}{\bar{x}^2},$$

где n — наименьший допустимый объем выборки.

В нашем примере (пример 6) определим n , если $\bar{\epsilon} = 0,02$:

$$n = \frac{(1,282)^2}{(0,02)^2} \cdot \frac{(0,012)^2}{(0,28)^2} \approx 7,5,$$

$$n \geq 8.$$

Введем еще одну характеристику случайной величины. Часто бывает нужно сравнить изменчивость разнородных величин, например влажности и глубины.

Для такого сравнения $\bar{x}$ и σ не годятся, так как они сами в этом случае являются разнородными величинами. Поэтому нужна отвлеченная мера изменчивости, не зависящая от единиц измерения сравниваемых величин. Такую меру представляет коэффициент вариации, или изменчивости, v_x , равный стандарту, выраженному в процентах от средней:

$$v_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} 100.$$

Пример 7. Пусть для глубины $\bar{h} = 1$; $\sigma_h = 0,1$, а средняя влажность на этой глубине $\bar{W} = 0,322$ ($\sigma_W = 0,005$).

Тогда

$$v_W = \frac{0,005}{0,322} \cdot 100 = 1,6\%,$$

$$v_h = \frac{0,1}{1} \cdot 100 = 10\%.$$

Сравнивая теперь v_W и v_h , можем сказать, что в данном опыте при значительных изменениях глубины влажность изменяется незначительно.

Выравнивание статистических рядов. В результатах опытного определения той или иной величины всегда присутствует элемент случайности. Объясняется это тем, что число наблюдений всегда ограничено, что произведены именно те, а не другие опыты, давшие именно эти, а не другие результаты. Только при очень большом числе наблюдений элементы случайности сглаживаются, и случайное явление в полной мере обнаруживает присущую ему закономерность. Поэтому при обработке статистического материала часто приходится решать вопрос о том, как подобрать для данного статистического ряда теоретическую кривую распределения, выражающую лишь существенные черты статистического материала, но не случайности, связанные с недостаточным объемом эксперимен-

тальных данных. Такая задача называется задачей выравнивания статистических рядов.

Принципиальный вид теоретической кривой распределения, как правило, выбирается заранее из соображений, связанных с существом задачи или с внешним видом статистического распределения. Тогда аналитическое выражение выбранной кривой распределения зависит от некоторых параметров; задача выравнивания статистического ряда переходит в задачу выбора тех значений параметров, при которых соответствие между статистическим и теоретическим распределением оказывается наилучшим.

Например, пусть известно из априорных соображений, что величина X подчиняется нормальному закону, т. е.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}.$$

Тогда задача выравнивания переходит в задачу о рациональном выборе параметров $\bar{x}$; σ . Один из наиболее распространенных методов, позволяющих выбрать параметры, это метод моментов.

Согласно методу моментов параметры распределения выбираются с таким расчетом, чтобы несколько важнейших числовых характеристик (моментов) теоретического распределения были равны соответствующим статистическим характеристикам. Например, если теоретическая кривая зависит от двух параметров, то эти параметры выбираются равными математическому ожиданию $\bar{x}$ и дисперсии $\bar{D}(X)$ статистического распределения.

Пример 8. Пусть произведено 30 измерений влажности W для данного типа почвы, при некотором значении всасывающего давления. Результаты измерений объединены в n групп ($n = 7$) и представлены в виде статистического ряда:

$W_i, \%$	24	25	26	27	28	29	30
m_i	1	2	5	12	6	3	1
$\bar{p}_i = \frac{m_i}{30}$	0,033	0,066	0,167	0,4	0,2	0,1	0,033

Опыт подсказывает, что распределение величины W подчиняется нормальному закону. Следовательно, наша задача сводится к вычислению параметров этого закона.

Определим плотность распределения вероятности $f(W)$:

$$f(W) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(W_i - \bar{W})^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (235)$$

Будем считать в этом распределении:

$$\bar{W} = \sum_{i=1}^7 p_i W_i = 27,1.$$

Второй параметр положим равным стандарту распределения:

$$\sigma = \sqrt{\sum (W_i - \bar{W})^2 p_i} = 1,27.$$

Подставляя полученные значения $\bar{W}$ и σ в формулу (235) и придавая W различные значения, получим непрерывную кривую $f(W)$, выравнивающую наш статистический ряд (рис. 60).

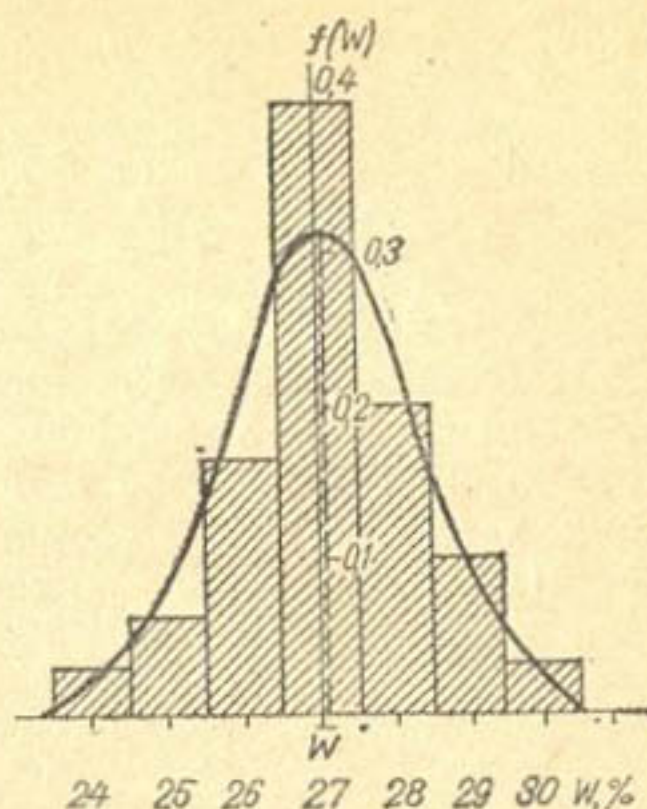


Рис. 60. Гистограмма влажности W и выравнивающая ее кривая распределения

Критерии согласия. Пусть некоторое статистическое распределение выравнено с помощью некоторой теоретической кривой $f(W)$ (рис. 60). Как бы хорошо ни была подобрана теоретическая кривая, между нею и статистическим рядом неизбежны некоторые расхождения. Возникает вопрос, объясняются ли эти расхождения чисто случайными факторами, связанными с ограниченным числом наблюдений, или они являются существенными и связаны с тем, что выбранная кривая плохо выравнивает статистическое распределение. Для ответа на такой вопрос служат так называемые критерии согласия.

Зная теоретический закон распределения $f(W)$ для каждого наблюдаемого значения $W = W_i$, найдем теоретические вероятности из соотношения (235):

$$f(W_1) = p_1;$$

$$f(W_2) = p_2;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$f(W_n) = p_n.$$

Требуется установить, согласуются ли эти «теоретические» вероятности с результатами эксперимента.

В качестве меры расхождения Пирсон ввел следующую величину:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\bar{p}_i - p_i)^2}{p_i}.$$

или, выражая через частоты:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - n\bar{p}_i)^2}{n\bar{p}_i}, \quad \text{где } m_i = n\bar{p}_i.$$

Распределение χ^2 зависит от параметра r , называемого числом степеней свободы. Число степеней свободы r равно числу разрядов k минус число независимых условий s (связей), наложенных на частоты.

Для нормального закона распределения число связей s равно трем:

$$1. \sum_{i=1}^k \bar{p}_i = 1.$$

$$2. \sum_{i=1}^k W_i \bar{p}_i = \bar{W}.$$

$$3. \sqrt{(W_i - \bar{W})^2 \bar{p}_i} = \sigma.$$

Для распределения χ^2 составлены специальные таблицы (см. приложение 2). Пользуясь этими таблицами для каждого значения χ^2 и числа степеней свободы r , можно найти вероятность P того, что величина, распределенная по закону χ^2 , превзойдет это значение. В приложении 2 входами являются: значение χ^2 и число степеней свободы r . Числа в таблице представляют собой соответствующие значения P .

Распределение χ^2 дает возможность оценить степень согласованности теоретического и статистического распределений. Будем исходить из того, что величина W действительно распределена по закону $f(W)$. Тогда вероятность P , определенная по таблице, есть вероятность того, что за счет чисто случайных факторов мера расхождения теоретического и статистического распределений будет не меньше, чем фактически наблюдаемое в данной серии опытов значение χ^2 . Если вероятность P мала (настолько мала, что событие с такой вероятностью можно считать практически невозможным), то результат опыта следует считать противоречащим гипотезе о том, что закон распределения величины W есть $f(W)$. В этом слу-

чае гипотезу следует отбросить как неправдоподобную. И, наоборот, если P велика, можно признать расхождения между теоретическим и статистическим распределением несущественными. Гипотезу в этом случае следует принять.

Итак, схема применения критерия χ^2 к оценке согласованности теоретического и статистического законов распределения сводится к следующему.

1. Определяем χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i}.$$

2. Определяем число степеней свободы r :

$$r = n - s,$$

где n — число наблюдений (или групп);

s — число связей.

3. Зная r и χ^2 , из приложения 2 определяем P . Если P мало, то гипотеза отбрасывается.

В рассмотренном выше примере (см. рис. 60): $\chi^2 = 1,77 \approx 2$; $r = k - s = 7 - 3 = 4$; $P = 0,7358$.

Следовательно, теоретическая кривая $f(W)$ с параметрами $\bar{W} = 27,1$; $\sigma = 1,27$ с достаточной достоверностью описывает экспериментальные результаты.

Кроме критерия χ^2 , на практике применяется еще ряд критериев согласия: Колмогорова, Вестергарда и др.

Двумерные случайные величины. *Вычисление статистических числовых характеристик.* Как уже указывалось выше, для двумерных случайных величин начальные моменты типа a_{10} и центральные моменты μ_{20} являются числовыми характеристиками лишь всякой одномерной случайной величины, входящей в систему, но не несут никакой информации о связи между одномерными случайными величинами, образующими систему.

Рассмотрим методику расчета корреляционных моментов, коэффициентов корреляции и регрессионных зависимостей для случая системы двух одномерных случайных величин.

Пусть требуется установить наличие и тесноту связи между скоростью v и градиентом напора I для эксперимента, представленного на рис. 21. Результаты опытов приведены в виде корреляционной таблицы.

Корреляционная таблица А

	v					
	0,1	1	2	4	6	n_I
2	4					4
3		1				1
4						1
5						1
6						1
7			1			1
8			5			5
9			1			1
10				2		2
12				1		1
13					1	1
15					3	3
m_v	4	6	8	3	4	25

Корреляционная таблица составлена так, что в левой первой графе записаны все возможные значения переменной I , в верхней строке — переменной v . На пересечении графы и строк таблицы стоят частоты n_{Iv} , означающие, сколько раз при данном значении I встретилось соответствующее значение v ; m_v — сумма частот по столбцам (строкам v), n_I — сумма частот по строкам (строкам I).

Для облегчения вычислительных операций при определении K_{Iv} и r_{Iv} удобно заполнить следующие таблицы.

Таблица Б

v	m_v	I	n_I	Сумма по строкам v	$\sum_v n_{Iv} I v$	Сумма по строкам I	$\sum_I n_{Iv} I v$
1	2	3	4	5	6	7	8
0,1	4	2	4	8	0,8	0,4	0,8
1	6	3	1	24	24	1	3
2	8	4	4	62	124	4	16
4	3	5	1	32	128	1	5
6	4	6	1	58	348	2	12
		7	1			2	14
		8	5			10	80
		9	1			2	18
		10	2			8	80
		12	1			4	48
		13	1			6	78
		15	3			18	270
	25		25	184	624,8	58,4	624,8

Графы 1—4 этой таблицы заполняются непосредственно из таблицы А. Графа 5 заполняется следующим образом: фиксируем значение v ($v_1 = 0,1$) и умножаем каждое из возможных значений I для этого v на соответствующее значение частоты n_{Iv} :

$$v_1 = 0,1, \quad 2 \cdot 4 = 8,$$

$$v_2 = 1, \quad 3 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 1 = 24,$$

$$v_3 = 2, \quad 6 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 1 = 62.$$

Графа 7 заполняется аналогично, но фиксируются уже значения I . Для заполнения графы 6 нужно значения графы 1 умножить на

Т а б л и ц а В

I	n_I	$n_I I$	$n_I I^2$	I	n_I	$n_I I$	$n_I I^2$
1	2	3	4	1	2	3	4
2	4	8	16	9	1	9	81
3	1	3	9	10	2	20	200
4	4	16	64	12	1	12	144
5	1	5	25	13	1	13	169
6	1	6	36	15	3	45	675
7	1	7	49				
8	5	40	320		25	184	1788

соответствующее значение графы 5.

В графе 8 представлено произведение значений графы 3 на соответствующее значение графы 7. В последней строке таблицы занесены суммы по графам 2, 4, 5, 6, 7, 8.

Заполнение таблиц В и Г очевидно и пояснений не требует.

Заметим сразу, что суммы по столбцам 6 и 8 должны быть равными, так как они представляют одну и ту же сумму $\sum_{Iv} n_{Iv} I v$, только по-

разному вычисленную.

Обозначим суммы по строкам v и строкам I соответственно $\tilde{I}$ и $\tilde{v}$; в данном примере $\tilde{I} = 184$; $\tilde{v} = 58,4$.

Вычислим средние значения $\bar{v}$ и $\bar{I}$:

$$\bar{v} = \frac{\tilde{v}}{n} = \frac{58,4}{25} = 2,3; \quad \bar{I} = \frac{\tilde{I}}{n} = \frac{184}{25} = 7,4.$$

Т а б л и ц а Г

v	m_v	$m_v v$	$m_v v^2$
1	2	3	4
0,1	4	6,4	0,04
1,0	6	6,0	6,0
2,0	8	16,0	32,0
4,0	3	12,0	48,0
6,0	4	24,0	144,0
	25	58,4	230,0

Для вычисления корреляционного момента удобно воспользоваться следующей формулой:

$$K_{lv} = \frac{\sum_{lv} n_{lv} lv}{n} - \bar{l} \bar{v} = \frac{624,8}{25} - 2,3 \cdot 7,4 = 8.$$

Для вычисления σ_l и σ_v воспользуемся следующими соотношениями:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{\sum n_l l^2}{n} - \bar{l}^2} = \sqrt{\frac{1788}{25} - 7,4^2} = 4,1;$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{\sum m_v v^2}{n} - \bar{v}^2} = \sqrt{\frac{230}{25} - 2,3^2} = 2.$$

Теперь нетрудно найти и коэффициент корреляции r :

$$r_{lv} = \frac{K_{lv}}{\sigma_l \sigma_v} = \frac{8}{2 \cdot 4,1} \approx 0,97.$$

Основные свойства коэффициента корреляции. Коэффициент корреляции характеризует степень тесноты линейной зависимости между случайными величинами.

Если случайные величины X и Y связаны функциональной линейной зависимостью:

$$Y = ax + b, \text{ то } r_{xy} = \pm 1.$$

Случаю $r = +1$ соответствует положительный коэффициент a , а X и Y одновременно или возрастают, или убывают.

Случаю $r = -1$ соответствует $a < 0$; здесь с возрастанием X убывает Y и наоборот.

Когда $r = 0$, между X и Y линейной корреляции нет, но криволинейная зависимость может существовать.

В общем случае, когда X и Y связаны произвольной вероятностной зависимостью, r_{xy} может иметь значение в пределах $-1 < r_{xy} < +1$.

Уравнение прямолинейной корреляционной связи. При помощи коэффициентов корреляции и стандартов σ_x и σ_y можно написать уравнение, выражающее линейную корреляционную зависимость между величинами X и Y .

Пусть $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — средние, σ_x , σ_y — стандарты величин X и Y , коэффициент корреляции между ними обозначим r ; обозначим частное среднее значение Y при фиксированном x через $\bar{y}_x$.

Тогда уравнение прямолинейной корреляционной связи Y с X можно записать в виде:

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \bar{x}) \quad (236)$$

или

$$y = ax + b, \text{ где } a = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \text{ и } b = \bar{y} - \bar{x}.$$

Это уравнение показывает, что отклонения частных средних значений $\bar{y}_x$ от их общей средней ($\bar{y}$) пропорциональны соответственным отклонениям величины X от ее средней $\bar{x}$. Коэффициент пропорциональности равен при этом $r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$; часто его обозначают через ρ_y ($\rho_y = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$) и называют коэффициентом регрессии Y на X . Уравнение (236) называется уравнением регрессии Y на X .

В нашем случае:

$$\rho_v = r \frac{\sigma_v}{\sigma_I} = 0,97 \cdot \frac{2}{4,1} \approx 0,47.$$

А уравнение регрессии v на I запишется в виде: $v = 0,47I - 1,4$.

Оценка и сравнение коэффициентов корреляции. Коэффициент корреляции найден по большому числу наблюдений ($n \geq 50$).

В этом случае стандарт коэффициента корреляции (σ_r) равен:

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}.$$

Это означает, что с большой вероятностью можно утверждать, что r принадлежит интервалу J_r : $J_r = r \pm \pm 3\sigma_r$, т. е. $r - 3\sigma_r < r < r + 3\sigma_r$.

При $n < 50$ σ_r следует рассчитывать по формуле:

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{n-1}}.$$

Тогда, если

$$\frac{|r|}{\sigma_r} = |r| \sqrt{n-1} \geq 3,$$

то можно считать r значащим, а связь реальной; если же $|r| \sqrt{n-1} < 3$, то r отличается от нуля с большой

вероятностью лишь случайно и связь наблюдениями в этом случае не доказана.

В нашем случае:

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{24}} = 0,2;$$

$$\frac{|r|}{\sigma_r} = \frac{0,97}{0,2} > 3.$$

Следовательно, связь v с I можно считать реальной.

Оценка коэффициентов регрессии. Рассмотрим случай, когда объем выборки n достаточно велик ($n > 50$). Пусть имеется также уравнение регрессии Y на X :

$$\bar{y}_x - \bar{y} = \rho (x - \bar{x}), \text{ где } \rho = r \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}.$$

В этом случае стандарт коэффициента регрессии σ_ρ определяется соотношением:

$$\sigma_\rho = \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} \sqrt{\frac{1-r^2}{n-3}}$$

и с большой вероятностью можно утверждать, что $\rho \in (\rho \pm 3\sigma_\rho)$.

Если $n < 50$, то определяется вспомогательная величина t_1 из соотношения:

$$t_1 = \frac{\rho \sqrt{\sum n_x (x - \bar{x})^2}}{S},$$

где

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-2} [\sum m_y (y - \bar{y})^2 - \rho^2 \sum n_x (x - \bar{x})^2]}.$$

В приложении 3 для k ($k = n - 2$) и вычисленного значения t_1 найдем вероятность P случайных значений t , которые численно не меньше полученного значения t_1 . Если P мало, то надо считать, что ρ существенно отлично от нуля; если P не мало, то ρ можно считать случайно отличающимся от нуля, а регрессию не доказанной.

Для вычисления t_1 в рассматриваемом примере (см. табл. А) составим вспомогательные таблицы Д и Е.

Таблица Д

v	$\frac{1}{v}$	$\frac{1}{v^2}$	$n \frac{1}{v} (v - \bar{v})^2$
0,1	2,2	4,85	19,4
1	1,3	1,69	10,1
2	0,3	0,09	0,7
4	1,7	3,9	11,7
6	3,7	13,8	55,4
			$\Sigma = 97,3$

Таблица Е

l	$\frac{1}{l}$	$\frac{1}{l^2}$	$n l (l - \bar{l})^2$
2	5,4	29,2	117
3	4,4	19,4	19,4
4	3,4	11,6	46,5
5	2,4	5,74	5,74
6	1,4	1,96	1,96
7	0,4	0,16	0,16
8	0,6	0,36	1,8
9	1,6	2,56	2,56
10	2,6	6,76	13,52
12	4,6	21,2	21,2
13	5,6	31,4	31,4
15	7,6	58	174
			$\Sigma = 435,2$

Используя полученные в таблице данные, найдем:

$$S = \sqrt{\frac{1}{23}(97,3 - 0,22 \cdot 435,2)} = 0,24,$$

$$t_1 = \frac{0,47 \sqrt{435,2}}{0,24} = 41.$$

Для $k = n - 2 = 23 > 20$ и $t_1 = 41 > 6$ из приложения 3 находим $P(|t| \geq 41) < 0,0001$, т. е. значение $\rho = 0,47$ можно считать практически достоверным.